UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
INSTITUTO DE EDUCAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
LINHA DE PESQUISA: EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

EXPRESSÕES NUMÉRICAS E SUAS ABORDAGENS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

HANDUS SILVA FREITAS

Cuiabá – MT
2014

HANDUS SILVA FREITAS

EXPRESSÕES NUMÉRICAS E SUAS ABORDAGENS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL

Dissertação de Mestrado apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Educação do Instituto de Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Educação, da Linha de Pesquisa Educação em Ciências e Matemática, sob a orientação da professora Dra. Gladys Denise Wielewski e coorientação do professor Dr. Sergio Antonio Wielewski.

Cuiabá - MT
2014

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

F866e Freitas, Handus Silva.
EXPRESSÕES NUMÉRICAS E SUAS ABORDAGENS EM LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA DO 6º ANO DO ENSINO FUNDAMENTAL / Handus Silva Freitas. -- 2014
110 f. : il. ; 30 cm.

Orientador: Gladys Denise Wielewski.
Co-orientador: Sergio Antonio Wielewski.
Dissertação (mestrado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Instituto de Educação, Programa de Pós-Graduação em Educação, Cuiabá, 2014.
Inclui bibliografia.

1. Expressões numéricas. 2. Livros didáticos de matemática. 3. Organização matemática. 4. Organização didática. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO
UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO
Avenida Fernando Corrêa da Costa, 2367 - Boa Esperança - Cep: 78060900 - CUIABÁ/MT
Tel : 3615-8431/3615-8429 - Email : secppge@ufmt.br

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: "Expressões numéricas e suas abordagens em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental adotados por uma escola pública de Cuiabá-MT"

AUTOR: Mestrando Handus Silva Freitas

Dissertação defendida e aprovada em 30 de abril de 2014.

Composição da Banca Examinadora:

Presidente Banca / Orientadora Doutora Gladys Denise Wielewski
Instituição: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

Coorientador Doutor Sergio Antonio Wielewski
Instituição: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

Examinadora Interna Doutora Luzia Aparecida Palaro
Instituição: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

Examinadora Externa Doutora Eliane Scheid Gazire
Instituição: PONTIFÍCIA UNIVERSIDADE CATÓLICA DE MINAS GERAIS/PUC-MG

Examinadora Suplente Doutora Marta Maria Pontin Darsie
Instituição: UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

CUIABÁ, 30/04/2014.

FOLHA DE APROVAÇÃO

Título: Expressões numéricas e sua abordagem em livros didáticos de matemática do 6º ano do ensino fundamental.

AUTOR: Mestrando Handus Silva Freitas

Dissertação defendida e aprovada em 30/04/2014.

Composição da Banca Examinadora:

Presidente Banca/Orientador (a) Doutor (a) Gladys Denise Wielewski
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso

Co-Orientador (a) Doutor (a) Sergio Antonio Wielewski
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso

Examinador (a) interno (a) Doutor (a) Luzia Aparecida Palaro
Instituição: Universidade Federal de Mato Grosso

Examinador (a) externo (a) Doutor (a) Eliane Scheid Gazire
Instituição: Pontifícia Universidade Católica de Minas Gerais

CUIABÁ, 30/04/2014.

DEDICATÓRIA

A Marlene Silva Freitas, minha querida mãe e eterna professora, a toda a equipe do Projeto Observatório de Matemática/UFMT, pelos estudos, cooperação e orientação e, finalmente, ao curso de Licenciatura Plena em Matemática da UFMT, que me abriu os horizontes para a pesquisa.

AGRADECIMENTOS

A Deus.

Aos meus pais, esposa e filhos.

A EE Prof. Antonio Epaminondas/SEDUC-MT e toda sua Comunidade Escolar.

À professora Doutora Gladys Denise Wielewski, pela orientação, compreensão e tantas contribuições na elaboração deste trabalho.

Aos professores Doutores Sergio Antonio Wielewski, Marta Maria Pontin Darsie e Luzia Palaro, pelas discussões, colaborações e receptividade.

À professora Doutora Eliane Scheid Gazire, por aceitar fazer parte da banca examinadora e pela valiosa colaboração no momento do Exame de Qualificação.

À equipe da Secretaria do Programa de Pós-Graduação em Educação da Universidade Federal de Mato Grosso, pelo acolhimento e pelas inúmeras informações necessárias.

Aos colegas do GRUEPEM, em especial aos amigos Gresiela, Peterson, Aloísio, Izolda, Daltron, Jacqueline, Janibia e Euguidson, pelas oportunas contribuições.

Aos colegas “guerreiros” de minha turma de mestrado, que sempre estivemos juntos nas adversidades e conquistas.

A todos que direta ou indiretamente me ajudaram a realizar esse trabalho.

RESUMO

O objetivo desta pesquisa foi investigar a abordagem do conteúdo de expressões numéricas pelos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT para o triênio 2011-2013. Para efetivar este objetivo analisamos dois volumes de livros didáticos por ela adotados, tendo em vista a introdução deste conteúdo como uma técnica de cálculo aritmético, que contém sinais de operação e de associação, e abordagem das expressões numéricas apresentadas nos dois volumes. Nossa pesquisa é de cunho qualitativo de análise interpretativa por entendermos ser a opção mais coerente à nossa temática. Como referencial teórico-metodológico para a análise dos livros utilizamos a Teoria Antropológica do Didático (TAD), mais especificamente as praxeologias propostas por Chevallard (1999), que por meio do estudo da organização matemática focamos a análise nos tipos de tarefas e técnicas que contemplam o conteúdo das expressões numéricas com números naturais. Os dados foram coletados por meio de análise documental. Com relação à organização didática os dois livros introduzem as expressões numéricas a partir de situações problema, ambas buscam aspectos históricos da matemática e constatamos um número relativamente grande de imagens, gráficos e tabelas. O recurso da calculadora também é explorado em ambos os volumes. A análise praxeológica foi dividida em dois gêneros de organização matemática. No primeiro gênero, analisamos como é abordado o conceito de expressão numérica e, no segundo gênero, as expressões numéricas com as quatro operações. Espera-se contribuir com reflexões quanto à abordagem do conteúdo das expressões numéricas com números naturais, além de aproximar os conteúdos ensinados na escola e os usados pelos alunos em seu dia a dia.

Palavras-chave: Expressões numéricas. Livros didáticos de Matemática. Organização matemática. Organização didática.

ABSTRACT

The objective of this research was to investigate the approach to the content of numerical expressions by textbooks of mathematics of the 6th year of Elementary School, adopted by a state school of Cuiaba-MT for of years 2011-2013. To accomplish this goal we analyze two volumes of textbooks adopted by it in view of the introduction of this content as a technique of arithmetic, which contains signals for operation and association, and approach the numerical expressions presented in two volumes. Our research is a qualitative study of interpretative analysis because we believe to be the most consistent option to our theme. As a theoretical and methodological framework for the analysis of books used the Anthropological Theory of the Didactic (TAD), specifically the praxeologies proposed by Chevallard (1999), which through the study of mathematics organization focusing the analysis on the types of tasks and techniques that include content of numerical expressions with natural numbers . Data were collected through document analysis. Regarding the didactic organization the two books introduce the numerical expressions from problem situations, both seek historical aspects of mathematics and found a relatively large number of images, graphs and tables. The calculator feature is also explored in both volumes. The praxeological analysis was divided into two kinds of mathematical organization. In the first type, we discuss how we approached the concept of numerical expression, and the second kind, numerical expressions with four operations. Expected to contribute to reflections on the approach of the content of numeric expressions with natural numbers, and bring the contents taught in school and used by the students in their daily lives.

Key words: Numerical expressions. Didactic books of Mathematics. Mathematical organization. Didactic organization.

FIGURAS E ILUSTRAÇÕES

Ilustração 1 – Organização regional.. 49
Ilustração 2 – Gênero de Organização Matemática.. 49
Ilustração 3 – Exemplo de Expressão Numérica “completa”... 54
Ilustração 4 – Níveis de codeterminação didática... 62
Ilustração 5 – Organização estrutural do conteúdo estudado.. 63
Figura 1 – Sumário, LD1A.. 70
Figura 2 – Sumário, LD1B.. 71
Figura 3 – Apresentação da calculadora.. 74
Figura 4 – Exercício contextualizado com as quatro operações, potenciação e radiciação..... 76
Figura 5 – Primeira atividade resolvida, 1ª maneira... 77
Figura 6 – Primeira atividade resolvida, 2ª maneira... 78
Figura 7 – Segunda e terceira atividades resolvidas... 79
Figura 8 – Ostensivo com as operações de multiplicação e subtração e parênteses................ 80
Figura 9 – Introdução à álgebra, através do estudo das expressões numéricas....................... 82
Figura 10 – “Expressões curiosas”, com regularidade nos cálculos....................................... 84
Figura 11 – Computador e Soroban.. 85
Figura 12 – Curta: a primeira calculadora de bolso.. 86
Figura 13 – O uso da calculadora na resolução de expressões numéricas.............................. 87
Figura 14 – Ideias associadas às quatro operações... 91
Figura 15 – Quadrado mágico.. 92
Figura 16 – A institucionalização das Expressões Numéricas com as quatro operações........ 93
Figura 17 – A institucionalização das Expressões Numéricas com as quatro operações........ 94
Figura 18 – Expressões numéricas “completas” e contextualização...................................... 95
Figura 19 – Consequências da definição de potência... 96
Figura 20 – Consequências da definição de raiz quadrada de número natural....................... 96

QUADROS E TABELAS

Quadro 01 – Pesquisas realizadas entre 1997 e 2013 sobre o conteúdo de divisão nos anos iniciais do Ensino Fundamental.. 21
Tabela 1 – As duas coleções da 1ª e 2ª opção de Livros Didáticos de Matemática também adotadas por outras escolas públicas de Cuiabá-MT.. 66
Quadro 02 – Praxeologia Matemática de GOM1 presentes em LD1A e LD1B...................... 88
Quadro 03 – Praxeologia Matemática de GOM2 presentes em LD1A e LD1B...................... 97
Quadro 04 – Quadro complementar das técnicas utilizadas... 101

LISTA DE SIGLAS

CAPES – Coordenação de Pessoal de Nível Superior
CNLD – Comissão Nacional do Livro Didático
COLTED – Comissão do Livro Técnico e do Livro Didático
CONPEDUC – Congresso de Pesquisa em Educação
EBRAPEM – Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática
FAE – Fundação de Assistência ao Estudante
FENAME – Fundação Nacional de Material Escolar
FNDE – Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação
GRUEPEM – Grupo de Estudos e Pesquisas em Educação Matemática
IE – Instituto de Educação
IES – Instituição de Ensino superior
INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
LD1A – Livro Didático 1, coleção A
LD1B – Livro Didático 1, coleção B
LDB – Lei de Diretrizes e Bases
MEC – Ministério da Educação e Cultura
PCN – Parâmetros Curriculares Nacionais
PLIDEF – Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental
PNLD – Programa Nacional do Livro Didático
PUC – Pontifícia Universidade Católica
SECADI – Secretaria de Educação Continuada, Alfabetização, Diversidade e Inclusão
SEMIEDU – Seminário Educação
TAD – Teoria Antropológica do Didático
UFCE – Universidade Federal do Ceará
UFMT – Universidade Federal de Mato Grosso
UFPR – Universidade Federal do Paraná
UFSC – Universidade Federal de São Carlos
UNIVATES - Unidade Integrada Vale do Taquari de Ensino Superior, Lajeado-RS

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO.. 14

1 **ESTUDOS INICIAIS**.. 20
1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.. 20
1.1.1 **Detalhamento e interpretação dos dados da revisão bibliográfica**........................... 22
1.2 O LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL... 25
1.3 DESENVOLVIMENTO DAS EXPRESSÕES NUMÉRICAS.. 28

2 **FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA**.. 34
2.1 AS EXPRESSÕES NUMÉRICAS.. 34
2.2 AS EXPRESSÕES NUMÉRICAS COMO PARTE DOS CONTEÚDOS ABORDADOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA... 35
2.3 ALGUMAS ABORDAGENS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA..... 36
2.3.1 **Resolução de Problemas**... 39
2.3.2 **Jogo**... 43
2.3.3 **Calculadora**... 45
2.4 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO.. 47
2.4.1 **Objetos ostensivos e não-ostensivos**.. 50
2.4.1.1 **Objeto ostensivo imagem**.. 51
2.4.2 **Elementos da Teoria Antropológica do Didático**... 52
2.4.2.1 **Organização praxeológica**... 53
2.4.2.2 **Organização matemática e organização didática**.. 55
2.4.2.3 **Avaliação de uma organização matemática**... 58

3 **PERCURSO METODOLÓGICO**.. 60
3.1 A PESQUISA 60
3.2 A ESCOLHA DAS COLEÇÕES.. 64
3.2.1 **Caracterização das Coleções**... 66
3.2.1.1 **A conquista da matemática, Coleção A**... 66
3.2.1.2 **Projeto Radix, Raiz do Conhecimento, Coleção B**... 68
3.2.2 **Critérios para seleção do conteúdo de expressões numéricas**.......................... 69
3.2.2.1 **Seleção do conteúdo – Livro Didático 1, Coleção A**....................................... 69
3.2.2.2 **Seleção do conteúdo – Livro Didático 1, Coleção B**....................................... 70

4 **UM ESTUDO DAS PRAXEOLOGIAS** 73
4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS.. 73
4.2 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DOS LIVROS DIDÁTICOS... 73
4.2.1 **Gênero de organização matemática 1 (GOM1) – Estudo do tema: conceito de Expressão Numérica**.. 75
4.2.1.1 **O que é uma Expressão Numérica** 75
4.2.1.2 **Avaliação das Organizações Matemáticas locais que compõem GOM1**............... 88
4.2.2 **Gênero de Organização Matemática 2 (GOM2) – Estudo do tema: Expressões Numéricas com as quatro operações**.. 91
4.2.2.1 **Expressões Numéricas com as quatro operações**.. 91
4.2.2.2 **Avaliação das Organizações Matemáticas locais que compõem GOM2**............... 98
CONSIDERAÇÕES FINAIS.. 102

REFERÊNCIAS.. 107

INTRODUÇÃO

Desde 1995, o MEC vem desenvolvendo ações que visam à melhoria da qualidade do livro didático. As ações voltadas para tal melhoria não são exclusivas do Governo. Sabemos que elas passam pelas mãos de professores, que por sua vez, conscientes de seu trabalho e responsabilidade devem ou deveriam ter levado em conta a análise de sua prática e aplicação, ouvindo os alunos ou a comunidade escolar como um todo.

O problema dessa pesquisa, no que diz respeito à adoção de livros didáticos, foi presente em minha prática docente, desde 1994, quando iniciei minhas atividades ministrando aulas das disciplinas de Matemática e Física nas escolas da rede pública. Tal problemática me incitou a questionar: de que forma é pensada a aplicabilidade do livro didático em sala? E a partir desta investigação, quais ações têm sido empreendidas no sentido de atingir o melhor aproveitamento possível? E mais especificamente, como são abordadas as expressões numéricas nos livros do 6º ano do Ensino Fundamental adotados pela EE Prof. Antônio Epaminondas[1]?

O questionamento a que me refiro decorre de minhas observações em dois momentos: 1) enquanto professor da disciplina e, 2) enquanto gestor escolar.

Concentrando-me inicialmente no primeiro caso, não tinha condição praticamente nenhuma de participar de escolha de livro didático, em face de muitos fatores, dos quais destaco:

- formação não relacionada e incompleta para o exercício da função docente;

- decorrente disso, desconhecimento de questões fundamentais de currículo, avaliação, metodologias de ensino e didática;

- descontinuidade no trabalho com as turmas e escola como um todo.

Assim, como contribuir de forma eficiente na escolha de um livro didático que atenda as expectativas do ensino e aprendizagem nessas condições? E, naturalmente, eu seria apenas um dentre tantos outros na mesma condição nos momentos de escolha.

Revendo tal a situação, percebi um “salto quântico” nos subsídios para uma melhor contribuição. Entretanto, concomitantemente, ainda faltava “algo mais”, que hoje,

[1] Desde o ano de 2010 a EE Prof. Antonio Epaminondas, de Cuiabá-MT, adotou o sistema de Ciclos de Formação Humana. Todavia, é mais usual a nomenclatura do Ensino Fundamental de nove anos nos livros didáticos. Assim, quando nos referimos ao 6º ano do Ensino Fundamental, referimo-nos, equivalentemente, à 3ª fase do 2º ciclo.

seguramente, atribuo a uma melhor investigação nas questões que envolvem o objeto e análise documental do Livro Didático.

Tais questões, que serão discutidas em seguida, baseiam-se principalmente, no processo histórico da adoção, legislação pertinente, participação social no processo de escolha, currículo e metodologia do ensino.

Para o segundo caso, minha experiência passa de agente direto para agente indireto, mas não menos responsável. Todavia, não nos ocupávamos na ocasião, apenas com a escolha de livros didáticos de matemática, mas de todas as disciplinas do ensino fundamental e médio – o que nos motivou ainda mais a discutir a questão, pois deparamos com situações de toda ordem. Algumas ponderadas e pertinentes: análise criteriosa de conteúdos, editora, autores, referências bibliográficas, abordagens históricas e contextualizadas, associação da obra com recursos de informática (sites, blogs, programas...); outras inusitadas e até cômicas: "este livro é muito grosso e pesado", "quase não tem figuras – os alunos não vão gostar!", "os exercícios são complexos, não vou conseguir explicar e os alunos não têm condições de aprender".

A Matemática é uma disciplina considerada difícil por muitos alunos, quando os ouvimos a respeito. O fracasso em relação à aprendizagem da matemática "acaba sendo explicado como natural face à complexidade desta área de conhecimento" (FERNANDES; CALEJÓN, 2006, p. 1).

Embora a metodologia utilizada pelo professor desempenhe um papel importante no processo de ensino-aprendizagem, a culpa pelo fracasso na disciplina, geralmente, é alocada no próprio aluno e admitida por ele, quando afirma, por exemplo: "não sou bom em matemática". Desta forma, entre as responsáveis pelas reprovações e exclusões no sistema escolar está a disciplina de Matemática.

Enfim, além dos apontamentos anteriores, destaco mais dois que consideramos relevantes para o nosso trabalho: alunos de turmas de 6º ano.

Este período é marcado por uma ruptura com algo que eles já estavam acostumados, que é um ou poucos professores em sala trabalhando todas as disciplinas e um foco voltado ao trabalho docente com crianças. E a escolha dessa faixa etária me remete àquele período em que minha primeira aula na 5ª série (que na época do ensino fundamental seriado corresponderia hoje ao 6º ano) foi de língua portuguesa, quando a então Professora Elza Barbosa entrou em sala e eu a chamei de "tia Elza", recebendo a reprovação de meus colegas. Tanto minha própria ruptura, quanto a dos meus colegas, pelo menos no aspecto emocional, foi de forma brusca.

Um segundo aspecto, que penso ser de extrema relevância científica à aprendizagem matemática é como a abordagem do conteúdo em foco é tratada, uma vez que a partir dela virá a construção de toda uma fundamentação à álgebra, muitas vezes considerada um "divisor de águas" desta disciplina. Assim, muitas vezes um alicerce mal construído, mal abordado e contextualizado pode ser a razão das tantas aversões por parte dos alunos, que presenciamos em nossa prática.

Então, como o professor encara e trabalha esta abordagem, relacionada à escolha do livro didático?

Todas estas experiências relatadas foram contribuindo para meu crescimento como profissional da educação. Então, em 2011 decidi elaborar um anteprojeto que tivesse como foco o livro didático de matemática e me candidatar ao curso de Mestrado em Educação na Universidade Federal de Mato Grosso (UFMT).

Já como mestrando do Instituto de Educação/UFMT em 2012, participando das discussões nas disciplinas com a orientadora, co-orientador e demais colegas, decidimos pesquisar o conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos destinados ao 6º ano do Ensino Fundamental. Desde então, o conteúdo das expressões numéricas voltou a fazer parte da minha vida, mas agora como pesquisador.

O interesse em analisar o conteúdo das expressões numéricas em livros didáticos de matemática iniciou pelo fato de que este tema é, em parte, o que poderíamos chamar de introdução à álgebra – "uma das grandes vilãs da matemática", conforme relatado anteriormente. Este material didático/recurso pedagógico também serve como veículo de divulgação do saber escolar e pode contribuir para o processo de ensino e aprendizagem destinado à grande parte do contingente educacional.

Outro aspecto que aguçou ainda mais meu olhar para essa temática, se deve ao fato de que constatei poucas pesquisas referentes às expressões numéricas com números naturais abordadas em livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, dado este obtido por meio de levantamento realizado no banco de teses e dissertações localizado no site da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, e que consta na Revisão Bibliográfica desta dissertação.

Tendo presente tal realidade, pretendo responder na investigação o seguinte problema: *Como o conteúdo de expressões numéricas*[2] *com números naturais é abordado nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental?*

[2] O termo "expressões numéricas" refere-se em todo o contexto deste trabalho às expressões com números naturais, técnica ou modo de cálculo aritmético abordada pelos livros didáticos estudados na pesquisa.

Atualmente, temos no mercado brasileiro grande quantidade de coleções de livros didáticos destinados a todos os níveis escolares. Mesmo considerando as coleções do Ensino Fundamental, teríamos um número razoável para ser estudado, o que tornaria um trabalho difícil de ser realizado durante o mestrado, cuja duração é de dois anos para desenvolver a pesquisa. Diante disso, optamos por identificar nas escolas públicas estaduais do município de Cuiabá-MT, quais coleções foram mais escolhidas pelas escolas que atendem os anos finais do Ensino Fundamental. Em seguida, por ser lotado na EE Prof. Antonio Epaminondas, ter uma proximidade e liberdade de trabalho naquela Unidade Escolar focamos nosso estudo na referida escola, centrados em seus livros adotados para o triênio 2011-2013. É importante ressaltar que esta Escola é uma das integrantes do Projeto Observatório de Matemática (UFMT)[3], onde seus discentes e docentes em Matemática são participantes efetivos, juntamente com toda uma equipe de graduandos em Licenciatura Plena em Matemática, Mestrandos e uma doutoranda do IE/UFMT.

Portanto, apresento como objetivo geral *investigar a abordagem do conteúdo de expressões numéricas explicitados nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT para o triênio 2011-2013.* A base teórico-metodológica da pesquisa foi a Teoria Antropológica do Didático - TAD, mais especificamente as praxeologias propostas por Chevallard (1999), que por meio do estudo da organização matemática foquei na análise dos tipos de tarefas e técnicas que contemplam o conteúdo das expressões numéricas.

A partir de tal consideração, expressa na questão proposta anteriormente e decorrente do objetivo geral, me propus a alcançar os seguintes objetivos específicos:

· Caracterizar como o conteúdo das expressões numéricas é introduzido nos livros didáticos selecionados;

· Verificar se os significados das expressões numéricas são contemplados pelos autores ao desenvolverem este conteúdo nos livros didáticos selecionados;

· Realizar uma análise praxeológica referente ao conteúdo das expressões numéricas de cada um dos livros das coleções selecionadas.

---

[3] O Programa Observatório da Educação, resultado da parceria entre a Capes, o INEP e a SECADI, foi instituído pelo Decreto Presidencial nº 5.803, de 08 de junho de 2006, com o objetivo de fomentar estudos e pesquisas em educação, que utilizem a infraestrutura disponível das Instituições de Educação Superior – IES e as bases de dados existentes no INEP. O programa visa, principalmente, proporcionar a articulação entre pós-graduação, licenciaturas e escolas de educação básica e estimular a produção acadêmica e a formação de recursos pós-graduados, em nível de mestrado e doutorado. IES que estão envolvidas: UFMT, Cuiabá-MT, UNEMAT, Barra do Bugres-MT e UNESP, Ilha Solteira-SP.

Para responder o problema de pesquisa optei por analisar dois volumes de duas coleções de Livros Didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental[4].

A pretensão, com os objetivos supracitados, é complementar e respaldar a busca pela resposta para o problema em questão.

Assim, considerando as diferentes formas de abordar o conteúdo das expressões numéricas, organizei a análise dos volumes “A conquista da Matemática” (coleção A) e “Projeto Radix” (coleção B) por meio da Teoria Antropológica do Didático TAD, da qual destacamos a organização didática contemplada com os elementos de abordagem resolução de problema, a organização matemática, na qual apresentamos os tipos de tarefas e técnicas. A presente dissertação procura expor os resultados de nossa investigação, bem como os caminhos percorridos para tal. A editora colaborou prontamente com o fornecimento do material para esta pesquisa, bem como as professoras que trabalham a disciplina na escola.

A estruturação do trabalho está dividida em quatro capítulos, os quais explicito sucintamente a seguir.

No Capítulo 1, **Estudos Iniciais**, disponibilizei os estudos preliminares, em que constam dados sobre uma revisão bibliográfica realizada referente às pesquisas relacionadas ao conteúdo das expressões numéricas no 6º ano do Ensino Fundamental, com base no banco de teses e dissertações da CAPES, uma breve perspectiva histórica do livro didático no Brasil e um histórico do conteúdo das expressões numéricas.

No Capítulo 2, **Fundamentação Teórica**, procurei delinear a fundamentação teórico-metodológica de nossa pesquisa. Também neste capítulo trazemos considerações sobre expressão numérica com os números naturais nos Parâmetros Curriculares Nacionais (1998) – Matemática e os elementos de abordagem resolução de problemas, jogo e calculadora. Finalizamos o capítulo com o referencial da Teoria Antropológica do Didático proposta por Chevallard (1999).

No Capítulo 3, **Percurso Metodológico**, discorri sobre a metodologia de nossa pesquisa, as características e os critérios para a seleção das coleções de livros didáticos, como também os critérios de seleção quanto ao conteúdo das expressões numéricas com números naturais a ser analisado.

No Capítulo 4, **Um Estudo das Praxeologias**, apresento a análise referente às praxeologias didática e matemática. Na praxeologia didática destacamos a resolução de

[5] Um dos critérios adotados para focarmos nosso estudo nas coleções “A Conquista da Matemática” e “Projeto Radix” se deve ao fato destas coleções serem a 1ª e 2ª opção, respectivamente, dos livros didáticos adotados pela EE Prof. Antonio Epaminondas, unidade na qual sou lotado como professor efetivo da disciplina da rede estadual de ensino.

problemas e o uso da calculadora. Na praxeologia matemática, foquei os tipos de tarefas e as técnicas, presentes no conteúdo de expressões numéricas com números naturais.

Finalizei a pesquisa com algumas considerações que acredito ser relevantes e alguns apontamentos referentes à como o conteúdo de expressões numéricas com números naturais é abordado nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental.

1 ESTUDOS INICIAIS

Disponibilizo neste capítulo um panorama de pesquisas referentes ao conteúdo de expressões numéricas e livros didáticos de Matemática do Ensino Fundamental, por meio do site da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - CAPES. Apresento ainda, uma breve história do livro didático no Brasil e finalizo o capítulo com um contexto histórico do conteúdo matemático de expressões numéricas na relação com seu ensino.

1.1 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Ao definir o objeto de estudo da pesquisa uma das primeiras atividades que realizei foi um levantamento para identificar e discutir as produções de teses e dissertações sobre o conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos de Matemática no Brasil. As produções foram relativas às pesquisas defendidas a partir do ano de 1997 até o ano de 2013, período este, em que os resumos das pesquisas foram disponibilizados pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – CAPES, no Banco de Teses e Dissertações.

As informações sobre as produções são fornecidas diretamente à CAPES pelos programas de Pós-Graduação, que se responsabilizam pela veracidade dos dados.

Como não encontrei pesquisas que abordam exclusivamente a temática “expressões numéricas com números naturais em livros didáticos de matemática no 6º ano do Ensino Fundamental” pelo título, decidi ampliar o foco para o conteúdo de expressões numéricas do Ensino Fundamental e assim, encontrei vinte e uma pesquisas, entre elas quatro teses de doutorado e dezessete dissertações de mestrado.

Após o levantamento de dados elaborei o estudo inicial, a partir de leituras de textos, artigos, dissertações e teses que se referem ao livro didático e/ou expressões numéricas. A revisão bibliográfica de dissertações e teses apontou que apenas seis trabalhos tratam de alguma forma o assunto do referente tema em estudo, sendo que dois deles não aprofundaram especificamente no tema “expressões numéricas”, mesmo porque, não era o objetivo principal daquelas pesquisas.

O levantamento me fez perceber que poucos estudos sobre o conteúdo de expressões numéricas em Livros Didáticos de Matemática foram realizados no Brasil. Apontou também que a maior parte das pesquisas realizadas está relacionada às práticas pedagógicas, poucas delas consideram o livro didático de matemática um dos recursos mais utilizados no processo de ensino e aprendizagem como objeto de estudo.

Relacionei num quadro (Quadro 1) as pesquisas realizadas entre os anos de 1997 e 2013 sobre o conteúdo das expressões numéricas do Ensino Fundamental. Utilizei a letra M para dissertação de Mestrado. Na primeira coluna, os números ao lado de cada letra correspondem à sequência cronológica das pesquisas.

Quadro 1 - Pesquisas realizadas entre 1997 e 2013 sobre o conteúdo de expressões numéricas no Ensino Fundamental.

	Ano	**Pesquisa**	**Título**	**Autor (a)**	**Orientador (a)**	**Instituição**
M1	2004	Mestrado em Educação Matemática	"Relações Lógicas estabelecidas por alunos de uma Quarta Série do Ensino Fundamental"	Cecilia Aparecida Virgilio de Oliveira	Janete Bolite Frant	PUC/SP
M2	2008	Mestrado Profissional Educação Matemática	"O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso"	Percio Jose Soares	Sandra Maria Pinto Magina	PUC/SP
M3	2009	Mestrado em Educação Matemática	"O ensino e aprendizagem de expressões numéricas para 5ª série do Ensino Fundamental com a utilização do jogo CONTIG 60"	Graziele Cristine Moraes da Silva	Maria Jose Ferreira da Silva	PUC/SP
M4	2010	Mestrado Profissional Ensino de Ciências Exatas	"Alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas"	Dilson Marcio Panichi Lopes	Marlise Heemann Grassi	UNIVATES

Fonte: O autor

Com base no Quadro 1 considerei que o estudo referente ao conteúdo das expressões numéricas se caracteriza com preocupações um tanto quanto isoladas, visto que as produções foram construídas em diferentes anos, em distintas instituições e sob orientação de diferentes doutores. Ressalto ainda, que não encontrei pesquisas cujo tema fosse consonante com o objeto de estudo no período de 2010-2013, embora tenha feito leituras de trabalhos publicados neste período.

1.1.1 Detalhamento e interpretação dos dados da revisão bibliográfica

Segui, em ordem cronológica, a interpretação das pesquisas, iniciando pela defendida em 2004 e finalizando com a de 2010 conforme os dados apresentados no Quadro 1.

M1

Em concordância com a revisão bibliográfica, a primeira pesquisa encontrada, que aborda a temática das expressões numéricas, foi a de Cecilia Aparecida Virgilio de Oliveira, cujo objetivo foi estudar a produção de relações numéricas por alunos da quarta série do ensino fundamental, em uma escola pública do município de São Paulo.

Segundo a autora, diversos trabalhos, como os de Gimenez & Lins, Kamii e Franchi revelam a necessidade de se estabelecer relações entre os números, de se identificar significado para os números e operações como uma forma flexível de resolver problemas. Essa flexibilidade pode ser buscada por meio da interação entre domínios aritméticos e geométricos. Para tanto, foram aplicadas uma série de atividades que mobilizaram processos de contagem, noção de unidade, relações quantitativas, interadas pela geometria, particularmente pelo uso das noções de perímetro e área como ferramentas, segundo os elementos de didática, ferramenta-objeto e interação de domínios, desenvolvidos por Douady.

Um confronto entre a noção de grandezas lineares e bilineares por variações ocorridas nos lados do retângulo, no seu perímetro e na sua área as quais segundo Rogalski possuem profunda relação com as estruturas aditivas e multiplicativas. A análise dos dados e registros tomados permitiu concluir que os alunos estabeleceram inicialmente relações quantitativas, como a de parte-todo, uno e múltiplo estabelecendo sentido para as relações numéricas na formação de expressões aritméticas. Assim, atividades de composição e decomposição de figuras retangulares incidiram sobre a relação parte-todo, uno e o múltiplo tanto na formação de novas unidades como na formação de relações numéricas. Os resultados obtidos mostraram que com a produção de relações numéricas os alunos deram sentido para as expressões, apresentaram autoconfiança e flexibilidade nas respostas apresentadas.

Ao ler esta dissertação, percebemos que o objetivo está mais relacionado às práticas dos professores do que propriamente ao livro didático. Todavia, houve uma parte da pesquisa que retratou conceitos, exemplos e análise de alguns livros didáticos.

M2

A dissertação com o tema "O jogo como recurso didático na apropriação dos números inteiros: uma experiência de sucesso", de Percio Jose Soares, teve por objetivo investigar a potencialidade de se reintroduzir os números inteiros negativos, a partir de uma intervenção de ensino pautada em resolução de problemas, utilizando jogos como recurso didático e, também, verificar a compreensão dos alunos sobre as operações (adicionar e subtrair) com números inteiros positivos e negativos, a partir do trabalho realizado com o livro didático adotado na escola na qual realizamos a pesquisa.

A pesquisa, de caráter intervencionista foi realizada com alunos de três classes de sétimo ano do Ensino Fundamental, de uma escola particular de São Paulo. A pesquisa de campo foi dividida em duas etapas: aplicação dos instrumentos diagnósticos (pré e pós-testes) e aplicação da intervenção de ensino, com uso do jogo Perdas e Ganhos e do Jogo das Argolas Surpresa.

Do ponto de vista teórico, o autor apoiou-se nas ideias de Jean Piaget, Lino de Macedo, Cecília Kimura, Julia Borin, Lara e Murcia, sobre jogos e aquisição de conhecimento.

Quando o autor analisou os resultados, verificou que os grupos pesquisados apresentaram maior dificuldade na resolução de expressões numéricas que envolviam os números inteiros negativos.

Quanto à intervenção de ensino, o pesquisador observou que os jogos podem contribuir para a aprendizagem significativa dos números inteiros negativos. Isto possibilitou a compreensão das ideias das operações de adição e subtração de forma concreta por meio das inúmeras relações estabelecidas entre aluno x jogo, aluno x colegas e aluno x pesquisador em um contexto de resolução de problemas.

Os jogos não foram abordados diretamente na pesquisa, porém ao tratar do uso da calculadora e resolução de problemas tive uma contribuição particular ao estudo feito.

M3

A pesquisa de Graziele Cristine Moraes da Silva foi a que mais me chamou a atenção e motivou nesta etapa inicial de elaboração da dissertação, pois teve por objetivo investigar a apropriação da expressão numérica por alunos de 5ª série do Ensino Fundamental, a partir de conversões de Registros de Representação Semiótica.

Em seu trabalho, a autora abordou os registros: material, língua natural e numérica, com a realização do tratamento aritmético, tendo como ferramenta o jogo Contig 60®.

O referencial teórico utilizado foi a Teoria das Situações Didáticas de Guy Brousseau e o Registro de Representação Semiótica de Raymond Duval. Sua investigação foi qualitativa e, como método, adotou-se alguns pressupostos da Engenharia Didática.

A sequência didática foi elaborada para permitir a interação dos sujeitos com as atividades, sem ser necessário o uso de regras para a resolução das situações-problema. Para isso, foi utilizado o jogo de estratégia Contig 60®, pois ele tem como característica desenvolver o raciocínio e estimular o questionamento. A pesquisadora ressalta a importância do ensino de Matemática com o uso de jogos, porque, ao jogar, o aluno não se preocupa com o erro e sim em participar da atividade, além disso, pode, muitas vezes, desempenhar o papel de pesquisador na construção do conhecimento. Após a intervenção com o jogo de estratégia Contig 60®, foi observado que os sujeitos aprimoraram o conhecimento em relação às expressões numéricas e passaram a utilizá-las como uma ferramenta para modelar as situações-problema, além de realizarem os tratamentos e conversões propostas de modo satisfatório.

M4

O estudo feito por Dilson Marcio Panichi Lopes registra o desenvolvimento de uma pesquisa/intervenção que teve como objetivo analisar as possibilidades de construir conceitos matemáticos referentes a expressões numéricas, através da organização de estratégias de ensino que considerassem as vivências dos alunos e permitissem estabelecer amplas relações entre os conteúdos curriculares e o cotidiano, sem abandonar a cientificidade e o compromisso formal com o componente curricular.

Os participantes foram alunos matriculados na sexta série de uma escola da rede municipal da cidade de Rio Pardo-RS, residentes em zona rural e filhos de agricultores da região fumageira e pequenos pecuaristas.

O planejamento da proposta apoiou-se nos princípios da Teoria da Aprendizagem Significativa - a partir da interpretação de autores como Moreira (1999, 2000) e Praia (2000) - e o desenvolvimento das atividades constituiu um ir-e-vir entre a prática pedagógica, as realidades do contexto e as orientações teóricas.

As informações foram obtidas no decorrer do desenvolvimento da proposta através de registros, de produção individual e coletiva de materiais e de relatos orais.

As informações foram analisadas à luz dos referenciais teóricos e das marcas culturais e sociais que interferem nas concepções e perspectivas dos educandos sobre a Matemática como componente curricular e de vida. As evidências de aprendizagens conceituais, procedimentais e atitudinais observadas no decorrer das diferentes atividades, permitiram perceber a pertinência das orientações da Teoria da Aprendizagem Significativa na promoção de um ensino diferenciado, contextualizado e transformador, sem excluir referenciais históricos, legais, culturais, sociais e educativos que compõem o conjunto de conhecimentos de um educador em constante formação.

Embora não tratar de um estudo diretamente ligado ao Livro Didático, consegui extrair contribuições ao desenvolvimento da temática aqui abordada, principalmente no que diz respeito à contextualização das expressões numéricas.

Por meio do levantamento bibliográfico percebi a preocupação de pesquisadores com a educação matemática, a formação de professores e as práticas pedagógicas atuantes na intenção de promover o processo de ensino e aprendizagem. Porém, a panorâmica deste estudo indica que a estreita relação entre livro didático com professores e alunos ainda tem muitos e novos caminhos a serem estudados. Considero de suma importância estar a par, mesmo que de uma parte, dos estudos e pesquisas já realizados referentes ao conteúdo das expressões numéricas com números naturais e a livros didáticos de Matemática nos anos iniciais do Ensino Fundamental, até porque, tal conteúdo é abordado nesses livros, que é fornecido a todas as escolas públicas de nosso país.

Levando em consideração que o professor é o mediador entre os conteúdos e conceitos presentes no livro didático, justifica-se o desenvolvimento de pesquisas que também se preocupam com a formação e prática dos professores atuantes nas salas de aula. Não são raras afirmações do tipo “nada adianta ter um bom livro didático se não souber utilizá-lo”. Porém, um mau livro em boas mãos pode-se até tornar-se um bom recurso.

Desse modo, a revisão bibliográfica inicial apontou aspectos relevantes, inclusive com relação às práticas docentes. Sabemos que antes de chegar às mãos de professores e alunos, o livro didático passa por todo um processo de análise, porém, quem tem a opção de escolher o livro didático que mais se aproxima da realidade e necessidades escolares da escola, é o professor.

1.2 O LIVRO DIDÁTICO NO BRASIL

> Livros que informam;
> Livros que formam ou pretendem formar;
> Livros que movem ou comovem.
> (OLIVEIRA, 1986, p. 13)

Há algumas décadas, o livro didático tem sido objeto de debates e análise. Segundo Oliveira (1986, p. 11) a própria definição do que seja livro didático já o torna instigante. Segundo o autor, algumas pessoas argumentam que todo livro é ou pode ser didático.

Assim como Oliveira (1986), nesta pesquisa entendemos Livro Didático “como material impresso, estruturado, destinado ou adequado a ser utilizado num processo de aprendizagem ou formação”.

Além da importância do livro didático quanto aos seus aspectos pedagógicos e às suas possíveis influências na aprendizagem e no desempenho dos alunos, há a questão do "mercado" criado em torno do livro didático que faz dele uma respeitável mercadoria econômica. A influência dos custos desse material pode restringir as possibilidades de acesso de alguns de seus interessados no ambiente escolar. Oliveira considera também que,

> [...] o livro didático também é importante por seu aspecto político e cultural, na medida em que reproduz e representa os valores da sociedade em relação à sua visão da ciência, da história, da interpretação dos fatos e do próprio processo de transmissão do conhecimento (OLIVEIRA, 1984, p. 11).

Choppin realizou um estudo histórico a respeito dos livros didáticos e por meio deste mostra que os livros escolares podem admitir funções diversificadas, as quais podem modificar de acordo com o "ambiente sociocultural, a época, as disciplinas, os níveis de ensino, os métodos e as formas de utilização" (CHOPPIN, 2004, p. 553). De acordo com Choppin:

> Escrever a história dos livros escolares — ou simplesmente analisar o conteúdo de uma obra — sem levar em conta as regras que o poder político, ou religioso, impõe aos diversos agentes do sistema educativo, quer seja no domínio político, econômico, linguístico, editorial, pedagógico ou financeiro, não faz qualquer sentido (CHOPPIN, 2004, p. 561).

Os livros didáticos surgem no Brasil logo após o estabelecimento da imprensa[5], em 1808 com a vinda da família real portuguesa. Até então, toda e qualquer atividade de imprensa, seja publicação de jornais, livros ou panfletos era proibida, embora nas demais colônias europeias no continente a imprensa se fazia presente desde o século XVI. A partir da imprensa, os livros didáticos tornaram-se os primeiros a serem produzidos em série e, ao longo do tempo a concepção do livro como "fiel depositário das verdades científicas universais" foi se consolidando (GATTI JÚNIOR, 2004, p.36). Lopes (2000) acrescenta que:

> No Brasil, esta parceria foi permeada por reformas oficiais e por movimentos de atualização do ensino, pelas políticas educacionais, particularmente no campo do livro didático, e pela participação das editoras e autores nos programas estabelecidos pelo governo (LOPES, 2000, p.15).

O histórico do livro didático no Brasil, segundo Freitag (1993, p. 11) confunde-se com

---

[5] A imprensa brasileira nasceu oficialmente no Rio de Janeiro em 13 de maio de 1808, com a criação da Impressão Régia, hoje Imprensa Nacional, pelo príncipe-regente dom João.

a própria história política do país, com início por volta de 1930, por meio de uma sucessão de decretos, leis e medidas. Foi nesse período que se desenvolveu uma política brasileira educacional mais consciente, progressista que buscava o exercício da democracia e, com isso, o embasamento científico. Devido às políticas públicas brasileiras, o livro didático foi produzido a fim de atender a parcela carente que correspondia, e ainda corresponde, à maioria da população, com a intenção de compensar as desigualdades sociais.

Em 1929, o Estado cria o INL – Instituto Nacional do livro Didático, para legislar sobre políticas do livro didático, com a finalidade de abranger maior legitimação ao livro didático nacional. Nove anos mais tarde, o Estado institui a Comissão Nacional do Livro Didático (CNLD), estabelecendo sua primeira política de legislação e controle de produção e circulação do livro didático no País.

É consolidada a legislação sobre as condições de produção, importação e utilização do livro didático, restringindo ao professor a escolha do livro a ser utilizado pelos alunos, conforme definido no art. 5º, pelo decreto-lei nº 8.460, de 26/12/45, no ano de 1945. Onze anos mais tarde, o Ministério da Educação (MEC) faz um acordo com a Agência Norte-Americana para o Desenvolvimento Internacional (USAID) que permite a criação da Comissão do Livro Técnico e Livro Didático (COLTED), com o objetivo de coordenar as ações referentes à produção, edição e distribuição do livro didático. O acordo assegurou ao MEC recursos suficientes para a distribuição gratuita de 51 milhões de livros no período de três anos. Ao garantir o financiamento do Programa pelo governo, a partir de verbas públicas, o mesmo obteve continuidade.

Em 1970, o Ministério da Educação implementou o sistema de coedição de livros com as editoras nacionais, com recursos do Instituto Nacional do Livro (INL) e em 1971, o INL passa a desenvolver o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF), assumindo as atribuições administrativas e de gerenciamento dos recursos financeiros até então a cargo da COLTED. Neste mesmo ano, o convênio MEC/USAID é encerrado.

Posteriormente, em 1976, o governo assume a compra de boa parcela dos livros para distribuir a parte das escolas das unidades federadas. Com a extinção do INL, a Fundação Nacional do Material Escolar (FENAME) torna-se responsável pela execução do Programa do Livro Didático. Os recursos provêm do Fundo Nacional de Desenvolvimento da Educação (FNDE) e das contrapartidas mínimas estabelecidas para participação das Unidades da Federação. Devido à insuficiência de recursos para atender a todos os alunos do Ensino Fundamental da rede pública, a grande maioria das escolas municipais é excluída do programa.

Somente em 1983, a FENAME é substituída pela Fundação de Assistência ao Estudante (FAE). Nesse período a FENAME incorpora o PLIDEF e é proposta a participação dos professores na escolha dos livros e a ampliação do programa, com a inclusão das demais séries do Ensino Fundamental.

Em 1985, o Programa do Livro Didático para o Ensino Fundamental (PLIDEF) dá lugar ao Programa Nacional do Livro Didático (PNLD), que traz diversas mudanças, como:

· Indicação do livro didático pelos professores;

· Reutilização do livro, implicando a abolição do livro descartável e o aperfeiçoamento das especificações técnicas para sua produção, visando maior durabilidade e possibilitando a implantação de bancos de livros didáticos;

· Extensão da oferta aos alunos de 1ª e 2ª série das escolas públicas e comunitárias;

· Fim da participação financeira dos estados, passando o controle do processo decisório para a FAE e garantindo o critério de escolha do livro pelos professores.

Em 1996, inicia o processo de avaliação pedagógica dos livros inscritos para o PNLD 1997, que é aplicado e aperfeiçoado até hoje.

Dentre tantas mudanças, percebe-se o quanto esse material é instigante e é nos Livros Didáticos que se materializa o nosso objeto de estudo: a forma como é abordado o conteúdo das expressões numéricas.

1.3 DESENVOLVIMENTO DAS EXPRESSÕES NUMÉRICAS

Quem gosta de resolver expressões numéricas? Se essa pergunta fosse feita hoje em uma sala de aula do ensino fundamental certamente teria uma minoria de respostas afirmativas.

A realidade em questão deve-se ao fato de que as expressões numéricas representam, para grande parte dos alunos, exercícios cansativos e sem significado, em que é preciso ter o domínio de muitas regras e utilizá-las corretamente para encontrar o resultado. Mas, o que é uma expressão numérica e qual é o significado da resposta?

De forma bem simples, podemos dizer que uma expressão numérica expressa, traduz ou descreve matematicamente uma situação. Essa descrição envolve números, associados por operações, que podem ou não estar agrupados por meio de sinais de associação, quais sejam, parênteses, colchetes e chaves.

No que se refere às quatro operações, resolve-se, na ordem em que aparecem, primeiramente multiplicações e divisões e, depois, adições e subtrações. Em se tratando dos sinais de associação, deve-se eliminar parênteses, colchetes e chaves, nesta ordem.

O resultado da expressão numérica é a resposta a uma pergunta que envolve o problema em questão.

Seja, por exemplo, a situação-problema: "*Qual foi a mesada do menino Jean, se sua mãe lhe deu uma nota de R$ 10,00 e seu pai lhe deu 4 notas de R$ 5,00 ?*" (RIBEIRO, 2010, p. 53).

Uma forma de traduzir matematicamente essa situação é por meio da expressão

$$\boxed{10+4 \times 5=30}$$

Dentro desse contexto, na resolução da expressão, fica claro que a primeira operação a ser realizada é a multiplicação, 4 x 5 = 20, visto que a mesma representa o agrupamento das cédulas de 5 reais. A adição realizada em seguida, 10 + 20 = 30, responde a pergunta inicial: "*Qual foi a mesada do menino Jean*?", cuja resposta faz sentido.

Porém, se a mesma expressão matemática estivesse desvinculada de um contexto, poderia gerar uma resposta absurda, 70, caso fosse efetuada a adição antes da multiplicação, ou seja, 10 + 4 = 14 e 14 x 5 = 70. Sendo assim, o conhecimento do contexto em que uma expressão está inserida facilita, em muito, a sua resolução.

O êxito na resolução de uma expressão numérica está ligado ao domínio das regras de prioridade dos sinais de associação e da ordem na realização dos cálculos além, é claro, da destreza do aluno em operar com os números.

A ordem dos cálculos foi estabelecida por generalização a partir da análise de situações semelhantes entre si. Como no caso da mesada referido anteriormente, outros problemas similares envolvendo multiplicação e adição têm solução correta quando a multiplicação é realizada primeiramente. Com relação aos sinais de associação, Lorenzi; Chies (2007) enfatizam que o uso desses símbolos é uma convenção aceita por todos os matemáticos.

De acordo com os registros históricos, o sinal de parêntese apareceu, pela primeira vez, numa obra de Nicolo Tartaglia, em meados do ano de 1500. Em seguida, Rafael Bombelli apresentou os colchetes e, por volta de 1593, François Viète utilizou o sinal de chaves.

À medida que as técnicas de cálculo aritmético (expressões numéricas) foram evoluindo a matemática também se desenvolveu em diversos campos, como veremos a seguir. Todavia, as expressões numéricas, tais como as conhecemos hoje não "nasceram" dessa forma. Sua precursora fora a aritmética e a álgebra.

Portanto, foi trazido para a presente pesquisa considerações históricas e sucintas sobre ambas, sem nos aprofundarmos muito por não ser este nosso objetivo principal. Por outro lado, entendo que não devo deixar tais considerações de lado devido a inter-relação com o objeto de estudo.

O homem, na Antiguidade, vivia da caça, da pesca e de outros alimentos da natureza. Não havia, nesse momento, a preocupação em armazenar grandes quantidades de alimentos além das que necessitava para sua sobrevivência diária e de sua família. Embora não soubesse contar, a sensação numérica estava presente na medida em que a vida social ia evoluindo. Com o aumento da intensidade da vida coletiva entre os homens a contagem impõe-se como uma necessidade.

A importância da contagem evidencia-se quando o homem passa de nômade à produtor de seu alimento, como consequência do desenvolvimento da agricultura e da pecuária. Conforme Lanner de Moura et al (2004, p. 1), "o homem começa a organizar as quantidades e apreendê-las por meio da contagem". Ainda, com relação à contagem, continua a autora:

> As primeiras destas ações são desenvolvidas pela correspondência um a um através do auxílio do numeral-objeto. Aos poucos a linguagem escrita, bem como a representação escrita de quantidades é desenvolvida. Várias civilizações criam os seus sistemas de numeração (LANNER DE MOURA et al, 2004, p. 1).

Analisando a vida do homem primitivo, percebe-se que este já efetuava a adição ao fazer marcas em rochas, fazer talhes em madeiras ou ossos a quantidade de alimento que tivera caçado ou colhido naquele dia.

A palavra cálculo origina-se do latim *calculus* que significa pedra, pedrinha. Como vários povos utilizavam as pedras para a contagem, essa palavra veio a designar as operações aritméticas primárias, isto é, a adição, a subtração, a multiplicação e a divisão.

Segundo Davis (1992, p.1) o primeiro estágio da invenção dos números não serviu para fazer operações aritméticas e sim, para usar os algarismos apenas para memorização de quantidades e enumerações, sendo que os cálculos eram efetuados, com a utilização de recursos para contagem.

Com as pedras o homem iniciou a arte de calcular, e estas estão ligadas a “origem dos ábacos e dos contadores mecânicos, instrumentos estes que o homem inventou no dia em que precisou fazer cálculos cada vez mais complicados e que tanto usou quando ainda não dispunha do cálculo escrito por meio dos algarismos “arábicos’” (IFRAH, 1998, p. 117).

A história do cálculo aritmético iniciou com o uso das pedras e, a partir daí, passou pela utilização dos dedos, de barbante, talhas em madeiras e ossos, tábuas de contar e ábacos de cera, de pó ou de contas, até chegar à nossa numeração posicional atual.

A primeira calculadora é a mão humana, utilizada pelos povos ao longo dos tempos para contar e calcular. Porém, a mão atendia apenas como representação visual dos números e não para registrá-los e memorizá-los. Mais uma vez, o homem necessita de melhores recursos para a realização de cálculos e para os registros dos mesmos.

Foi a partir da criação do zero pelos hindus que o homem conseguiu realizar os cálculos sem mais precisar recorrer à mão ou ao contador mecânico. As técnicas do cálculo escrito atualmente são resultados de muitas outras maneiras de calcular, como na terra, na prancheta de madeira com areia ou pó e com giz em quadro negro (onde eram registrados os resultados parciais e por cima deles os intermediários), que por meio das simplificações das regras operatórias dos calculadores indianos, e posteriormente dos europeus, possibilitaram a técnica atual.

A partir do contato que os europeus estabeleceram com a cultura muçulmana, durante as cruzadas no século VI a XIII, em que parte do clero das cruzadas aprendeu o modo de calcular com desenhos na areia, com o uso do zero e sem o uso do ábaco – é que os algarismos arábicos, com o zero e as técnicas de cálculo escrito de origem hindu entraram na Europa (LANNER DE MOURA et al, 2004).

A história da álgebra começou no antigo Egito e Babilônia, onde situações-problema fizeram com que os “algebristas e geômetras” da época solucionassem equações lineares da forma $ax = b$ e quadráticas da forma $ax^2 + bx = c$, bem como equações indeterminadas, da forma $x^2 + y^2 = z^2$, em que várias incógnitas estão envolvidas.

Os antigos babilônios resolviam equações quadráticas de forma arbitrária por praticamente os mesmos procedimentos ensinados hoje. Do mesmo modo, eles também resolviam algumas equações indeterminadas.

Os matemáticos de Alexandria e Diofanto (algebrista grego, 250 – 166 a.C.) continuaram as tradições do Egito e da Babilônia, mas o livro de Diofanto, *Arithmética*, está em um nível muito mais elevado e dá muitas soluções surpreendentes para difíceis equações indeterminadas.

Este antigo conhecimento de soluções de equações, por sua vez, estabeleceu-se mais cedo no mundo islâmico, onde era conhecido como a "ciência da restauração e equilíbrio." (A palavra árabe para a restauração, al-jabru, é a raiz da palavra álgebra.).

No século IX, o matemático árabe Al-Khwarizmi (algebrista persa, 780 – 850 d.C.) escreveu um dos primeiros registros árabes algébricos, uma exposição sistemática da teoria básica das equações, com exemplos e provas (demonstrações).

Até o final do século IX, o matemático egípcio Abu Kamil (850 – 930 d.C.) tinha afirmado e provado as leis básicas e identidades da álgebra e resolvido problemas tão complicados como encontrar x, y, e z, tal que $x + y + z = 10$, $x^2 + y^2 = z^2$ e $xz = y^2$.

As civilizações antigas escreveram expressões algébricas utilizando apenas abreviaturas ocasionais, mas por vezes sinais medievais matemáticos islâmicos foram capazes de falar sobre os poderes arbitrariamente elevados do desconhecido e trabalhar a álgebra básica de polinômios (ainda sem usar o simbolismo moderno). Isto inclui a capacidade de multiplicar, dividir e encontrar raízes quadradas de polinômios, bem como um conhecimento do teorema binomial.

O matemático persa, astrônomo e poeta Omar Khayyam (1048 - 1131) mostrou como expressar as raízes de equações cúbicas por segmentos de linha obtidos pela intersecção de seções cônicas, mas não conseguiu encontrar uma fórmula para as raízes.

A tradução latina da álgebra de Al-Khwarizmi apareceu no século XII.

No início do século XIII, o grande matemático italiano Leonardo Fibonacci (1170 – 1250) alcança uma boa aproximação, próxima à solução da equação cúbica $x^3 + 2x^2 + cx = d$.

Fibonacci[6] tinha viajado por terras islâmicas. Ele provavelmente utilizou um método árabe de aproximações sucessivas.

No início do século XVI, os matemáticos italianos Scipione del Ferro (1465 – 1526), Niccoló Tartaglia (1500 – 1557) e Gerolamo Cardano (1501 – 1576) resolveram a equação cúbica geral em termos das constantes que aparecem na equação.

Girolamo Cardano (1501 – 1576) e Ludovico Ferrari (1522 – 1565), logo encontraram uma solução exata das equações de quarto grau e como resultado, os matemáticos para os próximos séculos tentaram encontrar uma fórmula para as raízes de equações de grau cinco ou superior. No início do século XIX, porém, o matemático norueguês Niels Abel (1802 – 1829) e o matemático francês Evariste Galois (1811 – 1832) provaram que não existe tal fórmula.

---

[6] Fibonacci (filho de Bonaccio), nasceu por volta de 1180 em Pisa e foi um dos matemáticos mais importantes da Idade Média. Seu nome tornou-se conhecido devido ao problema dos coelhos publicado no seu livro "Liber Abaci". Este livro foi um meio pelo qual a numeração hindu-árabe foi introduzida na Europa Ocidental. Escreveu também o livro "Practica Geometriae" em 1220.

> Um desenvolvimento importante em álgebra no século XVI foi a introdução de símbolos para o desconhecido e para as operações algébricas, dando-lhes “poderes”, ou seja, potencialidades de solução. Como resultado deste desenvolvimento, o Livro III, de La Géométrie (1637), escrito pelo filósofo e matemático francês René Descartes (1596 – 1650), parece muito com um texto de álgebra moderna (OLIVEIRA, 2010, p.42).

Talvez a contribuição mais significativa de Descartes para a matemática, no entanto, foi a descoberta da geometria analítica, que reduz a solução de problemas geométricos para a solução dos entes algébricos. Seu texto geometria também continha os fundamentos de um curso sobre a teoria de equações, incluindo a sua chamada regra dos sinais para a contagem do número de que Descartes chamou as raízes "true" (positivo) e "falso" (negativo) de uma equação.

Prosseguiram ao longo do século XVIII sobre a teoria de equações, mas em 1799 a prova foi publicada, pelo matemático alemão Carl Friedrich Gauss (1777 – 1855), mostrando que toda equação polinomial tem pelo menos uma raiz no plano complexo.

Na época de Gauss, a álgebra entrou na sua fase moderna. Muita atenção passou a ser dada a fim de se resolver equações polinomiais para estudar a estrutura de sistemas matemáticos abstratos cujos axiomas foram baseados no comportamento dos objetos matemáticos, como números complexos, que os matemáticos encontraram ao estudar equações polinomiais. Dois exemplos de tais sistemas são grupos algébricos e quaternions, que compartilham algumas das propriedades de sistemas numéricos, mas também se afastam delas em aspectos importantes.

Os *grupos* começaram como sistemas de permutações e combinações de raízes de polinômios, mas se tornaram um dos principais conceitos unificadores da matemática do século XIX.

No próximo capítulo disponibilizo a fundamentação teórica de nosso estudo no que se refere à operação de divisão, a divisão nos Parâmetros Curriculares Nacionais (2000), os elementos de abordagem de resolução de problemas, jogo e calculadora. Utilizei a Teoria Antropológica do Didático (1999), à qual remeti na análise mais especificamente nas praxeologias didática e matemática.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O objetivo deste capítulo é abordar as expressões numéricas com números naturais e sua estruturação a partir das operações matemáticas. Explicito também, como as expressões numéricas se apresentam nos Parâmetros Curriculares Nacionais – Matemática, e os elementos de abordagem resolução de problemas, jogos e calculadora. Apresento ainda, os fundamentos teóricos com embasamento na Teoria Antropológica do Didático de Chevallard (1999).

2.1 AS EXPRESSÕES NUMÉRICAS

A arte de ensinar é a arte
de acordar a curiosidade natural nas mentes jovens.
(Anatole France)

Nem todas as dificuldades encontradas na resolução de problemas ou cálculos matemáticos são relativas, pelo menos diretamente, ao assunto em estudo. Em alguns casos, existe uma evidente deficiência na explicação do conteúdo por parte do professor, em outros dificuldades de compreensão por parte do aluno. Há ainda, a nosso ver, outras questões que contribuem para tais dificuldades, muito bem fundamentadas por diversos pesquisadores da área: questões socioeconômicas, políticas e algumas características e uso do livro didático.

As expressões numéricas se mostram bastante úteis e necessárias para solucionarmos problemas cotidianos. Por meio do conhecimento das operações básicas da matemática, bem como da interpretação dos dados contidos nos problemas, podemos organizar o problema, extrair suas informações principais, convertê-lo a um modelo matemático e, por fim, efetuar os cálculos para a sua resolução.

Desse modo, não relego o ensino das expressões numéricas, mas entendo a importância do mesmo e endosso seu ensino no quinto e sexto anos do ensino fundamental.

A expressão numérica é uma ferramenta importante para utilização de calculadoras simples, tendo em vista a ordem das operações. Um exemplo disso é a situação-problema que citamos em nosso capítulo introdutório que, ao resolver a expressão numérica $10 + 4 \text{ x } 5$, se o aluno digitar nessa ordem, encontrará como resultado o número 70, visto que, na realidade, resolveu a expressão numérica $(10 + 4) \times 5$, quando deveria fazer primeiro a multiplicação e obter o resultado 30.

Uma expressão numérica é composta de alguns elementos que deverão ser observados atentamente antes do início de sua resolução. É importante também, antes de explorarmos os elementos em debate, chamar atenção para a ordem das operações matemáticas dispostas na expressão, ou seja, deveremos sempre resolver os produtos e os quocientes, conforme já discutimos anteriormente, para somente após operar com as adições e subtrações. Um pouco mais adiante detalharemos mais essa informação.

Em relação aos elementos de uma expressão, podemos destacar os parênteses ( ), os colchetes [ ], as chaves { }, os números e os símbolos de operação. Entre os parênteses, colchetes e chaves também existe uma sequência resolutiva a ser seguida. Primeiro resolvemos a parte interna dos parênteses, em seguida os colchetes e, logo após, as chaves. Ao concluirmos tal ordenação, nos restará uma expressão simples, contendo apenas o que chamamos de adição algébrica.

Portanto, como em todo o grande campo da matemática, deveremos sempre depositar o máximo de atenção ao lidarmos com os cálculos por ela propostos, pois ao desprezarmos a importância de um dos seus elementos de composição, estaremos fortemente propensos ao insucesso em sua correta resolução.

2.2 AS EXPRESSÕES NUMÉRICAS COMO PARTE DOS CONTEÚDOS ABORDADOS NOS LIVROS DIDÁTICOS DE MATEMÁTICA

De acordo com Arrais (2006), as expressões numéricas apresentam-se no sistema educacional desde a década de 30, no entanto esse conteúdo deixou de ser proposto e recomendado desde a reforma curricular de 1986.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais (BRASIL, 1998) não abordam especificamente o ensino das expressões numéricas, embora estejam presentes no livro didático e os docentes continuam a ensiná-las, demonstrando-nos que, de certa forma, esse conteúdo está presente nas salas de aula e faz parte do sistema educacional.

Compreendo as expressões numéricas como uma ferramenta que ajuda a modelar situações-problema, tornando suas resoluções mais simples porque permitem economia de esforço e tempo, além de minimizarem a incidência de erros, pois representam o problema de uma forma mais concisa, facilitando, inclusive, a ordem em que as operações devem ser efetuadas.

Todavia, as expressões numéricas não devem ser utilizadas ou pensadas somente como uma arte de regras, técnicas e números dentro de um ensino algorítmico. Entendemos, portanto, que além da abordagem técnica e tradicional, um livro didático deve contribuir e incentivar formas adicionais de se trabalhar o conteúdo em questão, a fim de que os alunos compreendam e empreguem as propriedades operatórias para um melhor aproveitamento em seu processo de ensino e aprendizagem.

É importante notar, por exemplo, quando os PCN apontam e desdobram seus objetivos, entendemos que ali estão implícitas as competências e habilidades que se esperam atingir no desenvolvimento dos conteúdos. Desta forma, percebemos o caráter de autonomia que é imputada ao professor para que este, no desenvolvimento de seu trabalho, desde a escolha do livro didático até sua prática efetiva em sala selecione e aborde os conteúdos de acordo com a vivência (realidade) e necessidades daquele público-alvo.

Assim, vejamos como são apresentados tais objetivos:

> Objetivo Geral do Ensino Fundamental: utilizar diferentes linguagens — verbal, matemática, gráfica, plástica, corporal — como meio para expressar e comunicar suas idéias, interpretar e usufruir das produções da cultura. Objetivo Geral do Ensino de Matemática: analisar informações relevantes do ponto de vista do conhecimento e estabelecer o maior número de relações entre elas, fazendo uso do conhecimento matemático para interpretá-las e avaliá-las criticamente. Objetivo do Ensino de Matemática para o Segundo Ciclo: identificar, em situações práticas, que muitas informações são organizadas em tabelas e gráficos para facilitar a leitura e a interpretação, e construir formas pessoais de registro para comunicar informações coletadas. (BRASIL, 1998, p. 48)

Os objetivos constituem o ponto de partida para se refletir sobre qual é a formação que se pretende que os alunos obtenham, que a escola deseja proporcionar e tem possibilidades de realizar, sendo, nesse sentido, pontos de referência que devem orientar a atuação educativa em todas as áreas, ao longo da escolaridade obrigatória. Devem, portanto, orientar a seleção de conteúdos a serem aprendidos como meio para o desenvolvimento das capacidades e indicar os encaminhamentos didáticos apropriados para que os conteúdos estudados façam sentido para os alunos. E, finalmente, devem constituir-se uma referência indireta da avaliação da atuação pedagógica da escola.

2.3 ALGUMAS ABORDAGENS PEDAGÓGICAS NO ENSINO DA MATEMÁTICA

Conhecer consideravelmente os conceitos e procedimentos matemáticos é de capital importância para que o professor desempenhe satisfatoriamente o papel de mediador entre o aluno e a disciplina. Ademais, o profissional que com ela trabalha, precisa, ainda, concebe-la como ciência que não trata de verdades infalíveis e imutáveis, mas como ciência dinâmica, sempre aberta à incorporação de novos conhecimentos (BRASIL, 2000, p. 36).

A função do professor é carregada de ações que não se resumem apenas a domínio de sala e de conteúdo programático. O cotidiano da docência nos exige destreza na tomada de decisões rápidas, lidar com situações imprevistas de maneira consciente e eventuais diferenças presentes entre os discentes. Há de se ressaltar ainda, a necessidade de se ter uma boa política de relações públicas com os pais, direção, demais professores, coordenação pedagógica a fim de desempenhar suas atividades satisfatoriamente.

Dentre as ações que os professores têm de desenvolver como parte de suas atribuições, como preparo das aulas, lidar com o elevado número de alunos por sala – que em muitos casos excede o determinado pela Secretaria de Educação, também existem situações que fogem ao seu controle. Citamos como exemplos más condições da estrutura física da escola, escassez de materiais didáticos e conflitos pessoais. Essas são algumas das dificuldades enfrentadas pelos profissionais da educação.

Os professores têm, ao longo de sua carreira, a missão de transformar o conhecimento matemático adquirido ao longo dos anos, seja enquanto acadêmico ou enquanto já profissional, em conhecimento escolar. O que o pensamento do teórico matemático expressa em sua obra (Livro Didático) em muitos casos é difícil ser compreendido e repassado aos alunos. E as *expressões numéricas* não constituem exceção neste sentido, pois em se tratando de uma das técnicas de cálculo aritmético, é de grande utilidade que o conhecimento de seu desenvolvimento e a sua aplicação sejam construídos de maneira clara para que os alunos possam se apropriar dela de forma conveniente.

Posto isso, a intenção é chamar a atenção para o pensamento comum que geralmente permeia a escola que o ensino precisa ser cópia fiel dos objetos científicos. É necessária essa transposição reconhecendo os obstáculos que envolvem o processo de construção dos procedimentos e conceitos a fim de que alguns aspectos da aprendizagem dos discentes sejam conhecidos pelo professor.

Transformar o saber científico em saber escolar naturalmente deve passar por saberes intermediários, de natureza cultural e social, cujas aproximações feitas por ambos os agentes envolvidos (professores e alunos) colaboram significativamente para a formação intelectual dos alunos.

Destarte, a plenitude do conhecimento só será alcançada se as situações iniciais que a originou forem diferentes das apresentadas no princípio. Em outras palavras, entendo que o conhecimento precisa ser descontextualizados e (re) contextualizados em diferentes situações, possibilitando assim, generalizações conscientes e transferidos a outros contextos.

Reiteradamente, ainda observo que a prática pedagógica[7] mais comum no ensino de Matemática tem sido a que o docente aborda oralmente o conteúdo, iniciando pelas definições, exemplos resolvidos, demonstração de propriedades, em seguida, apresenta exercícios de aprendizagem, fixação e aplicação, supondo que o aluno aprenda pela repetição. Desse modo, ele (professor) considera que uma repetição correta caracteriza a aprendizagem.

Inclui-se também em sua tarefa como professor-avaliador conduzir seus alunos a ter ciência de seus avanços, deficiências e alternativas para poderem reordenar suas ações frente ao processo de aprendizagem.

Destacamos duas interações que desempenham um importante papel no desenvolvimento das habilidades de cognição, emocionais e inclusão social: a interação que deve ocorrer entre professor e aluno e a interação entre alunos. Geralmente, é mais explorado o lado afetivo de tais interações dando-se menos importância à sua potencialidade quanto aos aspectos da construção do conhecimento. Buscando a compreensão de outras formas de lidar ou resolver determinada situação, possivelmente o aluno ampliará seu entendimento das noções matemáticas envolvidas.

Portanto, trabalhar em conjunto, favorece o aprimoramento de capacidades, tais como:

. saber expor o seu pensamento e procurar compreender o pensamento de outrem;;

. ter a percepção que além de buscar a solução para uma determinada proposição deve colaborar para resolvê-la e chegar a um entendimento comum;

. debater sobre suas dúvidas;

. internalizar soluções adicionais;

. ampliar e reorganizar a compreensão sobre os conceitos presentes nas situações e assim, aprender;

. pressupor que as soluções de outros colegas talvez fazem sentido e insistir na construção de suas próprias ideias.

Tais aprendizagens só serão possíveis na medida em que o professor propiciar um ambiente que estimule o aluno a comparar, discutir, criar, revisar, perguntar e amprimorar ideias.

---

[7] Entendemos por prática pedagógica do professor as atitudes do mesmo no que se refere ao trabalho em sala de aula, suas escolhas e procedimentos para o desenvolvimento das atividades curriculares.

Trabalhando essas relações nos ciclos finais do Ensino Fundamental o professor precisa considerar que os alunos nessa faixa etária atuam mais coletiva do que individualmente e, justamente devido a isso, o diálogo direto com determinado aluno é mais difícil de se ter, principalmente em público, diante de outros alunos. Tal constatação impõe ao professor uma compreensão profunda das mudanças pelas quais eles estão passando, além da disposição em perseverar e criar as situações de ensino de modo a garantir suas participações e interesses.

Quanto aos conhecimentos didáticos, os professores e – por extensão, autores de obras didáticas, demonstram uma atitude de segurança em melhorar a sua formação no que diz respeito à formação continuada. Ponte et al (2001, p. 21) resume em algumas frases o grande problema enfrentado em relação ao abandono das questões relativas a didática:

> Desde que as aulas corram bem e o professor se sinta a controlar a situação, não há razão para experimentar dificuldades. Isso não significa que os objetivos curriculares fundamentais estejam a merecer a devida atenção, que as tarefas propostas aos alunos sejam as mais relevantes e que os modos de trabalho usados sejam os mais adequados [...] A aparente invisibilidade das questões respeitantes à esfera da didática é, ela própria, um problema a merecer atenção.

Por fim, os professores que apresentam um amplo conhecimento do conteúdo que irão ensinar na Educação Básica conseguem colocar em prática uma das características do conhecimento curricular do objeto de estudo. Por apresentarem um amplo conhecimento do currículo matemático elementar, os professores são capazes de "caminhar" entre os conteúdos, não ficando restritos aos assuntos que devem ser trabalhados em um determinado nível escolar, se sentindo a vontade para rever conceitos em momentos oportunos.

2.3.1 Resolução de Problemas

De acordo com algumas leituras de textos e artigos constatei que o tema "resolução de problemas" recebeu maior atenção por parte de educadores e até pesquisadores matemáticos somente nos últimos anos.

George Polya (1887–1985), autor do clássico livro: "A Arte de Resolver Problemas", publicado pela primeira vez em 1944 em língua inglesa foi um dos primeiros a pesquisar o tema "resolução de problemas", em cuja obra o autor recomenda caminhos para se desenvolver certas habilidades na resolução dos mesmos. Segundo o autor, para se resolver um problema matemático, quatro etapas devem ser seguidas: a compreensão do problema; a elaboração de um plano de resolução; a execução do plano e uma última etapa denominada retrospecto ou exame da solução produzida.

A maioria dos problemas apresentados na obra de G. Polya é mais adequada para o nível de Ensino Médio ou Superior. As propostas e ideias contidas nessa obra podem ser adaptadas para o trabalho com resolução de problemas em qualquer nível de escolaridade, em particular nos anos iniciais do Ensino Fundamental (BITTAR; FREITAS, 2005, p. 25).

Por influência de Polya, nos Estados Unidos, nos anos de 1960, o ensino de Resolução de Problemas, enquanto campo de pesquisa em Educação Matemática passou a ser investigado de forma sistemática. Onuchic (1999, p. 203), nos complementa, ao escrever:

> Em nível mundial, as investigações sistemáticas sobre Resolução de Problemas e suas implicações curriculares têm início na década de 1970. Embora grande parte da literatura hoje conhecida em Resolução de Problemas tenha sido desenvolvida a partir dos anos 70, os trabalhos de Geoge Polya datam de 1944. A partir do final da década de 1960, a metodologia de investigação, utilizando sessões de resolução de problemas em grupo e com alunos se manifestando em voz alta, se tornou prática comum. O período de 1962 a 1972 marca a transição de uma metodologia de investigação de natureza quantitativa para uma qualitativa. De um modo geral, os estudos em Resolução de Problemas preocuparam-se inicialmente, período anterior a 60, com o desempenho bem-sucedido da obtenção da solução de problemas. Não houve preocupação com o processo. Para desenvolver sua capacidade em resolução de problemas, a criança deveria exercitar-se exaustivamente na solução de uma grande quantidade de problemas do mesmo tipo. O ensino de resolução de problemas limitava-se ao ensino da busca de solução, tipo treino, num esquema cognitivo estímulo-resposta. Posteriormente, período 60-80, a preocupação voltou-se para o processo envolvido na resolução do problema e, assim, centrando o ensino no uso de diferentes estratégias.

Segundo Onuchic (1999, p. 204), no final dos anos 70, a resolução de problemas ganhou espaço mundial. Iniciou-se o movimento a favor do ensino de resolução de problemas. Nos Estados Unidos, em 1980, é editada uma publicação do NCTM – National Council of Teachers of Mathematics, que chamava todos os interessados, para juntos, num esforço cooperativo maciço, buscar uma melhor educação matemática para todos.

Onuchic segue escrevendo,

> A verdadeira força da resolução de problemas requer um amplo repertório de conhecimento, não se restringindo às particularidades técnicas e aos conceitos, mas estendendo-se às relações entre eles e aos princípios fundamentais que os unifica. A matemática precisa ser ensinada como matemática e não como um acessório subordinado a seus campos de aplicação. Isso pede uma atenção continuada à natureza interna e a seus princípios organizados, assim como a seus usos e aplicações (1999, p. 204-205).

Nessa mesma década de 1980 os estudos deram uma clara importância ao processo de resolução de problemas, sem limitar-se à uma única solução. Porém, o processo continuou preso à busca da solução do problema (ONUCHIC, 1999, p. 206). Porém, a partir de 1990 que a resolução de problemas passou a ser considerada como ponto inicial e um meio de facilitar o ensino da Matemática.

Observando as recomendações dos PCN, constatamos que ensinar matemática por meio da resolução de problemas é uma das abordagens mais eficazes, pois, conceitos e habilidades matemáticas são aprendidas no contexto de resolução de problemas.

Considerando os PCN de Matemática, observo que um problema que envolve matemática precisa conter situações que envolvam sua solução através de conhecimentos matemáticos. Assim, Brasil (2001) postula o seguinte:

> Um problema matemático é uma situação que demanda realização de uma sequência de ações ou operações para obter um resultado. Ou seja, a solução não está disponível de início, no entanto é possível construí-la (BRASIL, v. 3, p. 44).

Os problemas não devem ser considerados como situações a ser resolvidas facilmente. É necessária sua configuração na forma de um desafio. Para uma determinada situação ser caracterizada como um problema é necessário que quem estiver diante de tal situação sinta vontade de encontrar uma solução e não tenha, de imediato, caminhos óbvios a seguir (BITTAR; FREITAS, 2005).

Por outro lado, corroboramos com Palma (1999, p. 33) ao considerar que um sujeito está diante de um problema quando toma consciência do mesmo e para solucioná-lo necessita dispor de uma "atividade mental intensa no processo de planejamento, execução e avaliação de suas ações".

Partindo de Dante, Palma (1999, p. 58-60) classifica os problemas nos seguintes tipos:

· Problema padrão que é o mais comum, também considerado como problema de livro didático, problema rotineiro, convencional ou trivial. Esse tipo de problema é geralmente proposto após explicação das operações aritméticas, sua resolução envolve a aplicação direta de técnicas e algoritmos que levem ao resultado imediato, ou seja, são meros "exercícios";

· Problema processo que se caracteriza por ter como objetivo desencadear a aprendizagem da matemática, privilegiar os processos, a investigação, o raciocínio. É um tipo de problema que desenvolve a criatividade, o senso crítico e possibilita maior autonomia do aluno perante a resolução de problemas;

· Problema do cotidiano, que surge do contexto sociocultural em que a criança vivencia ou se assemelha às situações por ela vivenciadas, esse tipo de problema também valoriza o processo;

· Problema de Lógica, que geralmente apresenta-se em forma de textos como histórias e diálogos em que os dados e a solução nem sempre são numéricos;

· Problema recreativo é caracterizado como aquele que envolve jogos do tipo quebra-cabeças e aspectos históricos curiosos.

Selecionei os tipos de problemas citados por Palma (1999) em minha análise, com a intenção de verificar os tipos mais presentes no conteúdo de expressões numéricas com números naturais nos livros didáticos selecionados.

Resolvendo alguns tipos de problemas o aluno tem a oportunidade de melhorar sua habilidade e desenvolver a prática de reconstruir propriedades matemáticas, comunicar suas ideias utilizadas, experiências e resultados alcançados. Dessa forma, possivelmente ele confrontará resultados fazendo uso de argumentos próprios e de procedimentos de validação. Aceitar erros ou estar aberto para outras formas de resolução pode contribuir para o aprimoramento da linguagem, da capacidade de inferir, generalizar, deduzir, argumentar e sintetizar (BRASIL, 2000, p. 44).

Pozo (1998) afirma – com o qual concordo, que a resolução de problemas contribui em tornar os alunos pessoas capazes de enfrentar situações e contextos variáveis, que exijam deles a aprendizagem de novos conhecimentos e habilidades. Portanto, o autor considera a resolução de problemas como um dos "veículos mais acessíveis para levar os alunos a aprender a aprender" (POZO, 1998, p. 9).

Charnay (1996, p. 42), nos diz que uma situação problema deve comportar a ideia de novidade, de algo nunca feito e ainda não compreendido, mas que traz, em sua estrutura, as condições para investigar, questionar e elaborar novas ideias e novos conhecimentos.

Desse modo, penso que os conceitos matemáticos são construídos em relação direta com as situações que lhes dão sentido. Ou seja, as situações-problema oferecem um contexto de significação para os conceitos e, por isso, a solução delas deve ser fonte, local e critério para elaboração do saber.

É importante ainda considerar que as atividades que envolvem situações-problema, podem estimular o raciocínio matemático e instigar as diferentes possibilidades de resolução, possibilitando ao o aluno aprimorar-se quanto aos desafios e persistência diante das dificuldades.

2.3.2 Jogo

Trabalhar com jogos não é uma atividade simples, pois já começam as dificuldades pela sua definição, ou seja, sua compreensão pode ser diferente para cada um que pronuncia a palavra JOGO. De acordo com Kishimoto (1999, p. 13), embora diferentes jogos recebam a mesma denominação, cada qual possui suas especificidades.

De acordo Kishimoto, a partir de Froöebel, que os jogos começaram a fazer parte da educação, caracterizando um aspecto relevante de sua teoria. Porém, a importância relacionada ao fato da criança aprender se divertindo é muito antiga, desde os gregos e romanos (KISHIMOTO, 1999).

Para vivermos em sociedade é necessário que conheçamos bem certas convenções e regras, além do campo onde estas são válidas. Uma criança passa a se socializar de maneira coerente quando compreende a dinâmica e funcionalidade dessas regras, bem como suas limitações, em suas relações interpessoais. Desse modo, as brincadeiras e os jogos são ferramentas que favorecem tanto o ensino e a aprendizagem quanto a interação.

Conforme Moura, citado em Kishimoto (1999, p. 80), observei que:

> O jogo na educação matemática passa a ter o caráter de material de ensino quando considerado promotor de aprendizagem. As crianças colocadas diante de situações lúdicas apreendem a estrutura lógica da brincadeira e, deste modo, apreende também a estrutura matemática presente [...] o jogo deve estar carregado de conteúdo cultural e assim o seu uso requer certo planejamento que considere os elementos sociais em que se insere.

Continuando, ainda segundo Moura (1991, p. 81), o jogo aproxima-se da matemática via desenvolvimento de habilidades de resolução de problemas e mais, permite trabalhar os conteúdos culturais inerentes ao próprio jogo.

Existem certos indícios que permitem concluir que o jogo está se incorporando ao ensino, que o torna mais lúdico, deixando de ser apenas mero material instrucional e caracterizando-o como um auxílio importante à aprendizagem.

Moura (1991, p. 81) qualifica Perelman um “grande precursor do uso do jogo no ensino de matemática, tomando-o como possibilidade de explorar um determinado conceito e colocando-o para o aluno de forma lúdica”.

É importante ressaltar que o jogo pelo jogo, por si só, desfavorece o conhecimento que pode ser adquirido pelo aluno. Para tanto, é fundamental um leque de ações seja efetuado com metodologia adequada.

Pressupondo que o jogo abre espaço para vários conceitos dada sua amplitude em detrimento aos variados tipos de jogos, ressalto o jogo pedagógico, citando Kishimoto, com relação a esse tipo de jogo:

> Ao permitir a imaginação do imaginário infantil, por meio de objetos simbólicos dispostos intencionalmente, a função pedagógica subsidia o desenvolvimento integral da criança. Neste sentido, qualquer jogo empregado na escola, desde que respeite a natureza do ato lúdico, apresenta caráter educativo e pode receber também a denominação geral de jogo educativo (KISHIMOTO, 1999, p. 83).

O jogo possibilita a criança tangenciar o conhecimento científico ao vislumbrar possibilidades de solução de problemas em seu campo da imaginação que se aproximam com a realidade. Moura (1999) discorre que:

> O jogo na educação matemática parece justificar-se ao introduzir uma linguagem matemática que pouco a pouco é incorporada aos conceitos matemáticos formais, ao desenvolver a capacidade de lidar com informações e ao criar significados culturais para os conceitos matemáticos e estudo de novos conteúdos. A matemática, dessa forma, deve buscar no jogo (com sentido amplo) a ludicidade das soluções construídas para as situações-problema seriamente vividas pelo homem. (MOURA, 1999, p. 85-86).

Os jogos propiciam contextos ricos e instigantes para que o aluno explore variados tipos de situações-problema. Através de situações lúdicas, é dada à criança a opção de incorporar conhecimentos novos, pois a mesma pode vivenciar oportunidades de comunicação, comparar estratégias, debater, supor e socializar os objetos de conhecimento. O jogo propicia ao aluno internalizar uma vivência social e cultural com opções criativas e transformadoras, estimulando a compreensão de regras, sair do individualismo ou a centralização, expressar sua imaginação, e compreender de forma significativa seus sentimentos e seu conhecimento adquirido.

Harmonicamente ao que percebi, nos PCN de Matemática com relação a jogos encontra-se:

> Por meio de jogos as crianças não apenas vivenciam situações que se repetem, mas aprendem a lidar com símbolos e a pensar por analogia (jogos simbólicos): os significados das coisas passam a ser imaginados por elas. Ao criarem essas analogias, tornam-se produtoras de linguagens, criadoras de convenções, capacitando-se para se submeterem a regras e dar explicações (BRASIL, 2000, p. 48).

Moura, afirma que a perspectiva do jogo na educação matemática traduz a “matemática transmitida de brincadeira”, mas a “brincadeira que evolui até o conteúdo sistematizado". Portanto, destaco que uma característica importante nos jogos é a presença de regras.

De acordo Brasil (2000, p. 49), com a progressão dos estágios dos jogos as crianças aprendem a lidar com situações mais complexas, ou seja, jogos com regras, e, sequencialmente, compreendem que tais regras são arbitrariedades previamente combinadas entre os jogadores; notam ainda que só devem jogar a partir da jogada do adversário (ou da jogada anterior, caso o jogo for jogado individualmente). Um aspecto salutar nos jogos com regras é a compreensão e a ação, que estão juntas na mesma face de uma mesma moeda.

Enfim, para empreender um jogo, individual ou coletivamente, é necessário estar interessado. As imposições devem ser evitadas; precisa ser uma aspiração; é necessária uma motivação que desperte no aluno o querer jogar. Usar os jogos em situações educacionais colabora com o intercâmbio de experiências, com as relações interpessoais, além de caracterizar um estímulo para o desenvolvimento do raciocínio lógico e social do aluno.

2.3.3 Calculadora

Trabalhar a educação em todo o seu contexto lançando mão de novas tecnologias começou na década de 1980 e foi considerado um salto na atividade educativa. Todavia, os conteúdos e especificidades das disciplinas não foram levados em consideração.

Muitas são essas tecnologias, que vão desde o uso de calculadoras como o de laboratórios de informática, por exemplo. Contudo, algumas têm relação mais direta – digamos, com a Matemática. E, por sua vez, a que mais constatamos ser utilizada no Ensino Fundamental é a calculadora.

De acordo com Cysneiros, é necessário verificar as características da tecnologia como potencializadoras de ações de ensinar e de aprender, e não, somente, usar tais recursos como formas superficiais de técnicas de ensino tradicional. (SELVA; BORBA, 2010, p. 11).

Neste contexto, as autoras consideram que,

> [...] novas concepções de ensinar e de aprender têm que ser apreendidas para que o professor possa utilizar a calculadora de modo eficiente em sala de aula. A mera introdução da calculadora, sem reflexão sobre suas possibilidades e seus limites, não é suficiente para essa mídia ser propulsora de desenvolvimento conceitual (SELVA; BORBA, 2010, p. 11).

Conforme já mencionado anteriormente, incentivar o uso da calculadora não é algo recente. Os PCN de matemática (BRASIL, 2000) sugerem sua utilização em situações de aprendizagem distintas e enfatizam a importância do lançamento de desafios às situações propostas. Assim, ainda em consonância com tal documento, o uso das tecnologias contribui consideravelmente com o ensino e a aprendizagem de matemática.

Na condição de professor de matemática, e enquanto pesquisador também, defendo que a calculadora não é um item que deve ser deixado de lado. Ela é presente em nosso cotidiano. Os livros didáticos de uma maneira geral e, em particular, as obras aqui pesquisadas, promovem-na como recurso didático. É possível veicular o estudo da matemática através de atividades que proporcionam aos alunos uma reflexão antecipada sobre determinada atividade. Uma opção é utilizar a calculadora em operações básicas, podendo experimentar as diversas possibilidades de resoluções e registros.

Como nos diz os PCN de matemática, um dos objetivos da Matemática relacionado à calculadora é refletir sobre a grandeza numérica utilizando-a como instrumento para produzir e analisar escritas (BRASIL, 2000, p. 65). Ademais, a calculadora pode ser um recurso de "realização de tarefas exploratórias e de investigações conceituais, na verificação de resultados e na correção de erros, podendo ser também, um valioso instrumento de autoavaliação" (SELVA; BORBA, 2010, p. 13).

Algumas recomendações quanto ao uso de calculadora para o 1º e 2º ciclos do Ensino Fundamental, tal como verificar resultados, trabalhar com o registro numérico e também da literatura que envolve essa temática (BRASIL, 2000), são propostas nos PCN de Matemática.

O modo mais comum de como os livros didáticos destinados aos alunos dos anos iniciais do ensino fundamental abordam o uso da calculadora é em atividades que exploram o teclado, a automatização de operações e a confirmação de resultados.

Um outro fator que favorece o uso da calculadora por diferentes níveis socioeconômicos, é o baixo custo e a facilidade de aquisição. Por outro lado, uma questão desfavorável em relação à utilização da calculadora é o seu uso prematuro, ou seja, uso por crianças na tenra idade, que ainda não aprenderam a realizar as operações aritméticas, pois, podem deixar de aprender a realizar cálculos básicos com números naturais e números racionais presentes em problemas matemáticos. Selva e Borba (2010, p. 10), enfatizam que:

> [...] a calculadora não opera por si mesma e que os alunos precisam decidir o que realizarão com o auxílio desse recurso e, assim, essa ferramenta não restringe a autonomia dos alunos em decidirem quais os procedimentos que adotarão para a resolução de determinados problemas (SELVA; BORBA, 2010, p. 10).

Todavia, ao permitir o uso da calculadora para explorar determinados conceitos deve-se ter cuidado para que sua utilização não se torne um empecilho para a aprendizagem matemático. Dessa forma, a atividade realizada com a calculadora é determinante em possibilitar, ou não, o desenvolvimento matemático dos alunos (SELVA; BORBA, 2010, p. 11).

Considero de alta relevância a observação feita pelas autoras Selva e Borba em relação ao uso da calculadora, que esta, nem sempre possibilita explorações conceituais, porém, o desenvolvimento de atividades bem planejadas com objetivos claros e metodologia adequada é possível relacionar e aprimorar conceitos com o uso da calculadora.

Enfim, assim como outros recursos didáticos e materiais, a calculadora sendo convenientemente usada, pode ser um elemento facilitador em relação à compreensão dos alunos quanto ao sistema de numeração decimal, às quatro operações, dentre outros.

2.4 TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO (TAD)

Ao procurar respostas que respondessem às questões colocadas inicialmente, passei a pesquisar teóricos que pudessem servir de base à pesquisa. A Teoria Antropológica do Didático – TAD[8] (CHEVALLARD, 1999) coincidiu com minhas aspirações e ofereceu os instrumentos necessários para fundamentar a investigação. Desse modo, as propostas da TAD quanto a Organização Matemática e Organização Didática, estão incorporadas e debatidas no desenvolvimento dessa pesquisa, principalmente, no estudo dos livros didáticos utilizados nas e escola a qual os adotou.

De acordo com Chevallard, o estudo da TAD refere-se ao estudo do homem diante de situações matemáticas. Como essa teoria surgiu no campo da matemática a fim de criar um mecanismo eficaz para a análise de materiais docentes, levei em consideração, dentre eles, o livro didático.

Dos elementos que são discutidos pela TAD, três deles são enfatizados: pessoas (X), instituições (I), e o posicionamento ocupado pelas pessoas nessas instituições. Nesta teoria, o termo "instituição", tem um significado mais abrangente do que o usual, que pode assumir o significado de sala de aula, escola, livro, ou até curso, trabalho, família (CHEVALLARD, 1999).

[8] A TAD foi inserida por Guy Brousseau nos finais dos anos 1970 dentro de um programa denominado Programa Epistemológico e desenvolvida por Chevallard desde 1990.

No ponto de vista Chevallard (1999), a posição que as pessoas ocupam é o fator determinante à existência de uma instituição, na qual os sujeitos se tornam participantes ativos. O conhecimento – o saber (O) contracena com a noção de relação entre os principais elementos (pessoa, objeto do saber e instituição) da teoria.

A didática da matemática é caracterizada como uma ciência. Essa caracterização não se restringe ao estudo do aluno ou do professor, mas ao saber matemático o qual esses elementos (professor e aluno) intencionam trabalhar em conjunto. Ou seja, partindo de uma análise pormenorizada deste saber surge a possibilidade de vincular um projeto comum de atividades a realizar.

Tudo o que se relaciona com o auxílio para o estudo da matemática, bem como com o seu estudo é identificado como didático. A correlação entre os fenômenos que se originam de quaisquer processos de estudo da matemática com fenômenos didáticos, seja para ensina-la, criar uma "nova" matemática ou aprende-la conduz à compreensão de que a didática da matemática pode ser definida como a ciência do estudo da matemática.

No conceito teórico da TAD, Chevallard (1999) define como organização didática as situações presentes no decorrer do trabalho didático realizado em torno de uma dada organização matemática, já a organização matemática a define em como é direcionado o conteúdo com relação ao enfoque matemático.

A proposta de organização apresentada nesta pesquisa é diferente do estudo relacionado às organizações *pontuais*, *locais*, *regionais* e *globais*. Na intenção de explicar melhor tal diferença entre essas organizações e o modelo de organização proposto, apresento a seguir dois diagramas: um que representa uma organização *regional* [*Tij*, ô*ij*, Ѳj, Θ] e outro que ilustra essas considerações.

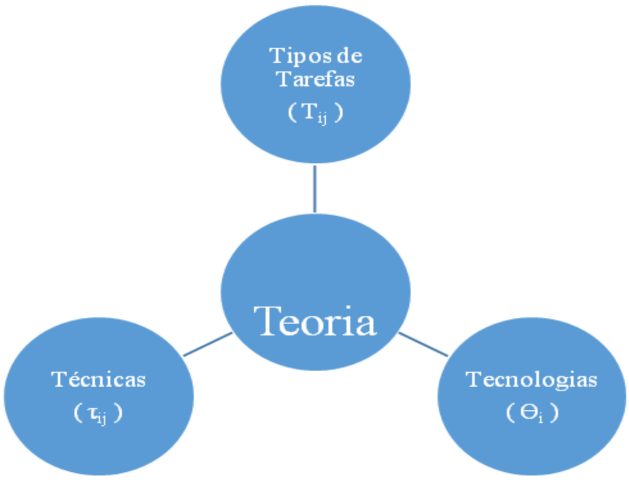


Ilustração 1 - Organização *Regional*
Fonte: O autor

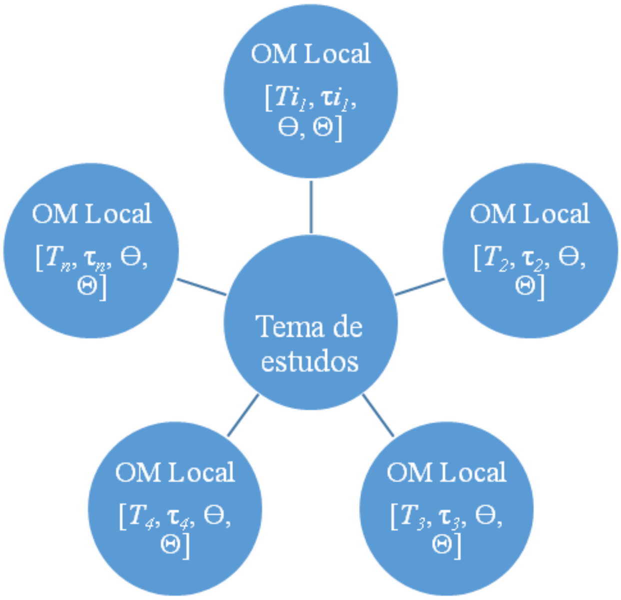


Ilustração 2 - Gênero de Organização Matemática
Fonte: O autor

No diagrama que se refere à organização *regional* observa-se que a ênfase desse tipo de organização está na abrangência de elementos praxeológicos inseridos numa praxeologia. Neste caso, percebe-se que uma mesma teoria atende a várias tecnologias, técnicas e tipos de tarefas. Já no diagrama seguinte, que revela o estudo presente nesta pesquisa, consta a união de várias organizações *locais* em torno de um mesmo *tema de estudos*.

2.4.1 Objetos ostensivos e não-ostensivos

De acordo com Bosch e Chevallard, o problema da natureza dos objetos matemáticos e sua funcionalidade em atividades matemáticas levaram-nos a estabelecer uma bifurcação necessária entre esses objetos, desmembrando-os em dois tipos: ostensivos e não ostensivos. O conceito de objetos ostensivos e não ostensivos é relevante para a presente pesquisa, pois, com mais ou menos incidência de uma em relação à outra, constatei a presença de tais objetos nos livros didáticos estudados.

Os autores pesquisaram a origem do termo ostensivo e constataram que vem do latim *ostendere*, cujo significado é mostrar, apresentar com insistência, fortemente presente como todo objeto que tendo uma natureza sensível e certa materialidade, tem para o leitor, uma realidade percebível. Assim, os objetos ostensivos são os objetos que podem ser manipulados na realização de certa atividade matemática (ALMOULOUD, 1999, p. 119).

Por outro lado, os objetos não-ostensivos, caracterizam-se como todos os objetos assim como as ideias, conceitos ou instituições, existem institucionalmente sem que sejam percebidos pelos órgãos dos sentidos de maneira autônoma. Portanto, considero que o objeto não-ostensivo relaciona-se com a concepção do sujeito, seu conceito e crença. Tais objetos somente poderão ser invocados ou evocados através de manuseio apropriado de certos objetos ostensivos associados a eles, como, por exemplo, uma frase, um gráfico, , referência, texto ou figura.

Concordamos a afirmação de Silva (2010, p. 30) relacionada à dialética que há entre os objetos ostensivos e os não-ostensivos, uma vez que envolve todos os objetos que existem institucionalmente. Por exemplo, o conceito, as ideias que envolvem a resolução de expressões numéricas são objetos não-ostensivos, enquanto que o algoritmo, ou seja, a representação do processo de resolução das expressões é considerado um objeto ostensivo.

Para se entender os objetos não-ostensivos podemos utilizar os objetos ostensivos. Ou seja, já que os objetos ostensivos podem ser manipulados e/ou materializados, então, contribuem para a materialização das ideias ou conceitos que são considerados objetos não-ostensivos.

Em toda atividade matemática, assim como em toda atividade humana, há a coativação de objetos ostensivos e de objetos não-ostensivos. Pode-se dizer que na abordagem antropológica o cumprimento de toda tarefa envolve obrigatoriamente a manipulação de objetos ostensivos regulados pelos não-ostensivos, fazendo com que os objetos ostensivos se configurem na parte perceptível da atividade.

Partindo desta compreensão, considerei a imagem como objeto ostensivo para esta pesquisa.

2.4.1.1 Objeto ostensivo imagem

O livro didático é um material que se destina ao público educacional. Nele existe diferentes tipos e quantidades de imagens, particularmente quando direcionados Ensino Fundamental. Assim, agreguei ao presente estudo do conteúdo de expressões numéricas as imagens utilizadas para desenvolver tal conteúdo em livros didáticos.

As imagens existentes no contexto educacional, especialmente as contidas nos livros didáticos, estão carregadas de significados e intenções, ou pelo menos deveriam. A importância dada à imagem contida em livros didáticos é percebida ao observar que um dos critérios de avaliação do Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) proposto pelo MEC

(BRASIL, 2010) relaciona-se a essa temática e fazem parte dos critérios eliminatórios comuns a todas as áreas de conhecimento propostas nos Parâmetros Curriculares Nacionais.

O critério com relação à estrutura editorial e aspectos gráfico-editoriais apresentam algumas especificidades a serem contempladas nos livros didáticos, dentre as quais destaco as seguintes:

> O projeto gráfico deve integrar adequadamente o texto principal, ilustrações, textos complementares e as várias intervenções gráficas que conduzem o leitor para dentro e para fora do texto principal visando a compreensão, aplicação e à avaliação da aprendizagem; As ilustrações devem explorar ao máximo as várias funções que as imagens podem exercer no processo educativo, e não somente o papel estético ou reforçador do texto principal; As ilustrações devem reproduzir adequadamente a diversidade étnica da população brasileira e a pluralidade social e cultural do país, não expressando, induzindo ou reforçando preconceitos e estereótipos. As ilustrações devem ser adequadas à finalidade para as quais foram elaboradas e apresentar clareza e precisão contemplando os objetivos, devem ser de fácil compreensão, porém, não deixar de intrigar, problematizar, despertar a curiosidade, motivar, facilitar e até substituir a verbalização, comprovar, explicar, informar e contribuir para o equilíbrio estético da página (BRASIL, 2010, p. 42).

O livro didático passa por nova avaliação antes de ser enviado às escolas, que atualmente acontece cada três anos. Todavia, é importante dar especial atenção a esse tipo de material, a exemplo do conteúdo, deve se considerar também as imagens presentes em grande parte das páginas dos livros didáticos destinados ao Ensino Fundamental.

A imagem no livro tem como objetivo despertar os sentidos. A função da ilustração no livro didático pode conduzir o estudante à compreensão de um texto. Como meio de identificar os tipos de imagens presentes no conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, pesquisei alguns trabalhos e categorias de imagens.

Portanto, a classificação das imagens foi embasada nas seguintes categorias: as Estéticas, que apresentam função de decorar (ornamentar) a atividade ou página do livro; as Funcionais, ou seja, quando a imagem faz parte da atividade; e, finalmente, a Suporte, que tem a intenção de esclarecer elementos presentes na atividade que está sendo desenvolvida.

Na ficha de avaliação do Programa Nacional do Livro Didático de 2010, um dos itens que fazem parte dos aspectos teóricos-metodológicos é a presença de imagens adequadas de acordo com os critérios de avaliação. Nessa pesquisa me refiro ao objeto ostensivo imagem, no que tange a imagens presentes no conteúdo de expressões numéricas dos livros didáticos selecionados.

2.4.2 ELEMENTOS DA TEORIA ANTROPOLÓGICA DO DIDÁTICO

Para analisar o conteúdo de expressões numéricas nos livros didáticos de matemática os quais compõem nossa pesquisa, embasamo-nos em alguns elementos teóricos presentes na TAD, são eles: as noções de organizações praxeológicas e os objetos ostensivos.

A origem da palavra praxeologia é *práxis*, ou seja, prática, e *logos* – teoria. Os dois blocos que a praxeologia é dividida são: o primeiro, que diz respeito à *práxis* integra o bloco saber fazer (técnico prático), composto pelo *tipo de tarefa (T)* e pela *técnica (*t*)*; o segundo é referente à *logos*, cujo bloco é saber (tecnológico/teórico), que é formado pela *tecnologia (θ)* e pela *teoria (Θ)*. De acordo com Chevallard, a Organização Praxeológica, é a junção desses dois blocos.

> Não há práxis sem logos, mas também não há logos sem práxis. Ao unir as duas faces da atividade matemática, obtemos a noção de praxeologia: para responder a um determinado tipo de questão é necessário elaborar uma praxeologia matemática constituída por um tipo de tarefa determinado por uma ou várias técnicas, sua tecnologia e a teoria correspondente (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 275).

Chevallard coloca a ação de estudar matemática em todas as ações humanas e instituições sociais. O autor propõe ainda, um postulado básico a essa teoria, considerando que toda atividade humana pode ser submetida a uma *praxeologia*. Ou seja, ao buscar a compreensão do que é um objeto, é necessário procurar buscar quais tipos de tarefas e técnicas fazem parte das praxeologias institucionais que ele intervém e quais as tecnologias e teorias justificam tais práticas existentes através de um discurso sobre este objeto. Os autores enfatizam que:

> Na atividade matemática, como em qualquer outra atividade, existem duas partes, que não podem viver uma sem a outra. De um lado estão as tarefas e as técnicas e, de outro, as tecnologias e teorias. A primeira parte é o que podemos chamar de “prática”, ou em grego, a práxis. A segunda é composta por elementos que permitem justificar e entender o que é feito, é o âmbito do discurso fundamentado – implícito ou explícito – sobre a prática, que os gregos chamam de logos (CHEVALLARD; BOSCH; GASCÓN, 2001, p. 251).

As noções de (tipo de) tarefa, (tipo de) técnica, tecnologia e teoria, permitirão moldar as práticas sociais em geral e, em particular, a atividade matemática. Desse modo, toda prática institucional pode ser analisada em um sistema de tarefas relativamente bem definidas. No caso da relação tarefa-técnica, o cumprimento de toda tarefa é consequência do desenvolvimento de uma técnica.

2.4.2.1 Organização praxeológica

Os elementos que compõem a organização praxeológica ou a praxeologia são: tarefa, técnica, tecnologia e teoria. Para se cumprir um conjunto de tipos de tarefas (T) são necessárias técnicas (τ) de resolução, que são os procedimentos para realizá-las. Todavia, uma determinada técnica para ser verdadeira, precisa que seja validado o seu funcionamento, ou seja, de uma tecnologia (θ). A tecnologia, por conseguinte, também necessita ser legitimada. E para isso, a tecnologia deve ser fundamentada em uma teoria (Θ).

Chevallard (1999) considera a organização praxeológica $O = [\ T, \tau, \theta, \Theta\ ]$ como sendo a junção de dois blocos: o prático-técnico $[\ T, \tau\ ]$ e o $[\ \theta, \Theta\ ]$ tecnológico-teórico.

O primeiro bloco $[\ T, \tau\ ]$ é voltado para o saber-fazer. O segundo bloco $[\ \theta, \Theta\ ]$ tecnológico-teórico, relaciona-se ao saber. Determinado tipo de tarefa exige a utilização de ao menos uma técnica de resolução, além de uma tecnologia com o propósito justificar esta técnica. Porém, a teoria não é vista como uma condição necessária para a existência dessa tarefa. Em partes, isso pode ser considerada uma possível justificativa para a ausência de argumentos para as tecnologias empregadas.

Dentro de um estudo praxeológico podemos ter o caso de uma técnica (τ), não ser suficiente para resolver todas as tarefas $\tau \,\epsilon\, T$ (tipos de tarefas), com isso há a necessidade de se utilizar mais de uma técnica. Assim, numa organização praxeológica, podem haver técnicas de amplitude maior que outras, em relação à realização de certos tipos de tarefas. Essa amplitude pode ser entendida como o alcance da técnica.

Os elementos da TAD têm sido utilizados de maneira recorrente em pesquisas recentes no campo da Educação Matemática. No estudo desenvolvido por Lopes (2010), acerca das "alternativas metodológicas para o ensino de expressões numéricas: estratégias para construção de aprendizagens significativas" (M5, quadro 1, p. 21), percebemos claramente essa situação quando os autores desta dissertação de mestrado propõem atividades em que a técnica considerada como aritmética (operações inversas) não é suficiente para resolver expressões do tipo:

Considere a expressão numérica 2 + 30 : 5 + (9 x 6 – 4) : 5 – (40 : 10 + 3). Um número *N* é igual ao triplo do valor dessa expressão. Qual é o número *N*?

Ilustração 3 – Exemplo de Expressão Numérica "completa". (LD1, coleção A, ex. 6, p. 72)

Aqui, então, é necessária a criação de um novo modelo de técnica, chamado, na pesquisa de Lopes (2010), como técnica algébrica (usa a analogia com a balança em equilíbrio).

A tecnologia cumpre o papel da justificativa da técnica. Ela aparece para esclarecer a técnica, ou seja, para explicar a validade de seu funcionamento. Em algumas circunstâncias, podemos ter a existência de apenas uma técnica, nesse caso, essa técnica já apresenta um aspecto tecnológico, isto é, não há a necessidade de justificativa para seu uso, pois essa técnica é considerada auto-suficiente.

> O fato de que existe em I uma técnica canônica, em princípio a única reconhecida e a única empregada, confere a esta técnica uma virtude "autotecnológica": fazer desta maneira não exige justificativa, porque é uma *boa* maneira de fazer (em I)[9]. (CHEVALLARD, 1999, p. 94 – tradução própria).

Embora a teoria sirva para justificar a tecnologia, essa justificativa dá-se em um nível mais aprofundado, comparado à relação de justificativa da tecnologia com a técnica. Esse esclarecimento que a teoria proporciona à tecnologia, na maioria dos casos, não aparece de maneira clara, pois em geral, a teoria é apresentada de forma um pouco mais abstrata.

Os elementos até então apresentados, tarefa, técnica, tecnologia e teoria, compõem o quarteto praxeológico da TAD.

Segundo Chevallard (1999) dois aspectos são levados em consideração para melhor compreender o estudo de um determinado tema matemático, os quais devem ser considerados como fundamentais em nossas análises:

. a realidade matemática existente em uma sala de aula onde o tema é estudado, ou seja, a Organização Matemática;

. a maneira pela qual esse tema pode ser estudado nesta sala de aula, isto é, a Organização Didática.

Apresento na sequência considerações acerca desses dois aspectos.

---

[9] Le fait que j'existe dans I une technique canonique en principe le seul reconnu de salarié et que, cette technique donne un autotechnologique vertu: ne nécessitent donc pas de justification, parce que c'est une bonne façon de faire (em I). (Chevallard, 1999, p. 94).

2.4.2.2 Organização matemática e organização didática

As proposições contidas em documentos oficiais, tais como o livro didático ou as atividades matemáticas trabalhadas em sala de aula pelos professores de matemática compõem uma Organização Matemática, que por sua vez, seu estudo é uma praxeologia.

Sendo assim, a mesma apresenta tipos de tarefas (T) referentes a conteúdos matemáticos, técnicas (τ) matemáticas de resolução e elementos tecnológicos (Θ) e teóricos (Θ) também de natureza matemática. (CHEVALLARD, 1999, p. 225)

Ao professor ou então, em outros momentos o pesquisador, cabe a responsabilidade de conduzir o estudo de uma Organização Matemática. Para isso ele deve realizar uma leitura crítica dos manuais de trabalho, como os livros didáticos, tentando verificar a clareza e a objetividade dos conteúdos matemáticos ali apresentados, como também das atividades que são propostas. Salientamos que quando o professor conduz o estudo de uma Organização Matemática, a mesma não se organiza com base nos elementos praxeológicos apresentados anteriormente, embora eles existam mesmo que implicitamente. Essa organização é de responsabilidade do pesquisador que deve possuir um embasamento teórico para tal.

Considerando ainda, o papel do pesquisador na condução de uma pesquisa, entendemos que o mesmo deve, em alguns momentos, discutir criticamente a teoria adotada no intuito de melhor conduzir as análises. Dizemos isso, pois, como mostraremos a seguir, ao desenvolvermos o estudo do livro didático, percebemos a necessidade de realizar certa organização metodológica que não observamos explicitamente no modelo proposto pela TAD.

Durante o desenvolvimento de uma Organização Matemática, momento em que o professor expõe seu texto do saber (CHEVALLARD, 1999), ele realiza suas escolhas: a melhor maneira de introduzir o conteúdo, as atividades mais adequadas, os conceitos que devem ser apreendidos, entre outras. Essas escolhas do professor podem ser entendidas como uma Organização Didática, que, inclusive, pode acontecer de maneira diferente da proposta pelo livro didático.

O desenvolvimento de uma Organização Didática se dá por meio do estudo de seis momentos didáticos. O estudo desses momentos, além de proporcionar um quadro para análise dos processos didáticos, também oferece ao professor uma reflexão sobre a realização dos diferentes momentos, levando em consideração questões do tipo: Como realizar o primeiro encontro com as organizações matemáticas? Por meio de quais tarefas? Como proceder na institucionalização[10]? Respostas para essas questões levam a pensar na criação de situações didáticas adequadas, que por sua vez, são um tanto complexas de serem elaboradas.

Chevallard (1999) considera que tais momentos didáticos não existem em uma ordem cronológica, eles podem acontecer, em determinadas situações, em ordem diferente da que ele apresenta. Isso dependerá das escolhas do professor, o que incorrerá, consequentemente, em diferentes tipos de ensino, como veremos em seguida. Para tal, foi considerado nesse estudo os momentos relacionados ao Livro Didático, não à prática docente.

- 1º Momento: contato inicial com a Organização Matemática, através de uma motivação inicial da aula, através de algumas atividades, de um modo menos complexo ou, ainda, através de mecanismos formais de ensino, como por exemplo, por meio de uma situação adidática[11] (BROUSSEAU, 1986);

- 2º Momento: dedicado a explorar os tipos de tarefas (T) e à criação de uma técnica. Chevallard (1999) considera esta última atividade como "o coração da atividade matemática", que segundo o autor, as discussões que conduzem à resolução do problema têm maior importância. Desse modo, o autor considera que a técnica conveniente para resolver determinado tipo de problema dependerá dos procedimentos adotados.

3º Momento: neste momento, que deve estar relacionado diretamente aos momentos anteriores, acontece a elaboração de um bloco teórico-tecnológico, etapa em que se apresentam as fundamentações das tecnologias e técnicas. Um exemplo que pode ser citado é o desenvolvimento de uma aula expositiva sobre semelhança, onde o professor inicia o estudo com a apresentação das definições de razão e proporção de segmentos e logo em seguida demonstra a fórmula do "teorema fundamental das proporções" e a resolução dessa "fórmula". Nesse caso, as atividades que serão propostas, geralmente serão para mera aplicação do saber estudado.

4º Momento: destina-se ao trabalho com a técnica, buscando maneiras de torna-la mais confiável e eficiente. Ademais, o quarto momento permite testar o alcance da técnica, ou seja, sua abrangência na resolução dos tipos de tarefas propostas. Como exemplo, citamos o estudo de resolução de expressões numéricas com números naturais: a técnica empregada na resolução de expressões do tipo 25 x 3 + 48 : 2 pode ser a da adição algébrica, após a

[10] A institucionalização tem por objeto determinar o que é "exatamente" a organização matemática elaborada, distinguindo os elementos que entrarão definitivamente na organização matemática e os que não se integrarão.

[11] De acordo com Brousseau, uma situação didática ocorre quando há a intenção (implícita ou explicita) de aprendizagem. Já uma situação adidática (ou não declaradamente didática), é uma situação didática em que o aluno deve perceber as características e padrões que o ajudarão a compreender um novo saber. Durante as situações adidáticas, o professor deve agir como simples mediador/observador.

resolução da multiplicação e divisão na ordem em que aparecem, justificada pela crítica a uma possível resposta absurda, caso fosse empregada a técnica errada, ou seja, resolve-la na ordem em que aparecem as operações matemáticas. Entretanto, tal técnica mostra-se insuficiente para a resolução de expressões do tipo {42+[(45-19)+1]-(28-15)-1} sendo necessária então a construção de uma nova técnica

- 5º Momento: é o momento da institucionalização dos objetos que farão parte da organização matemática. É quando as perguntas feitas pelos alunos ao professor, sobre quais resultados eles devem saber, são formalmente respondidas.

- 6º Momento: é o momento de refletir sobre todo o estudo realizado, analisando se houve um bom emprego dos tipos de tarefas, das técnicas e dos elementos tecnológicos-teóricos. Nele deve-se avaliar se a Organização Matemática se articulou com o momento da institucionalização. Ao final das análises apresento essa avaliação de acordo com os critérios propostos por Chevallard (1999).

Uma mesma Organização Matemática pode acarretar em distintas Organizações Didáticas. Em toda Organização Didática resultante ocorrem esses momentos de estudo, ou seja, o conjunto formado por esses momentos de estudo é uma característica do processo de ensino. Qualquer que seja a instituição considerada, a prática do professor ou um livro didático, sempre o conteúdo a ser trabalhado será apresentado num momento e, noutro momento, o trabalho com a técnica. Outra consideração é que o livro didático ou o professor apresentem uma espécie de resumo do conteúdo apresentado centralizando naquilo que for essencial daquilo que será estudado tecendo comentários, ou seja, considerando a necessidade de apreender determinados conceitos vistos durante o estudo.

Um fato que ocorre, no entanto, é que algumas práticas dão maior ênfase a determinados momentos de estudo. Como pontua Gáscon (2003), a prática tecnicista realça o trabalho com a técnica, considerando apenas a técnica pela técnica e destinando ao aluno o simples papel de um “robô” dentro do processo de ensino e aprendizagem. Outro modelo de prática que enfatiza o uso de apenas alguns dos momentos de estudo é a prática teoricista. Esta concentra no momento do primeiro encontro a apresentação do conhecimento “pronto”, por considerar que, por exemplo, o ensino de Matemática começa e termina no ensino de teorias. Diante desses modelos de Organizações Didáticas podemos então inferir que, possivelmente, diferentes Organizações Didáticas podem levar a diferentes processos de ensino e aprendizagem, mesmo se a Organização Matemática desenvolvida é a mesma.

2.4.2.3 Avaliação de uma organização matemática

Da mesma maneira que a TAD considera que toda atividade humana pode ser descrita com base em um modelo único, a praxeologia, também acredita que toda ação pode ser operada segundo o esquema de quatro tempos *Observar→Analisar→Avaliar→Desenvolver*.

Para melhor compreender esse esquema, consideramos aqui um dos exemplos propostos por Chevallard (1999): a ação de um professor ao preparar uma aula. Em primeiro lugar, o professor realiza uma "observação" em vários livros didáticos, fazendo um levantamento dos materiais disponíveis e em seguida "analisa", mesmo que não muito profundamente, o conteúdo presente nesses materiais. Feito isso, ele "avalia" esse conteúdo e por último "desenvolve" sua aula, ou seja, apresenta sua própria leitura do conteúdo, fazendo algumas adaptações que considerar necessárias.

Dentre essas etapas vividas durante uma ação, Chevallard (1999) ressalta a importância da avaliação, considerando esta *um gesto fundamental*. O sentido de avaliação adotado nessa teoria difere do sentido de avaliação instituída pela escola, por exemplo, quando o professor aplica uma prova em sua classe. O sentido por ela considerado possui um caráter mais genérico que engloba, inclusive, a avaliação escolar.

O ato de avaliar pode ser entendido como uma atividade produzida por qualquer pessoa dentro ou fora de uma instituição, desde que essa seja consciente e imparcial no momento da avaliação. É preciso que haja cautela e imparcialidade durante as etapas de observação e análise e um julgamento consciente durante a avaliação. Entretanto, a avaliação sempre será realizada tomando alguns pressupostos como referência, ou seja, o processo de avaliação será sempre relativo. Dessa forma "O valor atribuído a um objeto, com efeito, não é de forma alguma intrínseco, absoluto, porque a atribuição de valor se refere sempre, implicitamente ou não, a certo *uso social* do objeto avaliado: avalia-se sempre sob *um determinado ponto de vista*" (CHEVALLARD, 1999, p. 114).

Nessa pesquisa, considerei a ação desenvolvida com base nas quatro etapas apresentadas anteriormente. A coleta de dados e a análise praxeológica do livro didático podem ser entendidas, respectivamente, como as etapas "observar" e "analisar". A etapa da avaliação será realizada ao final das análises do livro didático e dos protocolos de observação que fizemos das obras estudadas, e será baseada nos critérios propostos por Chevallard (1999) acerca dos elementos praxeológicos, nesse momento poderemos inferir sobre a implicação de todo estudo realizado.

Enfim, as considerações finais da pesquisa podem ser tomadas como a etapa do "desenvolvimento", pois nelas estarão as conclusões retiradas e, possivelmente, algumas sugestões quanto a análise realizada.

3 PERCURSO METODOLÓGICO

Neste capítulo discorri sobre o percurso pelo qual se desenvolveu a investigação, a natureza da pesquisa, a escolha e as características das coleções dos livros didáticos, bem como os critérios para análise da abordagem do conteúdo de expressões numéricas presentes nos livros selecionados.

3.1 A PESQUISA

Para a efetivação do estudo optei por uma abordagem metodológica qualitativa de análise interpretativa e documental dada a coerência com a temática escolhida. Dada a necessidade de maior e melhor aproximação com a problemática “como o conteúdo de expressões numéricas com números naturais é abordado nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental adotados pela EE Prof. Antonio Epaminondas de Cuiabá-MT?” tal escolha é a mais apropriada para tal aproximação.

Nessa etapa de desenvolvimento da pesquisa Bogdan e Biklen (1994) consideram que na pesquisa qualitativa ocorre a valorização do processo, não somente a valorização do produto, além de ser uma pesquisa que favorece uma compreensão delineada dos dados obtidos. Contudo, tenho consciência que o exercício de investigar necessita de empenho intelectual e pessoal, principalmente pelas particularidades que aparecem naturalmente em pesquisas científicas cuja abordagem é qualitativa. Assim, a questão primordial do pesquisador qualitativo é “construir conhecimento e não o de dar opiniões sobre determinado contexto [...]” (BOGDAN; BIKLEN, 1994, p. 67 e 68).

Respaldado em leituras feitas durante a revisão bibliográfica referente ao tema pesquisado construí as considerações teóricas da pesquisa. Destaquei no estudo, os significados e conceitos das expressões numéricas (BRASIL, 2000), a TAD (CHEVALLARD, 1999), em cuja teoria dou ênfase ao objeto ostensivo imagem, a organização didática que envolve os elementos de abordagem resolução de problema, jogo e calculadora; a organização matemática com destaque aos tipos de tarefa e nas técnicas.

Considero que a necessidade de pesquisar sobre o conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos de matemática é de relevante importância pelo fato de ser um conteúdo muitas vezes referido como difícil por alunos e professores e ainda, por este conteúdo estar presente em todos os livros destinados à Educação do Ensino Fundamental.

Em harmonia com o objeto da investigação, que se refere à abordagem do conteúdo de expressões numéricas em livros didáticos de matemática, a análise dos volumes foi organizada com o objetivo de evidenciar as abordagens específicas de cada qual.

Dentre os elementos que compõem a prática do professor, o livro didático assume um patamar de destaque. Devido a isso, a análise desse material se fez necessária pelo fato de que parte do trabalho desenvolvido pelo professor em sala de aula se baseia na proposta apresentada pelo livro (ZUFFI, 1999). Porém, algumas pesquisas de mestrandos de nosso grupo (GRUEPEM) revelaram que o livro nem sempre é seguido na íntegra, o professor seleciona aquilo que ele julga relevante para trabalhar em sala de aula. Poderíamos ainda dizer que essa análise proporciona uma previsão e possível descrição da prática desenvolvida pelo professor, uma vez que, tal material, em muitos casos, é a única fonte de referência para o preparo de suas aulas.

Conforme Nogueira (2008, p. 47) "acreditamos que ao optar pela adoção de determinada coleção, o educador o faça escolhendo aquela que mais se aproxime de suas crenças ou de sua prática pedagógica". Os professores participantes indiretos da pesquisa também fazem uso de outros materiais no preparo de suas aulas. Assim, apoiamo-nos em documentos oficiais como os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática para o Ensino Fundamental que afirmam:

> Não tendo oportunidade e condições para aprimorar sua formação e não dispondo de outros recursos para desenvolver as práticas da sala de aula, os professores apóiam-se quase exclusivamente nos livros didáticos, que, muitas vezes, são de qualidade insatisfatória[12] (BRASIL, 2000, p.21).

A leitura do Guia do Programa Nacional do Livro Didático - PNLD - referente aos livros didáticos analisados contribuiu para a realização de nossa análise, pois o mesmo proporciona uma visão geral das obras estudadas, discorrendo sobre suas principais características em relação à apresentação dos conteúdos, à metodologia de ensino e à contextualização das atividades matemáticas. Além disso, são tecidas algumas considerações sobre o manual do professor, o que justifica uma vez mais a utilização desse Guia, já que provavelmente o manual deve ser uma das fontes utilizadas pelo professor para o preparo de suas aulas.

[12] Fazemos uma pequena ressalva quanto a essa observação contida nos Parâmetros Curriculares Nacionais, que desde 1998 nota-se uma melhora na qualidade dos livros didáticos, segundo as avaliações realizadas pelo Programa Nacional do Livro Didático (PNLD).

Na análise da Organização Matemática do conteúdo de Expressões Numéricas, evidenciamos as praxeologias propostas pelos autores por meio dos tipos de tarefas e das técnicas utilizadas em sua resolução. Além disso, tentaremos expressar de que maneira se dão as justificativas das técnicas apresentadas nas atividades, ou seja, como são abordadas as questões relativas aos elementos do bloco saber - tecnologia e teoria. Paralelamente a essa análise, discutiremos a Organização Didática proposta pelos autores, considerando os momentos de estudos ou momentos didáticos presentes no desenvolvimento das atividades.

Conforme fui construindo as organizações praxeológicas relativas aos tipos de tarefas identificadas para o estudo das expressões numéricas com números naturais, percebi que essas organizações giravam em torno de dois estudos específicos: um relativo ao “conceito” de expressões numéricas de um modo geral e outro ligado ao estudo particular das expressões numéricas, em primeiro lugar, parciais, em seguida, completas. Sendo assim, percebi que a junção dessas várias Organizações Matemáticas *locais*[13] que têm por objetivo um mesmo *tema de estudos* enriqueceria as análises, tornando-as mais claras e objetivas. Denominei essa reunião como um Gênero de Organização Matemática.

Quando me referi a *tema de estudos,* situei a pesquisa de acordo com os níveis de codeterminação didática estabelecidos por Chevallard (2009), discutidos na introdução deste trabalho, ou seja:

civilização⇔sociedade⇔escola⇔pedagogia⇔disciplina⇔domínio⇔setor⇔tema⇔questão

Ilustração 4 – Níveis de codeterminação didática

Segundo o autor, um dos problemas do ensino da Matemática centra-se do fato de que (geralmente) a cultura matemática escolar não atribui a devida atenção aos níveis da *disciplina*, do *domínio* e do *setor*, os quais discutem sua organização estrutural de maneira teórica, ou seja, as proposições, os teoremas etc. Sendo assim, o trabalho do professor, em sala de aula, fica restrito apenas aos níveis de *tema* e *questão*. Lembrando que, o termo *questão* nesse nível assume o sentido de questão de estudo e não de questão interrogativa,

[13] Segundo Chevallard (1999) as organizações praxeológicas podem ser colocadas em termos de organizações *pontuais*, *locais*, *regionais* e *globais*. Uma organização *pontual* [*T*/ô/Θ/Θ] se refere a uma praxeologia que se desenvolve com base em um único tipo de tarefa. A passagem de uma organização *pontual* a uma organização *local* [*Ti*/ô*i*/Θ/Θ] coloca em evidência a tecnologia Θ, ao passo que uma praxeologia *regional* [*Tij*/ô*ij*/Θj/Θ] ressalta a teoria Θ . A reunião de várias organizações *regionais* relativas a várias teorias Θ_k corresponde a uma organização *global*.

pois se trata de um assunto a ser estudado e não de uma interrogação a ser respondida. Na tentativa de identificar tais níveis na pesquisa cheguei ao seguinte esquema:

Disciplina: Matemática

Domínio: Álgebra

Setor: Expressões Numéricas

Tema: Conceito de expressão numérica

Tema: Expressões numéricas com as quatro operações

Questão: operando as expressões numéricas com os sinais ( ), [] e {}

Questão: ordem e interpretação das operações matemáticas

Ilustração 5 – Organização estrutural do conteúdo estudado
Fonte: O autor

Referi-me apenas a esses níveis, uma vez que os outros (*civilização*, *sociedade*, *escola*, *pedagogia*) remetem a uma discussão teórica que não será realizada nesse trabalho. Reforço que essa é uma tentativa de classificação, uma vez que pouco foi encontrado na literatura, acerca de uma classificação desse tipo. Porém, insisti na ideia por acreditar ser este um caminho fértil e que merece ser explorado, também, em outras pesquisas. Aparentemente, a seguinte dúvida pode ser levantada: Expressões Numéricas com Números Naturais e com as quatro operações não seria um subtema de Conceito de Expressões Numéricas? Pensando matematicamente a resposta é sim, pois o conceito de expressões numéricas sempre será o mesmo, independente dos casos particulares estudados. Entretanto, a separação que realizei nessa pesquisa está relacionada à maneira como os livros didáticos e, em consequência disso, os professores (autores), tratam (abordam) o estudo de Expressões Numéricas.

Nesse sentido, esta pesquisa poderá fornecer resultados acerca das diferentes Organizações Didáticas mobilizadas no desenvolvimento da mesma Organização Matemática, uma vez que investigarei a proposta do livro didático para o estudo do conteúdo expressões numéricas com números naturais. Ou seja, possivelmente a praxeologia matemática do professor será a mesma do livro didático, entretanto, poderá haver diferenças nas

Organizações Didáticas dessas duas instituições, o que pode ser atribuído, ao menos em parte, a formação inicial do professor, embora não seja esse nosso foco principal.

Assim, a análise da abordagem do conteúdo de expressões numéricas foi embasada na TAD (CHEVALLARD, 1999) mais especificamente nas organizações didáticas, nas organizações matemáticas nas quais identificamos os tipos de tarefas e as técnicas, bem como os objetos ostensivos e os elementos de abordagem, com o olhar para dois volumes de duas coleções de livros didáticos de matemática destinadas ao Ensino Fundamental.

Sendo assim, essa será a maneira a proceder no desenvolvimento da análise das Organizações Matemáticas e Didáticas propostas no livro didático.

3.2 A ESCOLHA DAS COLEÇÕES

A liberdade dada à equipe pedagógica e aos professores das escolas da rede pública para escolher os livros didáticos homologados pelo PNLD é desde 1997. Portanto, participar ativa e pessoalmente de tal escolha, propicia a integração do professor ao seu permanente material de trabalho, tendo em vista que o livro didático o acompanhará, bem como aos alunos, por todo o ano letivo.

Diante dessa reflexão, associada a discussões realizadas em nosso grupo de orientação, também estendidas a outras socializações, me permitiu questionar: quais são os livros didáticos de matemática mais utilizados nas escolas públicas de Cuiabá? E, em seguida, quais são os livros didáticos de matemática adotados pela EE Prof. Antonio Epaminondas, na qual sou lotado como professor efetivo, para o Ensino Fundamental e por quê?

Fazendo o levantamento das coleções mais escolhidas pelas escolas públicas de Cuiabá-MT, no ano de 2012, com base no site do Fundo Nacional de Desenvolvimento e Educação (FNDE) e no Programa Nacional do Livro Didático (PNLD) que identifiquei setenta e duas escolas estaduais e cento e uma escolas municipais de Cuiabá, referentes aos anos iniciais do Ensino Fundamental.

Dentre as coleções, destaquei as duas escolhidas pelos professores do 6º ano da EE Prof. Antonio Epaminondas[14], de Cuiabá-MT para a apresentação das sínteses avaliativas realizadas pelo MEC, disponíveis no Guia do Livro Didático. Com esses dados, comparei a análise de ambas as coleções e as interpretei.

[14] Tabela 1.

Segundo o FNDE, o Guia do Livro Didático tras as resenhas dos livros didáticos indicados pelo MEC a fim de subsidiar o trabalho do professor. Para ser aprovado pela equipe designada pelo MEC o livro didático deve atender a uma série de critérios, sob pena de – sem os quais, não ser aprovado.

Tabela 1 - As duas coleções da 1ª e 2ª opção de Livros Didáticos de Matemática escolhidos pela EE Prof. Antonio Epaminondas, também adotadas por outras escolas públicas de Cuiabá-MT.

COLEÇÕES		No. DE ESCOLAS QUE OPTARAM PELA COLEÇÃO
ALFABETIZAÇÃO MATEMÁTICA (1º AO 9º ANOS)	A Conquista da Matemática (6º ano)	89
MATEMÁTICA (6º AO 9º ANOS)	Projeto Radix (6º ano)	42

Fonte: O autor

Sabemos que o livro didático é uma importante ferramenta no auxílio ao professor no processo de ensino e aprendizagem. De acordo com os pesquisadores Gérard & Roegiers (1998) citado pelo FNDE[15], no que se refere ao professor, o livro didático tem a função de colaborar com o planejamento anual do ensino da área; contribuir com a aquisição dos conhecimentos; auxiliar na gestão e no planejamento das aulas, assumindo o papel de texto de referência, favorecendo a formação didático-pedagógica, dentre outros. Por outro lado, há também a necessidade de vincular a matemática com a vida da criança, conforme mencionado por Nunes e Bryant, citados em Lopes (2005, p. 18):

> [...] a matemática é uma matéria escolar, porém no que tange às crianças é também uma parte importante das suas vidas cotidianas: sem matemática elas ficarão desconfortáveis não apenas na escola, mas em uma grande parte de suas atividades cotidianas: quando partilham bens com seus amigos, planejam gastar suas mesadas, discutem sobre velocidade e distâncias, viajam e têm que lidar com o mundo do dinheiro, de compras e vendas, hipotecas e apólices de seguro precisam de habilidades matemáticas.

Os livros didáticos estão presentes nas escolas e que a cada três anos os professores têm liberdade de análise para a escolha dos livros que fazem parte do Guia. No levantamento feito, destaquei as duas coleções dos livros didáticos de Matemática do 6º ao 9º ano mais

[15] http://www.fnde.gov.br/index.php/pnld-guia-do-livro-didatico, 2010.

utilizadas nas cento e setenta e três escolas públicas, sendo cento e uma municipais e setenta e duas estaduais, de Cuiabá, no ano de 2012.

3.2.1 Caracterização das coleções

Embora o Guia do Livro Didático desmembre as coleções em Alfabetização Matemática e Matemática, utilizei nesta dissertação o termo coleção para indicar os livros que contém volumes do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, até porque, em ambas as coleções, suas características apresentam-se bem parecidas no manual do professor dos livros citados Portanto, consideramos dois volumes de duas coleções, sendo um volume de cada coleção:

A Conquista da Matemática, 6º ano do ensino fundamental, editora FTD, livro 1, coleção A (LD1A) e Projeto Radix, 6º ano do ensino fundamental, editora Scipione, livro 1, coleção B (LD1B) ambas destinadas à Matemática.

Estas coleções são, respectivamente, a 1ª e 2ª opção dos livros de matemática adotados pela EE Prof. Antonio Epaminondas. Nesta escola, assim como em tantas outras que ofertam o Ensino Fundamental, é comum o 6º ano, que é a 3ª fase do 2º ciclo, estar no mesmo turno que o 7º, 8º e 9º ano, que são, respectivamente, a 1ª, 2ª e 3ª fase do 3º ciclo. Ou seja, embora a nomenclatura e o currículo tenham sofrido mudanças em termos de conteúdo e de legislação, na prática, ainda não houve uma ruptura com o ensino seriado, designado por 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries.

3.2.1.1 A Conquista da Matemática - Coleção A

A coleção “A conquista da matemática”, tradicional, conhecida no meio docente e consagrada no mercado de livros didáticos, foi escrita por dois autores, José Ruy Giovanni Jr.[16] e Benedicto Castrucci[17], e publicada pela editora FTD.

Esta coleção apresenta uma proposta pedagógica para os nove anos do Ensino Fundamental. Ressalto, porém, que em alguns volumes, também há a colaboração de José Ruy Giovanni, que por não ser o caso do livro que estudei não os caracterizei neste estudo.

---

[16] Licenciado em Matemática pela Universidade de São Paulo (USP). Professor de Matemática em escolas do Ensino Fundamental e Ensino Médio desde 1985.

[18] Bacharel e licenciado em Ciências Matemáticas pela Universidade de São Paulo (USP). Foi professor de Matemática da Pontifícia Universidade Católica (PUC-SP) e da Universidade de São Paulo (USP). Foi professor de Matemática em escolas públicas e particulares de Ensino Fundamental e Ensino Médio. Faleceu em 2/1/1995.

No manual do professor consta que a coleção enfatiza os quatro blocos temáticos: números e operações, espaço e forma, grandezas e medidas e tratamento da informação, propostos nos Parâmetros Curriculares de Matemática.

A coleção é separada por seções como: história da matemática, noções intuitivas, abertura de capítulo, cinco ícones (Brasil real, Tratando a informação, Chegou a sua vez!, Explorando e Resolvendo problemas), além de uma revisão de cada capítulo, denominada "Retomando o que aprendeu". Além dos ícones relacionados, constatei jogos distribuídos ao longo do livro, desafios e glossário.

O volume que estudei desta coleção é dividido em nove capítulos, que abrangem os conteúdos dos blocos temáticos. Em cada capítulo apresentam-se os subcapítulos.

No manual do professor constam as orientações metodológicas, características da coleção e no mesmo, consta que a coleção prioriza o ensino em espiral. Além disso, apresenta uma revisão de conteúdos ao final dos capítulos, como também ao final de cada volume dos livros. Ainda, segundo os autores Giovanni Jr. e Castrucci (2009, p. 3), os conceitos matemáticos a ser trabalhados na coleção "A conquista da matemática", partem geralmente de situações-problema, além do uso da tecnologia da informação, como a calculadora por exemplo.

Conforme os autores Giovanni Jr. e Castrucci (2009) as atividades desta coleção procuram fazer com que a aprendizagem seja vivenciada como uma experiência progressiva, interessante e formativa, apoiada na ação, na descoberta, na reflexão e na comunicação, como preceituam os Parâmetros Curriculares Nacionais de Matemática.

No manual do professor consta que a coleção enfatiza a resolução de problemas, a geometria experimental, as grandezas e medidas, análise de gráficos e tabelas, a estatística, o raciocínio lógico e o combinatório, as estimativas, os arredondamentos e o cálculo mental.

3.2.1.2 Projeto Radix, Raiz do Conhecimento - Coleção B

A coleção "Projeto Radix, raiz do conhecimento" foi escrita por um único autor, Jackson Ribeiro[18], é uma obra recente, sendo sua primeira edição e impressão publicada em 2010, pela editora Scipione, que nos forneceu o material para a pesquisa, bem como a professora que trabalha com a disciplina na escola.

---

[18] Licenciado em Matemática e pós-graduado em Informática na Educação (UEL, Londrina-PR). Coautor de obras de Matemática direcionadas ao Ensino Fundamental I e II e Ensino Médio.

No início do volume há uma mensagem de boas vindas do autor para os alunos, e no manual do professor, nesta obra denominado “Assessoria Pedagógica”, há também uma carta para o professor. Os volumes da coleção são divididos em módulos – no livro pesquisado, são oito, que por sua vez se subdividem em capítulos – no livro pesquisado, são vinte, e os volumes são destinados do 6º ao 9º ano do Ensino Fundamental, sendo que nos limitamos ao volume destinado ao 6º ano do ensino fundamental.

Os capítulos iniciam com uma problematização (“Para começar”), seguidos das seções “Atividades de revisão”, “Complementando”, “Atividades”, “Sabia que...”, “Seções especiais”, “Lendo textos”, “Caderno de recursos”, “Glossário” e “Para saber mais”.

De acordo com a Assessoria Pedagógica (manual do professor) os capítulos exploram diferentes conteúdos matemáticos que se relacionam e desenvolvem no decorrer dos livros, além de estabelecer relações entre si e entre os blocos de conteúdos: números, operações e sistema de numeração, grandezas e medidas, espaço e forma e tratamento da informação.

Na apresentação das seções, a intenção do autor é favorecer a participação e envolvimento do aluno e abordar situações-problema.

No manual do professor consta que a coleção “visa não somente desenvolver o raciocínio lógico do aluno, mas também forma-lo de modo mais abrangente, envolvendo, entre outros aspectos, a capacidade de interpretar e analisar criticamente a realidade”. O autor explicita os objetivos desta coleção, dos quais destacamos “promover o acesso de ensino e aprendizagem de Matemática por meio de uma linguagem de fácil compreensão, ampliando, assim, o interesse do estudante por essa área do conhecimento” (LD1B, Manual do Professor, p. 5).

3.2.2 Critérios para seleção do conteúdo de Expressões Numéricas

Sabendo que o objetivo foi investigar a abordagem do conteúdo de expressões numéricas explicitados nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental, adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT para o triênio 2011-2013, considerei necessário estabelecer alguns critérios para a seleção desse conteúdo a ser analisado, dos quais destaco:

- O conteúdo está presente nos documentos (Livros Didáticos) a ser estudados?
- O conteúdo tem relevância no ensino de matemática?
- Com que profundidade e como é abordado o assunto?

Optei por ilustrar a pesquisa com os exemplos e exercícios resolvidos pelos autores nos dois livros das duas coleções analisadas, visto que a análise ocorreu por meio das organizações matemática e didática. Todavia, o estudo não se restringiu apenas aos exemplos e exercícios resolvidos. Foi trazido ao longo do trabalho as abordagens introdutórias feitas pelos autores em ambas as obras. Considerei as palavras "expressões", "expressões numéricas" e outras semelhantes como forma de me deter aos exercícios diretamente relacionados ao conteúdo de expressões numéricas com números naturais. Assim, o estudo foi focado apenas na abordagem do assunto.

3.2.2.1 Seleção do conteúdo – Livro Didático 1, Coleção A

Neste volume, o conteúdo de expressões numéricas é identificado no sumário, se fazendo presente em um capítulo específico, "Calculando com Números Naturais", o que facilitou a seleção das páginas diretamente relacionadas ao conteúdo de expressões numéricas exemplificadas pelos autores. Contudo, reitero a observação de que os autores não iniciam o capítulo e o tratam do começo ao fim do conteúdo Expressões Numéricas, específica e exclusivamente. Há uma construção teórica até sua abordagem direta, que é, senão, as quatro operações matemáticas, a potenciação e a raiz quadrada.

Assim mesmo, folheei as páginas do livro e constatei que o conteúdo em estudo está realmente presente nas páginas concentradas no capítulo específico, conforme pode ser visualizado na sequência das páginas 47 à 93.

Figura 1 – Sumário. LD1A, p. 4

SUMÁRIO

O SER HUMANO VIVE CERCADO POR NÚMEROS 7

1. UMA HISTÓRIA MUITO ANTIGA 11
As civilizações do passado e os seus sistemas de numeração 12

2. E O NOSSO SISTEMA DE NUMERAÇÃO? 17
O conjunto dos números naturais 19
TRATANDO A INFORMAÇÃO Interpretando tabelas 21
TRATANDO A INFORMAÇÃO Organizando informações em tabela 27

CALCULANDO COM NÚMEROS NATURAIS 29

3. IDEIAS ASSOCIADAS À ADIÇÃO 33
Propriedades da adição de números naturais 34
TRATANDO A INFORMAÇÃO Organizando informações em gráficos de barras 38

4. IDEIAS ASSOCIADAS À SUBTRAÇÃO 41
Relação fundamental da subtração 44 ■ Conhecendo algumas teclas da calculadora 45 ■ Expressões numéricas 47
TRATANDO A INFORMAÇÃO Gráfico de barras 49

5. IDEIAS ASSOCIADAS À MULTIPLICAÇÃO 50
Considerações a respeito da multiplicação 54 ■ O algoritmo da multiplicação 54 ■ Propriedades da multiplicação de números naturais 57 ■ Expressões numéricas 60 ■ Utilizando a calculadora para resolver expressões numéricas 63
TRATANDO A INFORMAÇÃO Gráfico pictórico 64

6. IDEIAS ASSOCIADAS À DIVISÃO 66
Considerações sobre a divisão de números naturais 69 ■ Relação fundamental da divisão 70 ■ Expressões numéricas com as quatro operações 71

7. RESOLVENDO PROBLEMAS 74
TRATANDO A INFORMAÇÃO Localização de pontos no plano cartesiano 81

8. POTENCIAÇÃO DE NÚMEROS NATURAIS 84
O quadrado de um número 86 ■ O cubo de um número 87 ■ Raiz quadrada exata de um número natural 91 ■ Resolvendo expressões numéricas com todas as operações 92 ■ Calculando potências com a calculadora 95
TRATANDO A INFORMAÇÃO Gráfico de linhas 95
RETOMANDO O QUE APRENDEU 97

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

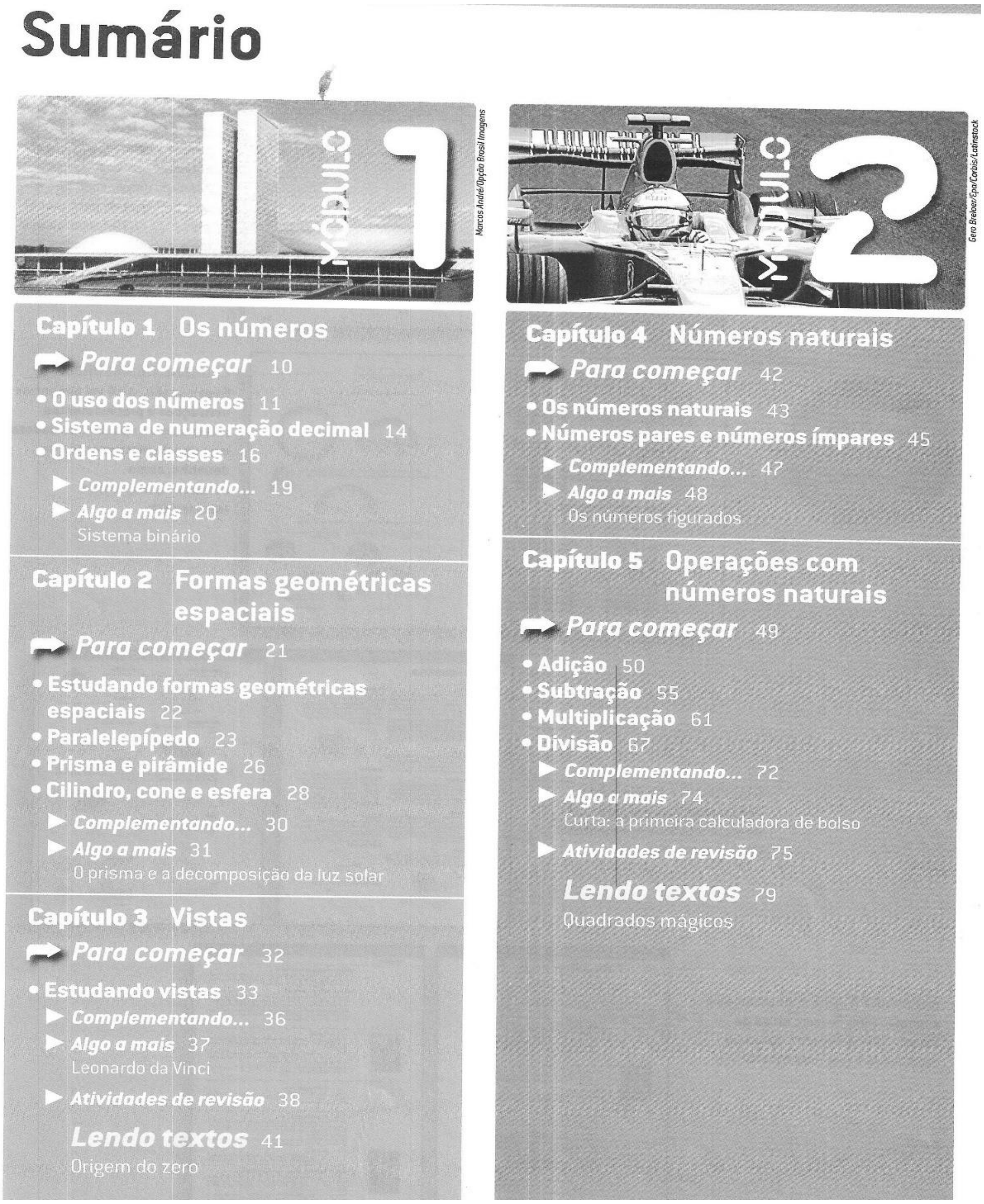
Constatei ainda, que esse conteúdo é enfatizado pela coleção estudada no 6º ano.

3.2.2.2 Seleção do conteúdo – Livro Didático 1, Coleção B

Percebi que no volume estudado desta coleção o autor também desenvolve o conteúdo de expressões numéricas em um capítulo específico, “Operações com Números Naturais”, abordando inicialmente as operações individualizadas de adição e subtração, acompanhadas de suas respectivas propriedades, operações inversas, seguidas das expressões numéricas envolvendo as operações de adição e subtração. O mesmo procedimento foi adotado pelo autor, quanto às operações de multiplicação e divisão.

O conteúdo analisado encontra-se, em conformidade com o sumário, às páginas 57 à 78.

Figura 2 – Sumário. LD1B, p. 6



Sumário

Módulo 1

Capítulo 1 Os números
Para começar 10
• O uso dos números 11
• Sistema de numeração decimal 14
• Ordens e classes 16
Complementando... 19
Algo a mais 20
Sistema binário

Capítulo 2 Formas geométricas espaciais
Para começar 21
• Estudando formas geométricas espaciais 22
• Paralelepípedo 23
• Prisma e pirâmide 26
• Cilindro, cone e esfera 28
Complementando... 30
Algo a mais 31
O prisma e a decomposição da luz solar

Capítulo 3 Vistas
Para começar 32
• Estudando vistas 33
Complementando... 36
Algo a mais 37
Leonardo da Vinci
Atividades de revisão 38
Lendo textos 41
Origem do zero

Módulo 2

Capítulo 4 Números naturais
Para começar 42
• Os números naturais 43
• Números pares e números ímpares 45
Complementando... 47
Algo a mais 48
Os números figurados

Capítulo 5 Operações com números naturais
Para começar 49
• Adição 50
• Subtração 55
• Multiplicação 61
• Divisão 67
Complementando... 72
Algo a mais 74
Curta: a primeira calculadora de bolso
Atividades de revisão 75
Lendo textos 79
Quadrados mágicos

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção “Projeto Radix”

Os conteúdos, em ambos os volumes, estão assim distribuídos:

. o LD1A aborda com maior destaque o conteúdo de nossa pesquisa, dedicando 46 páginas ao seu estudo contra 21 páginas do LD1B;

. o LD1A também aprofunda mais no conteúdo, dedicando-se à apresentação das expressões numéricas envolvendo potenciação e radiciação, enquanto no LD1B não foi observado tal aprofundamento.

Portanto, como mencionado no item 2.2 (p. 37) deste trabalho, embora o conteúdo *expressões numéricas* não faça parte dos PCN, seu ensino continua de relevância no ensino fundamental estando presente, inclusive, nos volumes estudados. Notamos ainda, que se não é dado um tratamento "superficial" ao assunto, conforme veremos no capítulo 4.

Lembro ainda, que o sumário e as páginas selecionadas correspondem aos exemplos apresentados pelos autores e não a todo o conteúdo explanado nos livros didáticos da coleção.

No próximo capítulo, procederei à análise referente às praxeologias didática e matemática, bem como os recursos utilizados, tais como a resolução de problemas, o uso da calculadora, os tipos de tarefas e as técnicas presentes no conteúdo de expressões numéricas com números naturais.

4 UM ESTUDO DAS PRAXEOLOGIAS

4.1 CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Entendo ser conveniente realizar uma análise de natureza praxeológica, com base na Teoria Antropológica do Didático - TAD (CHEVALLARD, 1999), dos livros didáticos utilizados pelas docentes, dos capítulos que abordam o tema Expressões Numéricas. Considerei ainda, que a análise desse material deve servir de base para o estudo praxeológico, na praxeologia expressa na TAD e a proposta pelos autores do livro didático.

Destaco neste momento a organização matemática por meio dos tipos de tarefas e das técnicas contemplados nos exercícios propostos e resolvidos pelos autores nas obras estudadas.

Na organização didática, analisei como os autores procedem ao ensino do conteúdo de expressões numéricas com números naturais por meio dos elementos de abordagem resolução de problemas, jogo e imagem, com base nos exemplos e/ou exercícios resolvidos contidos nas obras estudadas.

4.2 ANÁLISE PRAXEOLÓGICA DOS LIVROS DIDÁTICOS

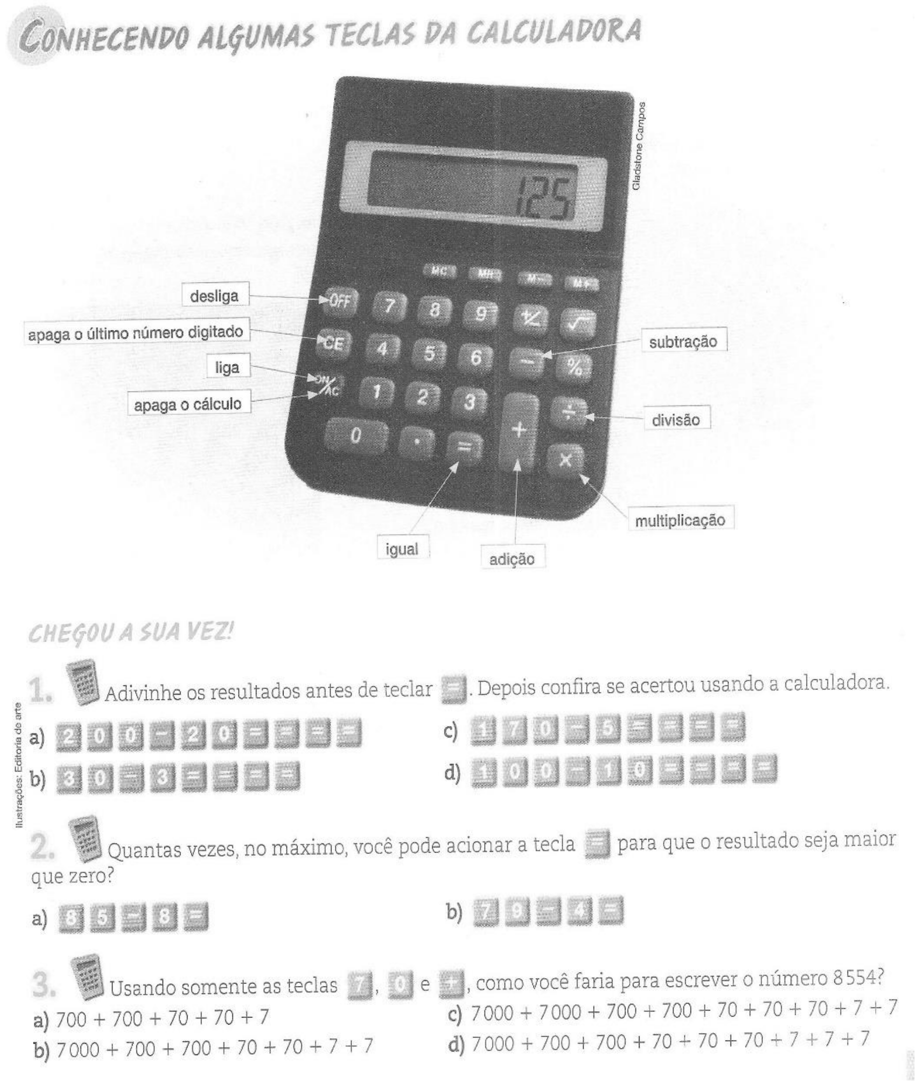
Uma leitura mais atenta sobre o desenvolvimento do conteúdo de Expressões Numéricas proposto pelos autores dos livros didáticos estudados permitiu dividir esse estudo em dois gêneros de organizações matemáticas. Inicialmente, temos o desenvolvimento do primeiro gênero, que se estabelece em torno do tema: *Conceito de Expressão Numérica*.

Nessa parte, primeiramente, os autores apresentam a noção de expressão numérica com uma situação problema e, na sequência, já são dadas atividades envolvendo as quatro operações. Nesse estudo estão englobados o capítulo 2, seção 4 do LD1A e o módulo 2, capítulo 5 do LD1B.

As seções 5, 6, 7 e 8, capítulo 2 do LD1A e o módulo 2, capítulo 5 do LD1B são destinadas ao desenvolvimento do segundo gênero de organização matemática, desenvolvido acerca do tema: *Expressões Numéricas com as Quatro Operações*. Aqui, observei novamente, que o LD1A vai além das quatro operações incorporando expressões numéricas que contemplam potenciação e radiciação e, por outro lado, o LD1B discute as propriedades comutativa, associativa, distributiva, elemento neutro e operações inversas. Além da apresentação da definição de uma Expressão Numérica, há a construção de tabelas, algoritmos, uso de calculadora e jogos.

Na abordagem do conteúdo, exemplos e exercícios encontrados nas obras que pesquisei, deparei-me com situações pouco ou nada contextualizadas, sem nenhuma parte introdutória ou ponte que incorpore elementos didáticos para um melhor aproveitamento do assunto em evidência. A seguir, uma das figuras que extraí, a fim de reforçar tal ideia:

Figura 3 – Apresentação da calculadora. LD1A, p. 45



CHEGOU A SUA VEZ!

1. Adivinhe os resultados antes de teclar =. Depois confira se acertou usando a calculadora.

a) 2 0 0 − 2 0 = = = =
b) 3 0 − 3 = = = =
c) 1 7 0 − 5 = = = =
d) 1 0 0 − 1 0 = = = =

2. Quantas vezes, no máximo, você pode acionar a tecla = para que o resultado seja maior que zero?

a) 8 5 − 8 =
b) 7 9 − 4 =

3. Usando somente as teclas 7, 0 e +, como você faria para escrever o número 8 554?

a) 700 + 700 + 70 + 70 + 7
b) 7 000 + 700 + 700 + 70 + 70 + 7 + 7
c) 7 000 + 7 000 + 700 + 700 + 70 + 70 + 70 + 7 + 7
d) 7 000 + 700 + 700 + 70 + 70 + 70 + 7 + 7 + 7

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

4.2.1 Gênero de Organização Matemática 1 (GOM1) – Estudo do tema: *Conceito de Expressão Numérica*

4.2.1.1 O que é uma Expressão Numérica

Em ambos os volumes estudados, nos tópicos/itens que tratam do assunto intitulado *Expressão Numérica*, é apresentado inicialmente um breve comentário da importância do estudo das Expressões Numéricas tanto na Matemática, como em outras ciências, com maior tentativa de enfoque por parte dos autores na aplicabilidade deste recurso a situações do dia-a-dia e, segundo seu entendimento, no contexto do aluno. Na verdade, os autores apenas comentam que tal conteúdo é utilizado em outras áreas e não expõem com maiores detalhes a sua aplicabilidade nesta ou naquela ciência em particular. Assim, constatamos que o trabalho com a interdisciplinaridade ocorreu de maneira superficial, diferente do que é proposto nos Parâmetros Curriculares Nacionais que sugerem uma abordagem interdisciplinar integrando os conteúdos das diferentes áreas, inclusive por meio da sugestão de projetos que despertem o interesse dos alunos por esse conteúdo.

A resenha da coleção que contém o LD1A, por exemplo, expressa no PNLD/2012 (BRASIL, 2012, p. 43) endossa essa conclusão e aponta que:

> **N**a introdução e no desenvolvimento dos conceitos e procedimentos, a obra recorre a diversos textos de história da Matemática e de outras áreas do saber. Alguns desses textos, especialmente os encontrados em atividades do tratamento da informação, favorecem a contextualização dos conteúdos e a construção da cidadania. Há demonstrações de propriedades geométricas, com encadeamento lógico adequado. No entanto, ocorrem generalizações, sem que sejam dadas as justificativas necessárias.

Em contrapartida, a resenha da coleção que contém o LD1B, verificada na mesma fonte de consulta, ou seja, no PNLD/2012 (BRASIL, 2012, p. 77), nos traz:

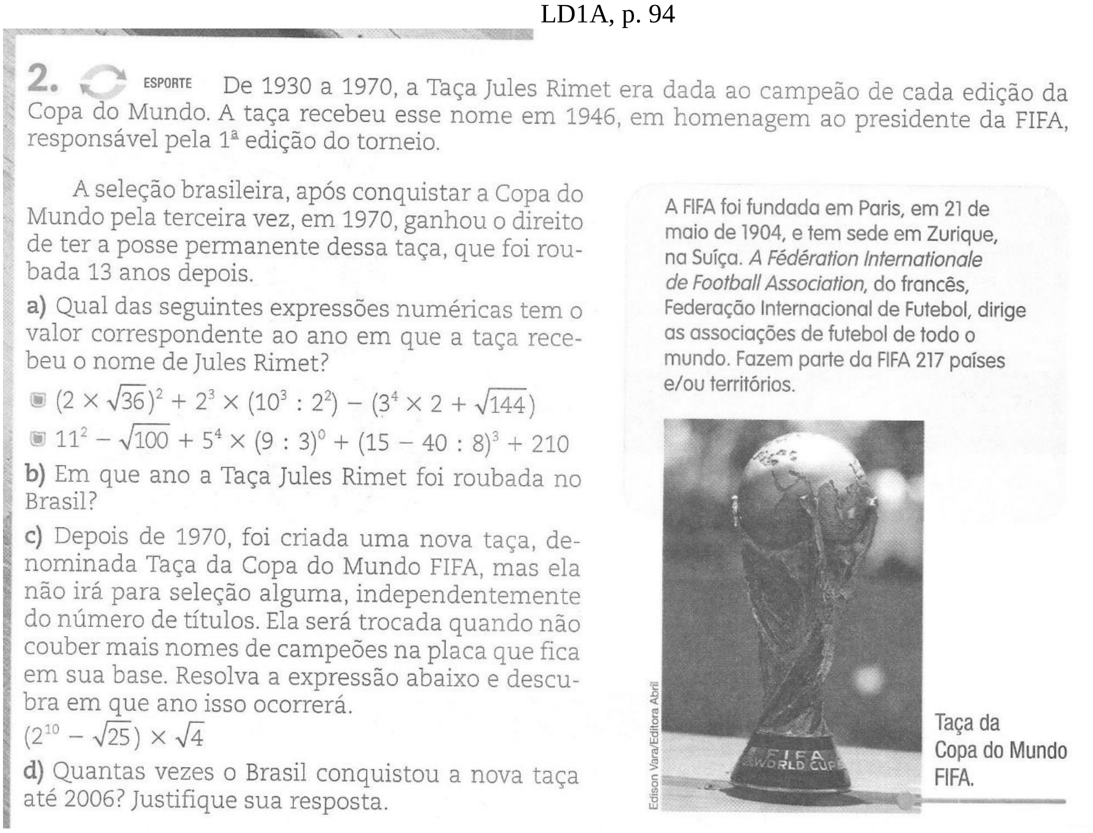
> **N**a coleção, os conteúdos são apresentados de forma gradativa, sendo ampliados e aprofundados a cada ano. Assim, nos dois primeiros anos, o desenvolvimento da álgebra é feito de maneira cuidadosa como exige a introdução da abstração característica desse campo da Matemática. Destacam-se positivamente os textos motivadores que iniciam e finalizam os conteúdos trabalhados. Os primeiros abordam situações em contextos variados: Artes, Geografia, atualidades, esportes, cidadania e o mundo do trabalho. Seguem informações complementares de caráter histórico e aplicações ou aprofundamentos do tópico focalizado. Ao final de cada módulo, um texto suplementar discute e questiona, de forma enriquecedora, um aspecto da realidade social relacionado aos assuntos tratados. As ilustrações são bem feitas e tornam os volumes atraentes. As fotografias, gráficos, representações de

formas geométricas, esquemas e tabelas são numerosos e estão adequadamente distribuídos, o que favorece o estudo de muitos dos conteúdos.

Considero este primeiro contato sobre Expressões Numéricas como sendo o primeiro momento proposto pela Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), ou seja, o primeiro contato com a Organização Matemática que está em jogo, nesse caso, o conceito de Expressões Numéricas.

Antes de iniciar a apresentação da análise considero relevante fazer uma observação. Percebi que os autores de ambas as coleções fazem uso, na maioria das atividades, de diferentes recursos para abordar o tema Expressões Numéricas. São dados exemplos que relacionam situações simples e práticas de comércio, tabulação de dados, “pré-abordagem” da álgebra ao utilizar expressões numéricas introduzindo valores desconhecidos representados por letras (incógnitas), gráfico de barras etc. Temos assim, a retomada, mesmo que implicitamente, de conteúdos trabalhados geralmente em outros níveis escolares ou que virão a ser trabalhados em níveis seguintes.

Figura 4 – Exemplo de exercício contextualizado que aborda as quatro operações, a potenciação e a radiciação. LD1A, p. 94



2. ESPORTE De 1930 a 1970, a Taça Jules Rimet era dada ao campeão de cada edição da Copa do Mundo. A taça recebeu esse nome em 1946, em homenagem ao presidente da FIFA, responsável pela 1ª edição do torneio.

A seleção brasileira, após conquistar a Copa do Mundo pela terceira vez, em 1970, ganhou o direito de ter a posse permanente dessa taça, que foi roubada 13 anos depois.

a) Qual das seguintes expressões numéricas tem o valor correspondente ao ano em que a taça recebeu o nome de Jules Rimet?

- $(2 \times \sqrt{36})^2 + 2^3 \times (10^3 : 2^2) - (3^4 \times 2 + \sqrt{144})$
- $11^2 - \sqrt{100} + 5^4 \times (9 : 3)^0 + (15 - 40 : 8)^3 + 210$

b) Em que ano a Taça Jules Rimet foi roubada no Brasil?

c) Depois de 1970, foi criada uma nova taça, denominada Taça da Copa do Mundo FIFA, mas ela não irá para seleção alguma, independentemente do número de títulos. Ela será trocada quando não couber mais nomes de campeões na placa que fica em sua base. Resolva a expressão abaixo e descubra em que ano isso ocorrerá.

$(2^{10} - \sqrt{25}) \times \sqrt{4}$

d) Quantas vezes o Brasil conquistou a nova taça até 2006? Justifique sua resposta.

A FIFA foi fundada em Paris, em 21 de maio de 1904, e tem sede em Zurique, na Suíça. *A Fédération Internationale de Football Association*, do francês, Federação Internacional de Futebol, dirige as associações de futebol de todo o mundo. Fazem parte da FIFA 217 países e/ou territórios.

Edison Vara/Editora Abril

Taça da Copa do Mundo FIFA.

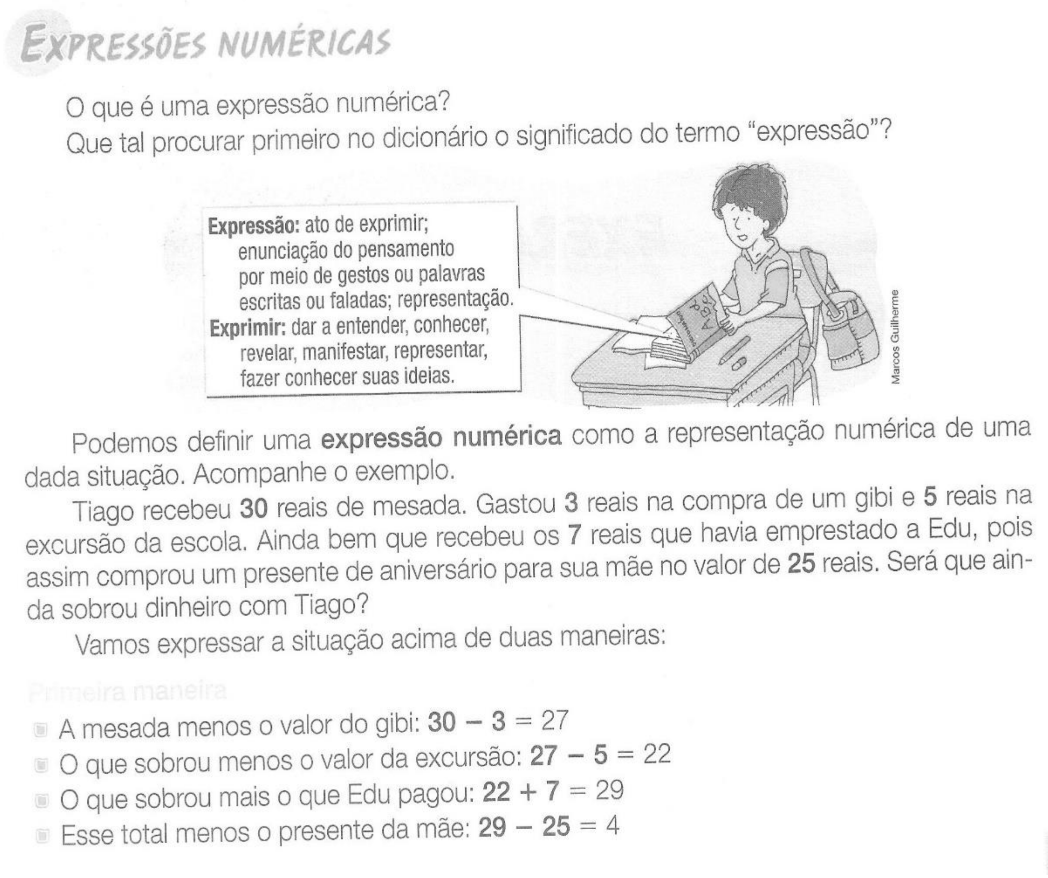
Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

Neste exercício apresentado pelo LD1A (p. 94), trazido para enfatizar as constatações ditas anteriormente, aponto que a tentativa de contextualização expressa no exercício é, a meu ver, uma contextualização "velada", pois os itens "a" e "c" do exercício não vão além do tradicional "resolva".

A noção de Expressões Numéricas é apresentada como uma representação numérica de uma dada situação[19]. Para isso são apresentadas três atividades resolvidas, uma contextualizada e as outras duas meramente mecânicas:

Na primeira atividade resolvida, conforme figura a seguir, identifiquei a presença de dois tipos de tarefas distintos.

Figura 5 – Primeira atividade resolvida, 1ª maneira. LD1A, p. 47



EXPRESSÕES NUMÉRICAS

O que é uma expressão numérica?
Que tal procurar primeiro no dicionário o significado do termo "expressão"?

Expressão: ato de exprimir; enunciação do pensamento por meio de gestos ou palavras escritas ou faladas; representação.
Exprimir: dar a entender, conhecer, revelar, manifestar, representar, fazer conhecer suas ideias.

Marcos Guilherme

Podemos definir uma **expressão numérica** como a representação numérica de uma dada situação. Acompanhe o exemplo.

Tiago recebeu **30** reais de mesada. Gastou **3** reais na compra de um gibi e **5** reais na excursão da escola. Ainda bem que recebeu os **7** reais que havia emprestado a Edu, pois assim comprou um presente de aniversário para sua mãe no valor de **25** reais. Será que ainda sobrou dinheiro com Tiago?

Vamos expressar a situação acima de duas maneiras:

Primeira maneira

- A mesada menos o valor do gibi: **30 − 3** = 27
- O que sobrou menos o valor da excursão: **27 − 5** = 22
- O que sobrou mais o que Edu pagou: **22 + 7** = 29
- Esse total menos o presente da mãe: **29 − 25** = 4

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Nessa atividade, considerei as tarefas propostas no enunciado como sendo apenas uma familiarização do aluno com os tipos de tarefas que serão propostas na sequência. Não há ainda aqui uma tarefa efetivamente relativa ao conteúdo de Expressões Numéricas, pois a

[19] LD1A.

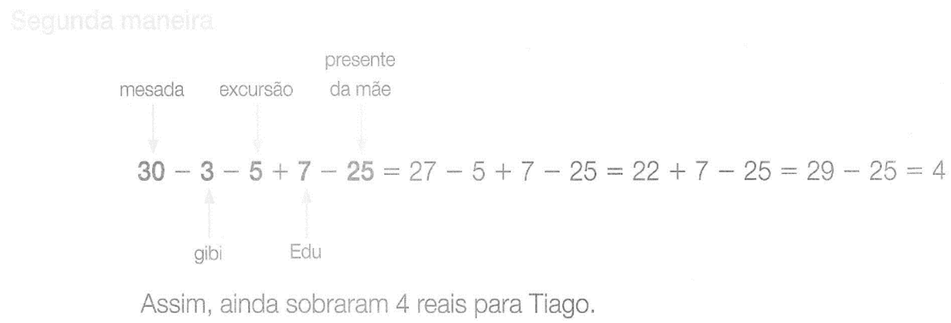
mesma pode ser realizada em contextos diferenciados. Entretanto os dados obtidos em sua resolução podem ser considerados pertinentes ao conteúdo abordado e para uma possível compreensão por parte dos alunos.

A atividade é resolvida considerando a interpretação do texto e raciocínio lógico. A partir dos dados do enunciado, foi montada uma sequência de operações gradativas e relativas às proposições. As tarefas contempladas na atividade, as quais destaco, são:

. T_1 – Modelar uma situação dada por meio de uma expressão numérica;

. T_2 – A partir do enunciado, interpretar a resolução para responder à proposição.

Figura 6 – Primeira atividade resolvida, 2ª maneira. LD1A, p. 48



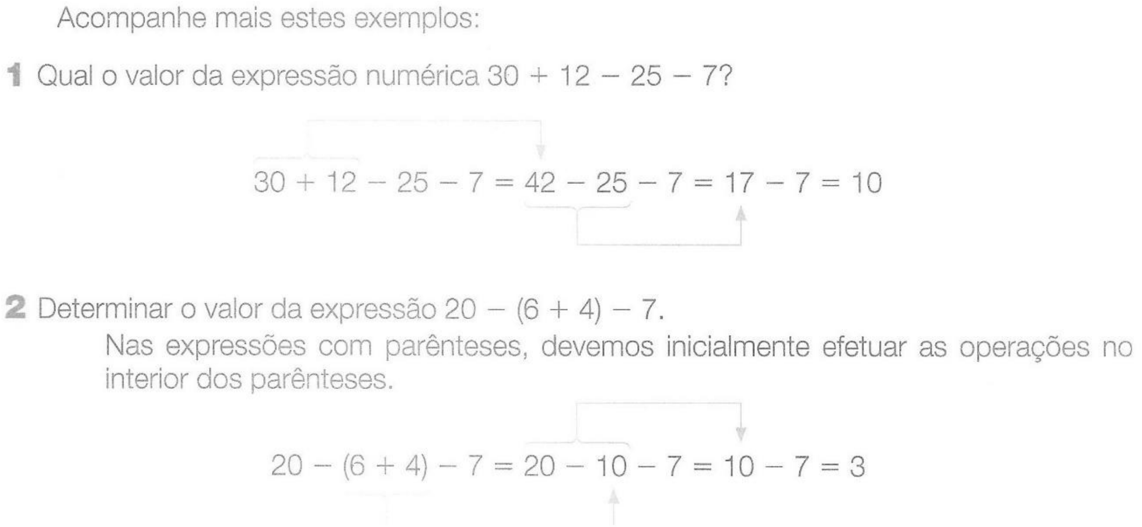
Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

Convém destacar que, nessa resolução, os autores utilizam a expressão que representa a situação problema apresentada de maneira explícita, ou seja, fazem uso da linguagem matemática que traduz uma expressão numérica, tal como podemos perceber, mais enfaticamente, na notação da resolução “2ª maneira”: 30 – 3 – 5 + 7 – 25, apresentado no excerto apresentado na figura 5.

Ao analisar esse item, considerei que, aparentemente, os autores desenvolvem esse raciocínio para mostrar que, nessa atividade, a partir da interpretação lógica do enunciado é possível chegar à sentença matemática que relaciona as grandezas em questão, mesmo que a tarefa proposta não peça para que tal sentença seja determinada. Sendo assim, considerei essa situação como o momento do primeiro encontro com a primeira organização matemática *local* (OM1) prestes a se desenvolver.

Vejamos, a seguir, a diferença que há entre a primeira atividade resolvida e a segunda e terceira atividades resolvidas apresentadas.

Figura 7 – Segunda e terceira atividades resolvidas. LD1A, p. 48


Acompanhe mais estes exemplos:

1 Qual o valor da expressão numérica 30 + 12 − 25 − 7?

$$30 + 12 - 25 - 7 = 42 - 25 - 7 = 17 - 7 = 10$$

2 Determinar o valor da expressão 20 − (6 + 4) − 7.

Nas expressões com parênteses, devemos inicialmente efetuar as operações no interior dos parênteses.

$$20 - (6 + 4) - 7 = 20 - 10 - 7 = 10 - 7 = 3$$

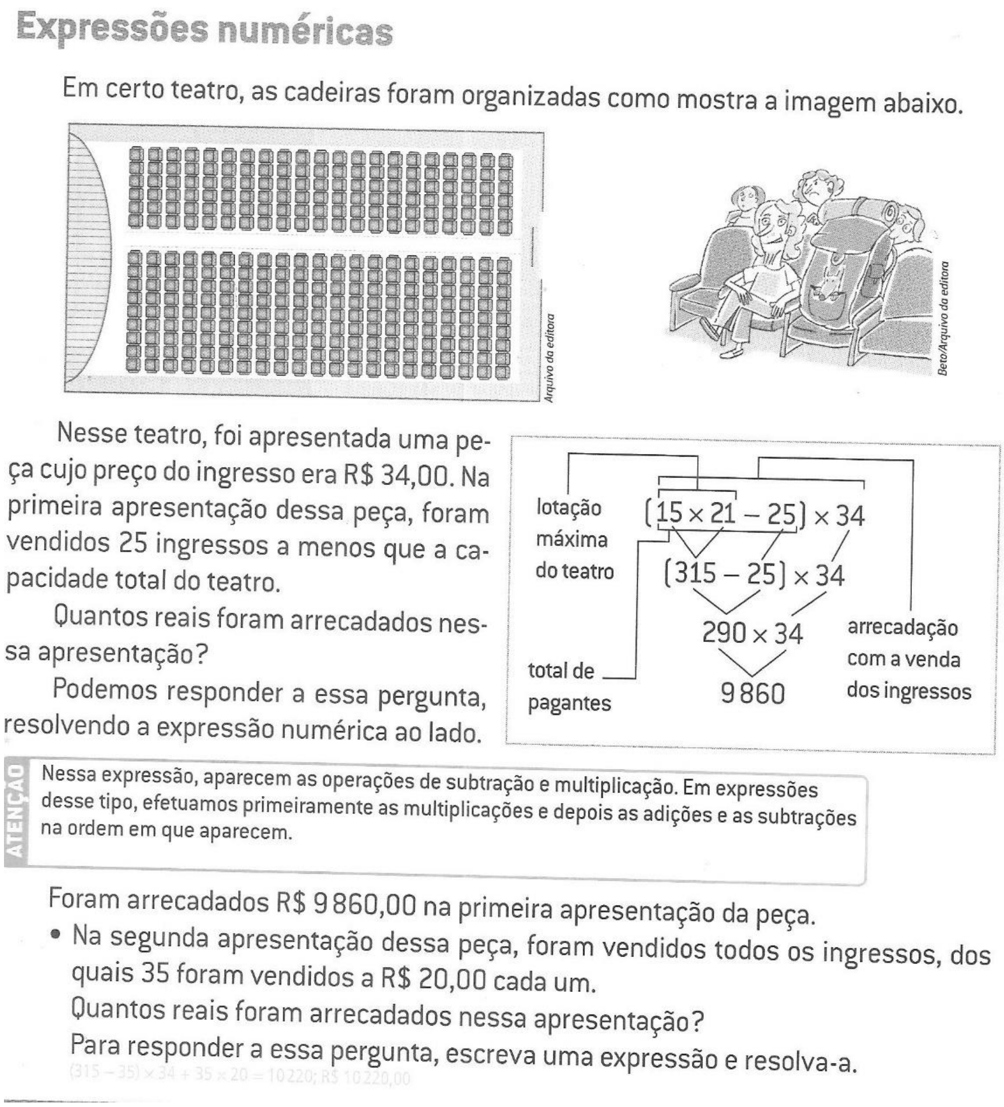
Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

O tipo de tarefa que compõe a praxeologia OM1 é proposto nos exercícios resolvidos 1 e 2 e o denominei como:

. T_3: Efetuar as operações matemáticas que se apresentam nos enunciados valendo-se de uma sequência matemática lógica, utilizando a técnica proposta pelos autores.

Na resolução, os autores formalizam a ideia de expressar, conforme contribuição dos mesmos extraída do dicionário. Apresentam ainda, um modelo de objeto ostensivo bastante utilizado no estudo de Expressões Numéricas, a notação das quatro operações no LD1B, além de potenciação e radiciação, no LD1A e os símbolos ( ), [ ] e { }, parêntesis, colchetes e chaves, em ambos os volumes.

Figura 8 – Apresentação do objeto ostensivo com as operações de multiplicação e subtração e parênteses. LD1B, p.66.



Expressões numéricas

Em certo teatro, as cadeiras foram organizadas como mostra a imagem abaixo.

Nesse teatro, foi apresentada uma peça cujo preço do ingresso era R$ 34,00. Na primeira apresentação dessa peça, foram vendidos 25 ingressos a menos que a capacidade total do teatro.

Quantos reais foram arrecadados nessa apresentação?

Podemos responder a essa pergunta, resolvendo a expressão numérica ao lado.

ATENÇÃO Nessa expressão, aparecem as operações de subtração e multiplicação. Em expressões desse tipo, efetuamos primeiramente as multiplicações e depois as adições e as subtrações na ordem em que aparecem.

Foram arrecadados R$ 9 860,00 na primeira apresentação da peça.

- Na segunda apresentação dessa peça, foram vendidos todos os ingressos, dos quais 35 foram vendidos a R$ 20,00 cada um.
  Quantos reais foram arrecadados nessa apresentação?
  Para responder a essa pergunta, escreva uma expressão e resolva-a.
  $(315 - 35) \times 34 + 35 \times 20 = 10220$; R$ 10 220,00

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção “Projeto Radix”

Antes de abordar a técnica utilizada, classifiquei a imagem presente na figura 7 como sendo: a da esquerda, do tipo funcional e, a da direita, do tipo estética, conforme a discussão feita no capítulo 2, seção 2.4, sub-item 2.4.1.1.

A técnica utilizada nessa resolução consiste na retomada da interpretação dos dados por meio de uma situação problema, com um enfoque especial no algoritmo construído. Concluí que a ideia do autor foi encontrar, por meio da representação algorítmica, o padrão de regularidade ou certa ordem lógica perceptível na transposição da linguagem textual para a linguagem matemática, a fim de estabelecer uma generalização dessa relação. Dessa forma, denominei a técnica aplicada como sendo:

. τ_1: Calcular o valor arrecadado com a venda do quantitativo de ingressos mencionado no enunciado;

. τ_2: Relacionar as duas grandezas envolvidas – quantidade de cadeiras e valor do ingresso;

. τ_3: “Generalizar os dados”.

Conforme argumentei anteriormente, entendi que o autor considerou a resolução da primeira proposição como uma construção da sentença matemática.

Observei a presença de elementos tecnológico-teóricos na constituição dessa Organização Matemática *local*; a noção ostensiva de variável dependente e independente[20], ainda que não abordado com esta conotação no 6º ano do ensino fundamental, e a própria definição de expressão numérica.

A segunda proposição apresenta um novo tipo de tarefa que pertencerá à segunda organização matemática *local* (OM2):

. T_4: Todos os ingressos foram vendidos, contudo parte deles possui valor diferenciado em relação à primeira situação, exigindo maior cuidado na elaboração do algoritmo matemático que irá se traduzir na expressão numérica correspondente.

Tomando a expressão matemática encontrada na resolução da primeira proposição, o autor induz à resolução da segunda proposição, substituindo o valor dado de forma conveniente com o enunciado.

Dessa forma, a técnica empregada nessa resolução é:

. τ_4: Calcular o valor arrecadado com a venda da totalidade de ingressos – capacidade máxima do teatro, relacionando as duas grandezas – quantidade de cadeiras e valor do ingresso e generalizar[21] os dados através da construção de uma expressão numérica que traduza a situação.

As justificativas para a aplicação de τ_2 apoiam-se tanto nos elementos tecnológico-teóricos apresentados anteriormente como na definição de expressão numérica apresentada pelos autores do LD1A.

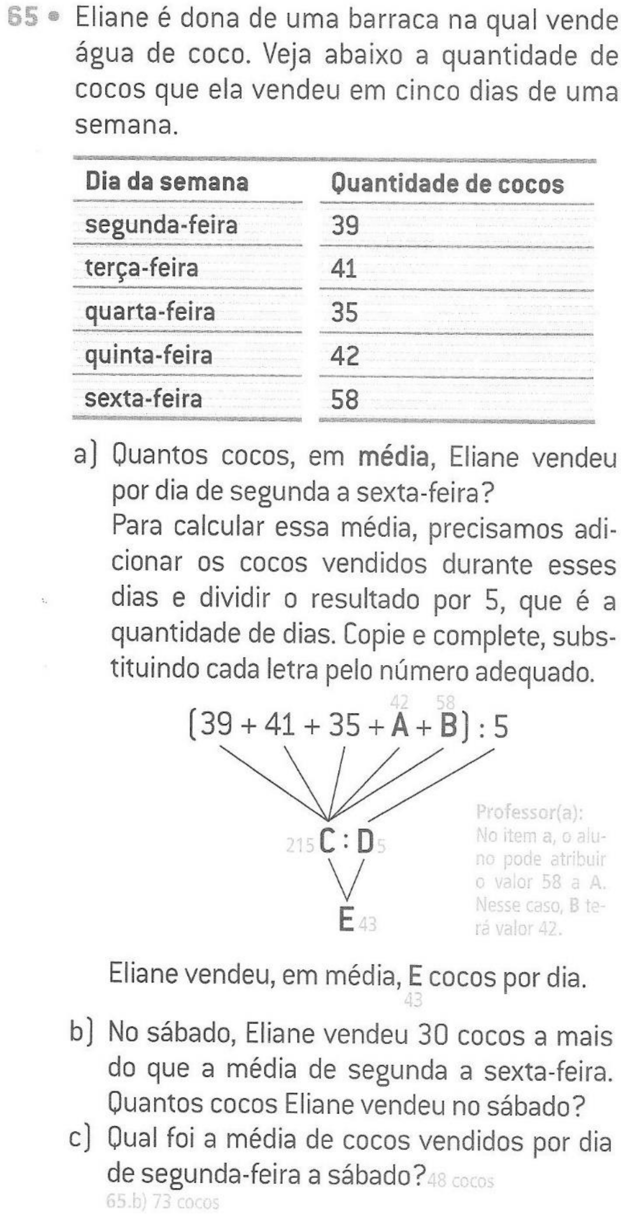
---

[20] A noção de álgebra é mais acentuada no LD1B.

[21] Generalização aqui não tem o significado formal da álgebra. Trata-se apenas da construção de uma ideia traduzida por uma expressão numérica.

Apenas com o intuito de ilustrar a introdução da álgebra no estudo das expressões numéricas, apresento abaixo um exercício proposto no LD1B.

Figura 9 – Introdução à álgebra, através do estudo das expressões numéricas. LD1B, p.68.



65 • Eliane é dona de uma barraca na qual vende água de coco. Veja abaixo a quantidade de cocos que ela vendeu em cinco dias de uma semana.

Dia da semana	Quantidade de cocos
segunda-feira	39
terça-feira	41
quarta-feira	35
quinta-feira	42
sexta-feira	58

a) Quantos cocos, em **média**, Eliane vendeu por dia de segunda a sexta-feira?
Para calcular essa média, precisamos adicionar os cocos vendidos durante esses dias e dividir o resultado por 5, que é a quantidade de dias. Copie e complete, substituindo cada letra pelo número adequado.

$$(39 + 41 + 35 + \overset{42}{A} + \overset{58}{B}) : 5$$

$$_{215}C : D_{5}$$

$$E_{43}$$

Professor(a): No item a, o aluno pode atribuir o valor 58 a A. Nesse caso, B terá valor 42.

Eliane vendeu, em média, $\underset{43}{E}$ cocos por dia.

b) No sábado, Eliane vendeu 30 cocos a mais do que a média de segunda a sexta-feira. Quantos cocos Eliane vendeu no sábado?
c) Qual foi a média de cocos vendidos por dia de segunda-feira a sábado? 48 cocos
65.b) 73 cocos

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção “Projeto Radix”

A inserção do objeto ostensivo tabela remete ao mesmo tipo de tarefa T_4 proposta no exercício ilustrado pela figura 7, que naquele caso foi utilizado o objeto ostensivo imagem. Contudo, note que aquele objeto ostensivo imagem sugere também um sentido tabela (matriz) linha x coluna. Porém, na figura 7 os elementos são gráficos (poltronas localizáveis) e na figura 8, palavras e números. Assim os dois objetos ostensivos são muito próximos do que sugerem, ambos classificados como funcionais.

Considerei a mudança de representação necessária, uma vez que possibilita ao aluno uma compreensão melhor das diferentes maneiras de representar um mesmo objeto. Além disso, na condição de professor da disciplina, percebi facilidades encontradas na manipulação desses ostensivos, pois dificuldades e/ou facilidades conceituais a respeito das expressões numéricas caminham juntas com as dificuldades na manipulação dos objetos ostensivos.

Nessa proposição o autor constrói uma tabela relacionando as duas grandezas, quantidade de cocos vendida e dias da semana (5). A tabela mostra valores de venda relativamente próximos, que vai resultar na construção da expressão numérica, que possibilitará a resolução da atividade proposta.

Compreendo tal apresentação como sendo uma preparação para o desenvolvimento de toda atividade. O item *a* representa o tipo de tarefa T_1, no entanto os valores sugeridos para o cálculo já foram apresentados na tabela, o que confirma a ideia de que a tabela foi criada para o aluno perceber como se dá o desenvolvimento das atividades. Embora o item *b* proponha o mesmo tipo de tarefa T_4, percebi uma diferença quanto ao modelo de Expressão utilizada: acrescentou-se mais um dia e mais uma quantidade de cocos vendida.

O tópico *Atividades* (LD1B), e que não contém no LD1A, é composto pelos exercícios propostos para os alunos resolverem. Na análise não identifiquei novos tipos de tarefas ou técnicas; pareceu ser apenas exercícios de fixação e trabalho com as técnicas já apresentadas, ou seja, um momento destinado ao trabalho com as técnicas utilizadas nas atividades resolvidas. O uso de objetos ostensivos gráficos, como tabelas e figuras, continua sendo contemplado pelo autor no enunciado das atividades, o que mostra certa coerência entre as atividades resolvidas e as propostas. O mesmo ocorre no último grupo de atividades dessa seção o *Atividades de Revisão*, os mesmos tipos de tarefas são propostos, no entanto há diferenças no seguinte aspecto: atividades que apresentam a ideia de Expressões Numéricas e atividades que apresentam as Expressões Numéricas propriamente ditas, o que sugere a utilização de um modelo de técnica específico para resolver tais atividades. Entretanto, como o número de questões dessa natureza é reduzido e já as abordei anteriormente, não realizarei a análise praxeológica desses tipos de tarefa. Ressalto que dediquei maior atenção à análise das atividades resolvidas pelo fato de que nelas poderia observar as técnicas e possíveis tecnologias e teorias utilizadas pelos autores.

Com base nessa análise, posso concluir que o autor deu maior ênfase à noção de relação entre grandezas, incluindo, na atividade mostrada na figura 8, média aritmética (que não foi explorada no LD1A), sem haver uma preocupação com a formalização da definição de Expressão Numérica.

Apresentarei ao final da análise de cada gênero de organização matemática um quadro composto pelos tipos de tarefas e pelas técnicas. Dessa forma ao final da leitura o leitor poderá rever as praxeologias utilizadas pelos autores no desenvolvimento das organizações matemáticas *locais*.

Destaco que a percepção de padrões de regularidade é um dos objetivos propostos nos Parâmetros Curriculares Nacionais para o estudo da Matemática: "Neste ciclo[22], o ensino de Matemática deve visar o desenvolvimento da observação de regularidades e estabelecimento de leis matemáticas que expressem a relação de dependência entre variáveis" (BRASIL, p. 81). Além disso, o uso de ostensivos gráficos, como a tabela, também é uma das sugestões presentes nos Parâmetros Curriculares Nacionais para uma melhor compreensão de conceitos dessa natureza.

A atividade seguinte também pode ser considerada como um momento de exploração dos tipos de tarefas e trabalho com as técnicas apresentadas. Porém percebi algumas particularidades nessa atividade que merecem um destaque, dessa forma trouxe na sequência seu enunciado e sua solução (a resposta é 101 para todos os itens), tal qual é apresentada no livro didático. Note que a coleção dá ênfase à atividade classificando-a como "curiosidade".

Figura 10 – "Expressões curiosas", com regularidade nos cálculos. LD1B, p.71.

76 • Efetue os cálculos a seguir da maneira que preferir.

CURIOSIDADE

a) $(203 + 302) : (3 + 2)$ 101
b) $(701 + 107) : (1 + 7)$ 101
c) $(402 + 204) : (2 + 4)$ 101
d) $(303 + 303) : (3 + 3)$ 101

De acordo com os resultados encontrados nos itens acima e, sem efetuar cálculos por escrito ou em uma calculadora, encontre o resultado de:

- $(502 + 205) : (2 + 5)$ 101
- $(101 + 101) : (1 + 1)$ 101
- $(109 + 901) : (9 + 1)$ 101
- $(405 + 504) : (5 + 4)$ 101
- $(207 + 702) : (2 + 7)$ 101
- $(305 + 503) : (5 + 3)$ 101

Agora, efetue os cálculos da maneira que achar mais adequada e verifique se suas respostas estão corretas.

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção "Projeto Radix"

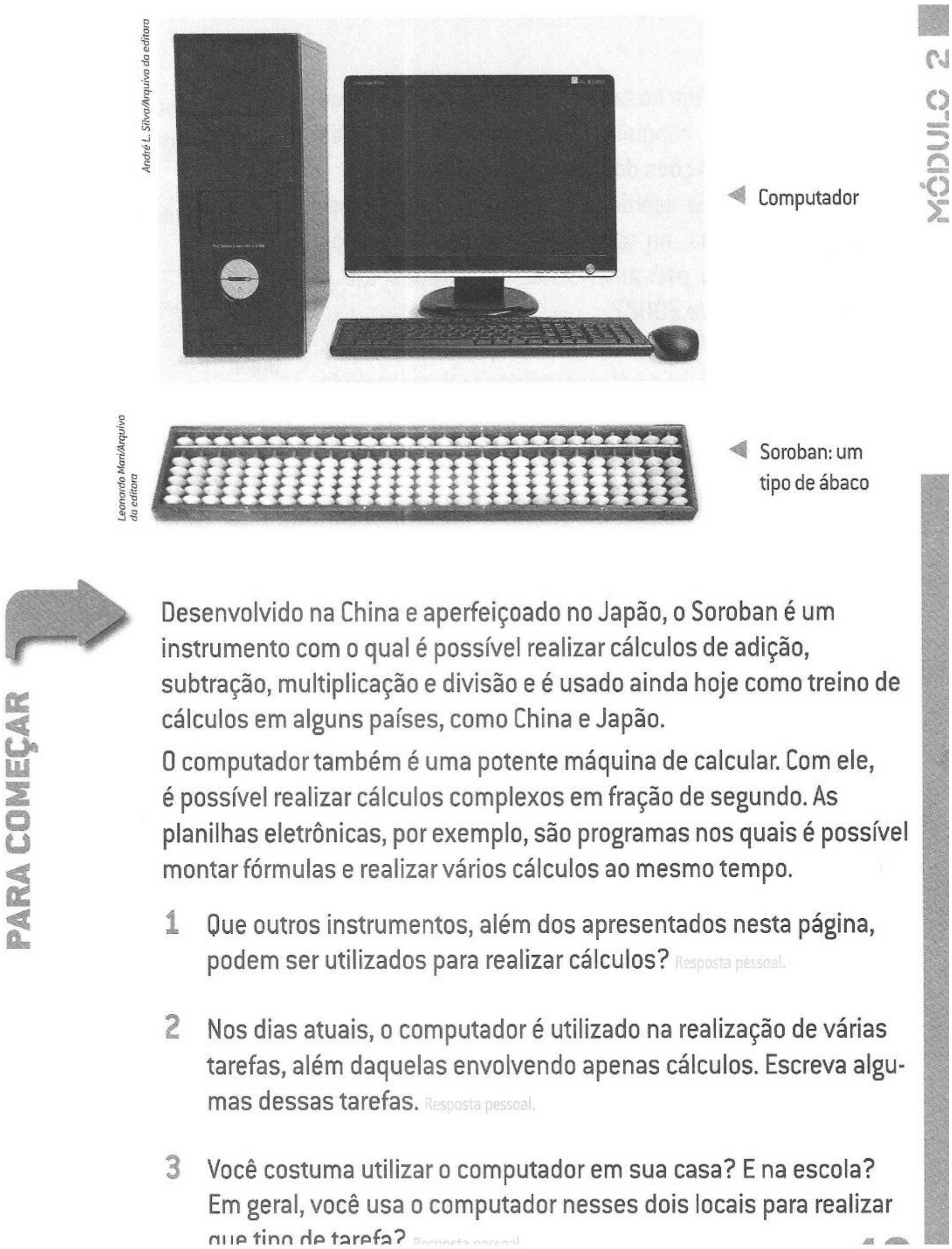
No módulo 2, na introdução do tema, seção *Para Começar,* e na conclusão do tema, seção *Algo a mais*, do LD1B, o autor apresenta curiosidades históricas quanto ao uso da

---

[22] Trouxe uma conexão com o 3º ciclo a fim de reforçar a ideia.

calculadora. Embora haja exercícios nesta coleção que sugerem o uso deste recurso tecnológico, a meu ver ele preferiu dar ênfase ao processo histórico em detrimento de atividades mecânicas explorando tal recurso. O autor também se reporta a equipamentos de última geração, como o computador, por exemplo. Compreendemos os objetos ostensivos imagem, no caso do Computador, com a função estética e, no caso do Soroban e das Calculadoras (Curta e "atual"), com a função de suporte.

Figura 11 – Computador e Soroban. LD1B, p.49


MÓDULO 2

André L. Silva/Arquivo da editora

Computador

Leonardo Mari/Arquivo da editora

Soroban: um tipo de ábaco

PARA COMEÇAR

Desenvolvido na China e aperfeiçoado no Japão, o Soroban é um instrumento com o qual é possível realizar cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão e é usado ainda hoje como treino de cálculos em alguns países, como China e Japão.

O computador também é uma potente máquina de calcular. Com ele, é possível realizar cálculos complexos em fração de segundo. As planilhas eletrônicas, por exemplo, são programas nos quais é possível montar fórmulas e realizar vários cálculos ao mesmo tempo.

1 Que outros instrumentos, além dos apresentados nesta página, podem ser utilizados para realizar cálculos? Resposta pessoal.

2 Nos dias atuais, o computador é utilizado na realização de várias tarefas, além daquelas envolvendo apenas cálculos. Escreva algumas dessas tarefas. Resposta pessoal.

3 Você costuma utilizar o computador em sua casa? E na escola? Em geral, você usa o computador nesses dois locais para realizar que tipo de tarefa?

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção "Projeto Radix"

Figura 12 – Curta: a primeira calculadora de bolso. LD1B, p. 74

MÓDULO 2

ALGO A mais

Curta: a primeira calculadora de bolso

A primeira calculadora de bolso cabia em uma mão e era completamente mecânica, dispensando o uso de pilhas ou baterias. Capaz de efetuar cálculos de adição, subtração, multiplicação e divisão com muita precisão, foi batizada com o nome de **Curta**, cujo aspecto é o de um moedor de pimenta, funcionando em um processo de rodas dentadas movidas por uma manivela que gira em um único sentido.

Seu inventor, o austríaco Curt Herzstark (1902-1988), desenvolveu o projeto da Curta enquanto estava preso em um campo de concentração, durante a segunda guerra mundial.

Curt analisou as calculadoras existentes da época e chegou à conclusão de que era preciso uma máquina de calcular que economizasse espaço e que fosse leve. Por isso, designou que a aparência da calculadora teria de ser em forma de cilindro, para que pudesse ser segurada apenas com uma das mãos. Assim, a outra mão manipularia os controles laterais, em cima e em baixo, com a resposta surgindo na parte superior da calculadora.

A Curta foi utilizada durante as décadas de 1950 e 1960 por engenheiros, cientistas, topógrafos e contabilistas, que foram restringindo o seu uso à medida que as calculadoras eletrônicas chegaram ao mercado na década de 1970.

Para a realização dos cálculos, a Curta tem como base a adição, ou seja, com base nessa operação é possível efetuar cálculos envolvendo as outras três: subtração, multiplicação e divisão. Veja a seguir, um exemplo de como pode ser calculado 327 + 159 utilizando a Curta.

1.º Deve-se girar uma vez a manivela a fim de limpar o registro de resultados anteriores e o contador de voltas.

2.º Registra-se o número 327, deslizando para baixo os três botões até que os algarismos 3, 2 e 7 apareçam na parte superior da calculadora como mostra a imagem.

3.º Dá-se um giro completo na manivela e registra-se, logo em seguida, o número 159, deslizando os três botões referentes a esse número.

4.º Gira-se a manivela e o resultado do cálculo aparece no topo da calculadora.

Fotos: André L. Silva/Arquivo da editora

1 • Qual foi o principal objetivo para a invenção da Curta?
Construir uma máquina de calcular que economizasse espaço e que fosse leve.

2 • Você já tinha visto ou ouvido falar dessa calculadora? Se sua resposta for afirmativa, comente com os colegas. Resposta pessoal.

3 • Nos dias atuais, essa calculadora seria útil? Em que situações? Resposta pessoal.

Fonte: Scipione (2010) – Extraída da coleção "Projeto Radix"

Figura 13 – O uso da calculadora na resolução de expressões numéricas. LD1A, p. 63

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Com estes três últimos exemplos do recurso tecnológico calculadora, figuras 9, 10 e 11, considero encerrado o trabalho com o primeiro gênero de Organização Matemática que estuda o *tema: Conceito de Expressão Numérica*. Em seu desenvolvimento houve a utilização de enunciados tecnológicos que justificaram os procedimentos realizados. Alguns deles fizeram referência a conteúdos estudados anteriormente, como sistemas de numeração e operação com números naturais, e os outros estavam relacionados ao conteúdo estudado, que é a definição de Expressão Numérica. Nesse estudo identifiquei quatro tipos de tarefas, cinco técnicas de resolução e alguns elementos tecnológicos. Apresento a seguir um quadro resumo desses elementos:

Quadro 2 - Praxeologia Matemática de GOM1 presentes em LD1A e LD1B.

Tipos de Tarefas	**Técnicas**	**Elementos Tecnológico-Teóricos**
T_1: Modelar uma situação dada por meio de uma expressão numérica.	τ_1: Relacionar de forma conveniente as operações com números naturais.	► Noção ostensiva de expressão numérica; ► Definição de Expressão Numérica; ►Algoritmos parciais das quatro operações, com a inserção dos ( ), [ ] e { }; ►Resolução de expressões numéricas.
T_2: A partir do enunciado, interpreta-lo, delinear a resolução e responder à proposição.	τ_2: Relacionar as grandezas envolvidas	
T_3: Efetuar as operações matemáticas valendo-se de uma sequência matemática lógica.	τ_3: Efetuar os cálculos na ordem em que aparecem, sendo 1º a multiplicação e divisão.	
T_4: Estabelecer relações entre grandezas ou “variáveis” observando os algoritmos.	τ_4: “Generalizar os dados”	

Fonte: O autor

Como foi relatado no capítulo destinado à Fundamentação Teórica, a TAD nos permite, além de identificar tais elementos, realizar uma avaliação acerca de seus empregos na constituição da Organização Matemática estudada, o que será apresentado no próximo item. Sendo assim, apresento a seguir uma avaliação com base nos critérios propostos por Chevallard (1999, p. 253).

4.2.1.2 Avaliação das Organizações Matemáticas locais que compõem GOM1

Nesse momento apresento a avaliação dos tipos de tarefas, das técnicas e do bloco tecnológico-teórico, segundo os critérios propostos por Chevallard (1999). Tais critérios levam em consideração aspectos relacionados à identificação e a pertinência, por exemplo, dos elementos praxeológicos.

> Critério de identificação – os tipos de tarefas T_i são claramente bem colocados e bem identificados? Em particular, são representadas pelo corpo K_i efetivamente disponível de exemplos suficientemente numerosos e adequadamente calibrados? Ou ao contrário são reconhecidas somente por poucos exemplos representativos? (CHEVALLARD, 1999, p. 115 – tradução própria)[23]

[23] Les critères d'identification - les types de tâches T_i sont clairement bien placés et bien identifiés? En particulier, sont représentés par le corps K_i effectivement disponibles en nombre suffisant et correctement

Os tipos de tarefas apresentados pelos autores de LD1A e LD1B mostraram-se, na maioria dos casos, de forma clara e bem identificada. Além disso, observei um número considerável de tarefas pertencentes aos tipos identificados, entretanto houve um predomínio de T_1 e pouca ênfase para T_4. Considero que isso ocorra pelo fato de T_1 representar parte do foco de estudo desse primeiro gênero de organização matemática, modelar uma situação dada por meio de uma expressão numérica. Desta forma, notei que os tipos de tarefas apresentados contemplaram o objetivo de GOM1: construir o conceito de Expressões Numéricas a partir de uma situação problema e a relação entre duas (ou mais) grandezas.

> Critério das razões de ser – as razões de ser dos tipos de tarefas T_i são explicitadas? Ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivo? (CHEVALLARD, 1999, p.115 – tradução própria)[24]

Embora não tenha havido uma explicitação da razão de ser dos tipos de tarefas durante suas resoluções, posso afirmar que tal fato tenha ocorrido implicitamente, pois um número significativo de tarefas simulava situações reais, próximas da realidade dos alunos.

> Critério de pertinência – os tipos de tarefas considerados fornecem um bom recorte em relação às situações matemáticas mais frequentemente encontradas? São pertinentes do ponto de vista das necessidades matemáticas dos alunos atualmente? E futuramente? Ou ao contrário aparecem "isoladas" sem ligação verdadeira – ou explícita – com o resto da atividade (matemática e extramatemática) dos alunos? (CHEVALLARD, 1999, p.115 – tradução própria)[25]

As tarefas apresentadas sugerem situações matemáticas possíveis de ser vivenciadas pelos alunos, entretanto da maneira como foram colocadas, possivelmente, não serão interpretadas pelos mesmos sob esse olhar. Dessa forma, creio que resta ao professor realizar a intercomunicação entre o livro didático e os estudantes.

> As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas? São fáceis de utilizar? A abrangência é satisfatória? A sua confiabilidade é aceitável dado suas condições de uso? São suficientemente inteligíveis? Elas têm futuro e poderão evoluir de maneira conveniente? (CHEVALLARD, 1999, p.115 – tradução própria)[26]

---

calibrés exemples? Ou plutôt ne sont reconnus que par quelques exemples représentatifs? (Chevallard, 1999, p. 115).

[24] Discrétion des raisons étant - les raisons étant les types de tâches T_i sont expliqués? Ou plutôt, ces types de tâches apparaissent sans raison? (Chevallard 1999, p.115).

[25] Critère de pertinence - les types de tâches considérées comme offrant une bonne récolte par rapport à des situations mathématiques le plus souvent trouvé? Sont pertinentes du point de vue des besoins mathématiques des élèves d'aujourd'hui? Et l'avenir? Ou apparaître autrement "isolé" sans lien réel - ou explicite - avec le reste de l'activité, les élèves (de mathématiques et extramatemática)? (Chevallard 1999, p.115).

[26] Les techniques proposées sont effectivement préparés, ou tout simplement décrites? Ils sont faciles à utiliser? Le champ d'application est satisfaisante? Sa fiabilité est acceptable étant donné les conditions d'utilisation? Sont suffisamment intelligible? Ils ont un avenir et vont évoluer d'une manière pratique? (Chevallard 1999, p.115).

Observei casos isolados de elaboração efetiva das técnicas utilizadas. Um deles pode ser considerado como a construção de τ_1, em especial, na resolução da atividade mostrada na figura 7. Nas outras situações, percebi a "utilização" de técnicas de resolução. Quanto a facilidade de utilização dessas técnicas fiquei receioso em realizar inferências, uma vez que não houve maiores explicações acerca de suas construções.

> Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação, é pelo menos colocado? Ou esse enunciado é considerado tacitamente como natural, evidente, óbvio, ou ainda bem conhecido ("folclórico")? As formas de justificação utilizadas são próximas das formas canônicas em matemática? São adaptadas as suas condições de utilização? As justificativas explicativas são favoráveis? Os resultados tecnológicos tornados disponíveis são efetivamente explorados e de maneira ótima? (CHEVALLARD, 1999, p.116 – tradução própria)[27]

Desse modo, ao analisar as atividades resolvidas, associadas ao contexto em que foram apresentadas, percebi forte permeio da álgebra, fato que suspeitava e que comentei anteriormente. Os alunos certamente não têm essa consciência nessa fase de aprendizagem, porém ao se depararem posteriormente com toda a formalização desse conteúdo, se tiverem construído uma boa base, se lembrarão da importância desse estudo preliminar.

4.2.2 Gênero de Organização Matemática 2 (GOM2) – Estudo do Tema: *Expressões Numéricas com as Quatro Operações*

4.2.2.1 Expressões Numéricas com as Quatro Operações

Nesta abordagem, os autores promovem o momento do encontro com o gênero de Organização Matemática que estuda o *tema*: Expressões Numéricas com as Quatro Operações.

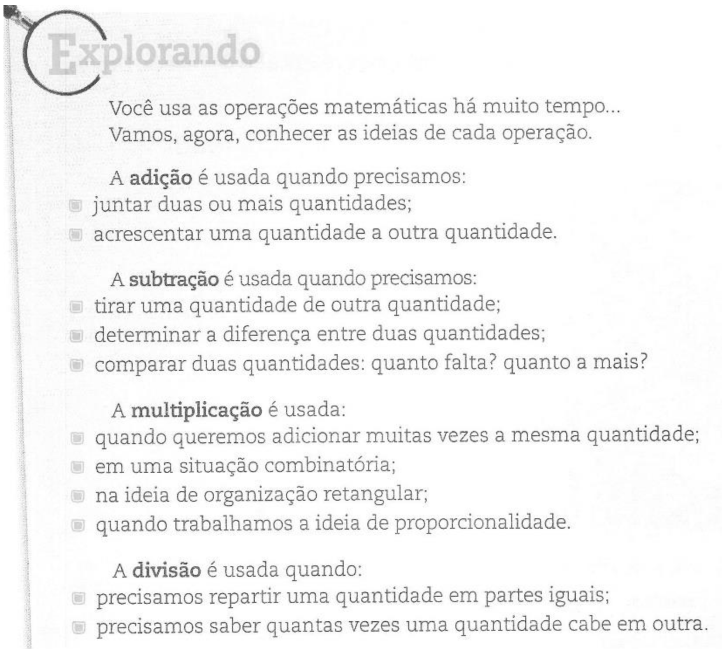
Conforme visto anteriormente, são apresentados inicialmente, por ambas as coleções, exemplos de Expressões Numéricas que contêm operações matemáticas sem uma ordem específica, cuja construção é feita de forma gradativa, até se chegar às denominadas "Expressões Numéricas completas", ou seja, referindo-se àquelas que contêm as quatro operações simultaneamente.

---

[27] Etant donné un énoncé, le problème de sa justification, est placé au moins? Soit cette déclaration est tacitement considéré comme naturel, évident, évident, ou bien connu ("folk")? Les formes de justification sont utilisés à proximité des formes canoniques en mathématiques? Leurs conditions d'utilisation sont adaptés? Les explications accompagnant sont favorables? Tornades résultats technologiques sont disponibles et effectivement exploitées de façon optimale? (Chevallard 1999, p.116).

Todavia, trago como exemplo extraído do LD1A, uma seção denominada *Explorando*, onde os autores abordam as ideias que traduzem, com parte introdutória, cada uma destas operações matemáticas:

Figura 14 – Ideias associadas às quatro operações. LD1A, p. 31



Explorando

Você usa as operações matemáticas há muito tempo...
Vamos, agora, conhecer as ideias de cada operação.

A **adição** é usada quando precisamos:
- juntar duas ou mais quantidades;
- acrescentar uma quantidade a outra quantidade.

A **subtração** é usada quando precisamos:
- tirar uma quantidade de outra quantidade;
- determinar a diferença entre duas quantidades;
- comparar duas quantidades: quanto falta? quanto a mais?

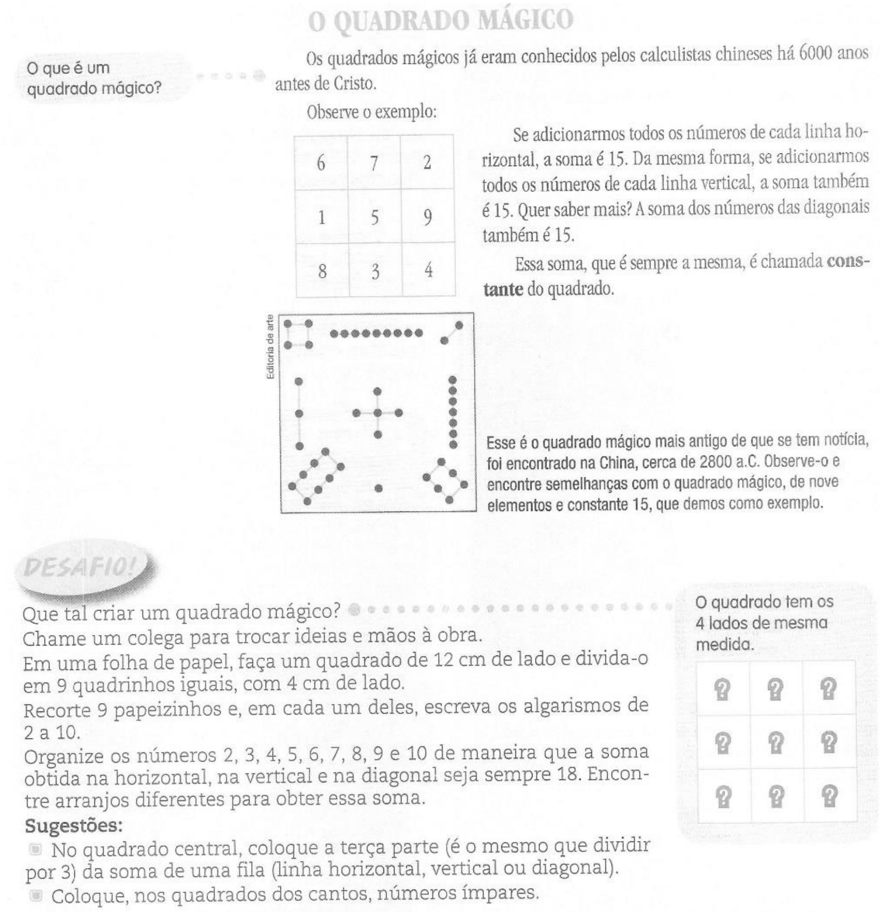
A **multiplicação** é usada:
- quando queremos adicionar muitas vezes a mesma quantidade;
- em uma situação combinatória;
- na ideia de organização retangular;
- quando trabalhamos a ideia de proporcionalidade.

A **divisão** é usada quando:
- precisamos repartir uma quantidade em partes iguais;
- precisamos saber quantas vezes uma quantidade cabe em outra.

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Ainda dentro deste contexto, contudo com uma abordagem diferenciada, que explora o recurso do jogo e trabalho em equipe, identifiquei uma proposta de atividade que envolve o quadrado mágico, com resumido tópico histórico, numa seção intitulada pelos autores *Desafio*.

Figura 15 – Quadrado mágico. LD1A, p. 40



O QUADRADO MÁGICO

O que é um quadrado mágico?

Os quadrados mágicos já eram conhecidos pelos calculistas chineses há 6000 anos antes de Cristo.

Observe o exemplo:

6	7	2
1	5	9
8	3	4

Se adicionarmos todos os números de cada linha horizontal, a soma é 15. Da mesma forma, se adicionarmos todos os números de cada linha vertical, a soma também é 15. Quer saber mais? A soma dos números das diagonais também é 15.

Essa soma, que é sempre a mesma, é chamada **constante** do quadrado.

Esse é o quadrado mágico mais antigo de que se tem notícia, foi encontrado na China, cerca de 2800 a.C. Observe-o e encontre semelhanças com o quadrado mágico, de nove elementos e constante 15, que demos como exemplo.

DESAFIO!

Que tal criar um quadrado mágico?
Chame um colega para trocar ideias e mãos à obra.
Em uma folha de papel, faça um quadrado de 12 cm de lado e divida-o em 9 quadrinhos iguais, com 4 cm de lado.
Recorte 9 papeizinhos e, em cada um deles, escreva os algarismos de 2 a 10.
Organize os números 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 e 10 de maneira que a soma obtida na horizontal, na vertical e na diagonal seja sempre 18. Encontre arranjos diferentes para obter essa soma.

Sugestões:
- No quadrado central, coloque a terça parte (é o mesmo que dividir por 3) da soma de uma fila (linha horizontal, vertical ou diagonal).
- Coloque, nos quadrados dos cantos, números ímpares.

O quadrado tem os 4 lados de mesma medida.

?	?	?
?	?	?
?	?	?

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Considerando as sugestões apresentadas pelos autores, assim como o próprio enunciado da atividade, não a agrupei a nenhum tipo de tarefa, uma vez que sua aparição ao longo desse estudo foi bastante reduzida. Dessa forma, extraí dessa atividade apenas a recorrência dos autores ao uso de imagens como objetos ostensivos. Nesse caso, esse uso parece estar ligado a uma maneira mais estruturada de apresentar os resultados.

Classificando as imagens de cima para baixo, na figura 13, temos que a 1ª e a 2ª imagens são do tipo funcional e a 3ª imagem é do tipo suporte.

A institucionalização das Expressões Numéricas com as quatro operações ocorre com a inserção gradativa dessas operações feita pelos autores, ao proporem separadamente as operações de adição, subtração, multiplicação e divisão, além de, no caso do LD1A, a potenciação e radiciação. Note que na atividade da figura 13 é proposto o trabalho apenas com a adição e só no item "sugestões" aparece uma divisão.

Entendo ser desnecessário inserir mais do que dois exemplos de atividades abordando cada uma destas operações: na 1ª figura, duas abordagens de expressões "parciais" e, na 2ª figura, uma abordagem de expressão "completa".

Desse modo, optei pela apresentação e análise de atividades que envolvem as expressões que denotamos por *completas*. As atividades resolvidas a seguir apresentam o seguinte enunciado comum: "*Determine o valor da Expressão Numérica...*".

Figura 16 – A institucionalização das Expressões Numéricas com as quatro operações. LD1A, p. 71

EXPRESSÕES NUMÉRICAS COM AS QUATRO OPERAÇÕES

Para calcular o valor de uma expressão numérica em que há as quatro operações, obedecemos à ordem a seguir:

- Primeiro as divisões e as multiplicações, na ordem em que aparecerem, da esquerda para a direita;
- Depois as adições e as subtrações, na ordem em que aparecerem, da esquerda para a direita.

Acompanhe os exemplos:

1 Qual é o valor da expressão numérica $17 - 40 : 5$?

$17 - 40 : 5$ Efetuamos primeiro a divisão.

$17 - 8$ Em seguida, efetuamos a subtração.

9

2 Determinar o valor da expressão numérica $8 \times 9 : 6$.

$8 \times 9 : 6$

$72 : 6$

12

Neste caso, como temos uma multiplicação e uma divisão, efetuamos a que vem primeiro. Em seguida, efetuamos a divisão.

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Como a definição de Expressões Numéricas com as quatro operações já foi instituída, os autores propõem um novo tipo de tarefa (T_5) nessa atividade.

Figura 17 – A institucionalização das Expressões Numéricas com as quatro operações. LD1A, p. 72

3 Determinar o valor da expressão numérica $21 : 3 + 3 \times 4 - 8$.

$$21 : 3 + 3 \times 4 - 8$$
$$7 + 12 - 8$$
$$19 - 8$$
$$11$$

Neste caso, em que aparecem as quatro operações, efetuamos primeiro as divisões e multiplicações, na ordem em que aparecem.

Depois, efetuamos as adições e subtrações, na ordem em que aparecem. Aqui, no exemplo, efetuamos primeiro a adição.

A IMPORTÂNCIA DOS PARÊNTESES

As operações no interior dos parênteses devem ser resolvidas sempre em primeiro lugar, obedecendo à ordem estabelecida anteriormente.

Acompanhe como a presença dos parênteses em uma mesma expressão influi em seu resultado.

- $120 : (4 + 4 \times 5) =$
  $= 120 : (4 + 20) =$
  $= 120 : 24 = 5$
- $120 : 4 + 4 \times 5 =$
  $= 30 + 20 = 50$
- $120 : (4 + 4) \times 5 =$
  $= 120 : 8 \times 5 =$
  $= 15 \times 5 = 75$

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção “A conquista da Matemática”

. T_5: Determinar o valor das expressões numéricas dadas observando a influência das operações e a ordem em que elas ocorrem;

. T_6: Determinar o valor das expressões numéricas dadas observando a influência das operações, a ordem em que elas ocorrem e dos parêntesis.

Na resolução da 1ª atividade, o primeiro passo realizado foi resolver 1º a divisão, seguida da subtração (τ_5 e τ_6). Na 2ª atividade resolvida, o primeiro passo realizado foi resolver 1º a multiplicação, seguida da divisão (τ_7 e τ_5). Na 3ª atividade resolvida, o primeiro passo realizado foi resolver 1º a multiplicação e divisão, seguida da divisão (τ_7e τ_5).

Os autores resolvem as expressões pelos métodos expostos, realizando a retomada das operações com números naturais, o que nos parece um indício de elementos tecnológicos na resolução dessa atividade. Mas não descartamos a suposição de os mesmos consideram tal conteúdo como um conhecimento prévio dos alunos.

Nos tópicos A*tividades* e *Faça Mais!* são apresentados os mesmos tipos de tarefas elaborados até essa seção. Considero esses tópicos como um momento destinado ao trabalho com as técnicas, entretanto, novamente não percebi a presença de atividades que propusessem um trabalho de aprimoramento das mesmas, tal como foi no momento da abordagem inicial, Capítulo 1, subitem 1.3, p. 34 deste trabalho, onde foi apresentada uma situação-problema, exceto a repetição das técnicas já apresentadas.

Na próxima atividade temos a presença de um tipo de tarefa (T_7) não trabalhada até então (veja sua descrição abaixo). Na resolução dessa atividade percebemos que a técnica empregada consiste na realização de alguns passos, quais sejam, resolver em primeiro lugar radical e potências, depois as multiplicações.

Figura 18 – Expressões numéricas "completas" e contextualização. LD1A, p. 93

BRASIL REAL

HISTÓRIA

1. O primeiro telefone do Brasil foi instalado na cidade do Rio de Janeiro, um ano após Alexandre Graham Bell anunciar a invenção do aparelho.

a) O valor da expressão $\sqrt{81} \times 2 \times 10^2 + 19 \times 2^2$ indica o ano em que Graham Bell tornou pública a sua invenção. Que ano é esse? A que século ele pertence?

b) Pesquise em que ano foi instalado o primeiro telefone em nosso país.

c) Na sua opinião, qual a importância da invenção de Graham Bell?

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Primeiramente os autores apresentam um contexto histórico de uma descoberta, a invenção do telefone, e sua posterior chegada ao Brasil. Em seguida, identificam a expressão matemática (numérica) que, após resolvida, identifica o ano que tornou pública sua invenção, relacionando as grandezas mensuráveis ano e século. Finalmente, com o assunto em foco, aproveitam para incentivar a pesquisa do assunto em questão.

Assim, a tarefa T_7 pode ser definida da seguinte maneira:

. T_7: resolver a expressão dada, observando o aparecimento do radical e potências, interpretar o resultado relacionando-o ao século correspondente.

Os elementos tecnológicos teóricos correspondem às definições das potências e raízes, juntamente às suas propriedades (figuras 17, anterior e 18, a seguir, respectivamente).

Figura 19 – Consequências da definição de potência. LD1A, p. 93

OBSERVAÇÕES IMPORTANTES SOBRE A POTENCIAÇÃO

- Todo número natural elevado a 1 é igual a ele mesmo.
  $1^1 = 1$ $2^1 = 2$ $3^1 = 3$ $4^1 = 4$
- Todo número natural, diferente de zero, elevado a zero é igual a 1.
  $1^0 = 1$ $2^0 = 1$ $3^0 = 1$ $4^0 = 1$
- Toda potência de 10 é igual ao número formado pelo algarismo 1 seguido de tantos zeros quantas forem as unidades do expoente.
  $10^1 = 10$ $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$
  $10^2 = 10 \times 10 = 100$ $10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$

As **potências de base 10** são úteis para escrever ou calcular números muito grandes. Assim, o raio da Terra, de aproximadamente 6 400 000 metros, pode ser indicado por 64×10^5 metros porque:

$6\,400\,000 = 64 \times 100\,000 = 64 \times 10^5$

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Figura 20 – Consequências da definição de raiz quadrada de número natural. LD1A, p. 91

RAIZ QUADRADA EXATA DE UM NÚMERO NATURAL

O 5 é o número natural que elevado ao quadrado dá 25 ($5^2 = 5 \times 5 = 25$).

Nesse caso, a operação que estamos efetuando é denominada **radiciação**.

No nosso exemplo, fizemos a extração da raiz quadrada de 25. Indicamos assim:

O símbolo da raiz quadrada é $\sqrt{\ }$.

$\underbrace{\sqrt{25} = 5}_{\text{operação: radiciação}}$ → lê-se: raiz quadrada de vinte e cinco é igual a cinco

Observe que as sentenças $\sqrt{25} = 5$ e $5^2 = 25$ são equivalentes, isto é:

$$\sqrt{25} = 5 \Leftrightarrow 5^2 = 25$$

Determinar a raiz quadrada de um número natural é encontrar outro número natural que elevado ao quadrado seja igual ao número dado.

Exemplos:

- $\sqrt{9} = 3$, pois $3^2 = 9$.
- $\sqrt{144} = 12$, pois $12^2 = 144$.

Observações:

- Nem todo número natural é quadrado de outro. O número 7, por exemplo, não é quadrado de nenhum número natural.
- Os números naturais que são quadrados de outros denominam-se números quadrados perfeitos, e somente eles possuem raízes quadradas exatas no conjunto dos números naturais. São quadrados perfeitos, por exemplo, os números:

1 4 9 16 25 36 49 64 81 100...

Fonte: FTD (2009) – Extraída da coleção "A conquista da Matemática"

Observei que os autores em ambas as coleções contemplam nos vários exemplos apresentados momentos de trabalho com as várias técnicas as quais discorri anteriormente e apresentadas na seção 4.2.1 deste capítulo, no desenvolvimento do primeiro gênero de organização matemática. Acrescento, enfim, a técnica τ_9, que consiste em operar com potências e raiz quadrada (exercício 1, Brasil real). Essa situação evidencia o fato de que não há uma cronologia pré-estabelecida para a ocorrência dos momentos de estudo, como afirma Chevallard (1999).

Ao final das atividades resolvidas os autores ressaltam a importância de se conhecer o conteúdo de Expressões Numéricas e apresentam alguns exemplos que ilustram essa afirmação. Os tópicos *atividades* e *Faça Mais!* seguem o mesmo padrão identificado até o momento, são atividades de fixação que não apresentam novos tipos de tarefas.

Essa atividade finaliza o trabalho com o segundo gênero de organização matemática propostos pelos livros didáticos estudados. Alguns enunciados tecnológicos, como a definição de expressões Numéricas com as quatro operações, consequências da definição de potência e raiz quadrada foram empregados, tanto na resolução das atividades como no texto teórico do livro. Foram identificados nesse estudo três tipos de tarefas e cinco tipos de técnicas e alguns enunciados tecnológicos-teóricos.

A seguir, apresento um quadro resumo com os elementos praxeológicos identificados:

Quadro 3 - Praxeologia Matemática de GOM2 presentes em LD1A e LD1B.

Tipos de Tarefas	**Técnicas**	**Elementos Tecnológico-Teóricos**
T_5: Determinar o valor das expressões observando a influência das operações e a ordem em que elas ocorrem.	τ_5: Efetuar de forma conveniente a operação de divisão com números naturais.	► Noção ostensiva de expressão numérica com as quatro operações; ►Algoritmos das quatro operações simultâneas, com a inserção dos ( ), [ ] e { }, além de potências e raiz quadrada; ►Resolução de expressões numéricas em situações contextualizadas.
	τ_6: Efetuar de forma conveniente a operação de subtração com números naturais.	
T_6: Determinar o valor das expressões dadas observando a influência das operações, a ordem em que elas ocorrem e dos parêntesis.	τ_7: Efetuar de forma conveniente a operação de multiplicação com números naturais.	
	τ_8: Efetuar os cálculos da multiplicação e divisão na ordem em que aparecem.	
T_7: Resolver a expressão dada, observando o aparecimento do radical e potências, interpretar o resultado relacionando-o às "vaiáveis" correspondentes.	τ_9: Operar com potências e raiz quadrada.	

Fonte: O autor

Realizei aqui, assim como em GOM1, uma avaliação acerca dos elementos praxeológicos que compuseram as organizações matemática *locais* do segundo gênero de organização matemática.

4.2.2.2 Avaliação das Organizações Matemáticas locais que compõem GOM2

Da mesma maneira que procedemos anteriormente, apresento os critérios determinados por Chevallard (1999) para essa avaliação e em seguida nossas observações sobre cada um deles.

> Critério de identificação – os tipos de tarefas T_i são claramente bem colocados e bem identificados? Em particular, são representadas pelo corpo K_i efetivamente disponível de exemplos suficientemente numerosos e adequadamente calibrados? Ou ao contrário são reconhecidas somente por poucos exemplos representativos? (CHEVALLARD, 1999, p. 115 – tradução nossa)[28]

Considero que os tipos de tarefas apresentados foram claramente identificados pelos autores, não havendo dúvidas quanto à tarefa a ser cumprida em cada uma das atividades. Houve um predomínio do tipo de tarefa T_6, provavelmente, por ser essa o ponto de partida para o estudo das Expressões Numéricas, as quais classifico como “completas”.

> Critério das razões de ser – as razões de ser dos tipos de tarefas T_i são explicitadas? Ou ao contrário, esses tipos de tarefas aparecem sem motivo? (CHEVALLARD, 1999, p. 115 – tradução nossa)[29]

As justificativas para a realização desses tipos de tarefas focaram quase que totalmente na atividade matemática em si, ou seja, foram apresentadas como tarefas pertencentes ao contexto matemático. Embora algumas atividades exibissem um enunciado contextualizado, não consideramos uma ênfase nesse aspecto.

> Critério de pertinência – os tipos de tarefas considerados fornecem um bom recorte em relação às situações matemáticas mais frequentemente encontradas? São pertinentes do ponto de vista das necessidades matemáticas dos alunos atualmente? E futuramente? Ou ao contrário aparecem “isoladas” sem ligação verdadeira – ou explícita – com o resto da atividade (matemática e extramatemática) dos alunos? (CHEVALLARD, 1999, p. 115 – tradução própria)[30]

---

[28] Les critères d'identification - les types de tâches T_i sont clairement bien placés et bien identifiés? En particulier, sont représentés par le corps K_i effectivement disponibles en nombre suffisant et correctement calibrés exemples? Ou plutôt ne sont reconnus que par quelques exemples représentatifs? (Chevallard, 1999, p. 115).

[29] Discrétion des raisons étant - les raisons étant les types de tâches Ti sont expliqués? Ou plutôt, ces types de tâches apparaissent sans raison? (Chevallard 1999, p.115).

As situações matemáticas descritas nos tipos de tarefas representam o estudo acerca de resolução de Expressões Numéricas com as quatro operações, potências e raiz quadrada. Entretanto, temos cautela ao afirmar que as mesmas podem ser consideradas pertinentes com relação às necessidades extramatemáticas dos alunos, principalmente T_7, pois dificilmente tem-se a necessidade prática de se estuda-la nessa faixa etária. Embora esse seja o contato inicial dos alunos com o conceito em questão, nada impediria a análise de questões como essas que representasse situações do cotidiano do aluno.

> As técnicas propostas são efetivamente elaboradas, ou somente esboçadas? São fáceis de utilizar? A abrangência é satisfatória? A sua confiabilidade é aceitável dado suas condições de uso? São suficientemente inteligíveis? Elas têm futuro e poderão evoluir de maneira conveniente? (CHEVALLARD, 1999, p. 115 – tradução nossa)[31]

Percebi uma construção efetiva da técnica τ_8; os autores apresentam detalhadamente os passos a serem seguidos na aplicação da mesma. Além disso, consideramos de fácil utilização as técnicas τ_6, τ_7, e τ_9 utilizadas na resolução das tarefas T_5 e T_6, pois as mesmas consistem na simples observação da ordem em que aparecem as operações e resolve-las, uma vez que este conteúdo não é estranho aos alunos. Daí o porquê da abordagem ser feita inicialmente de forma separada, com as operações de adição e subtração, depois multiplicação e divisão e, finalmente, no caso do LD1A, potências e raízes, para concluir com o estudo abordando expressões “completas”.

A única observação com ressalvas que realizei é ainda acerca de T_7, pois apesar de sua abrangência ser satisfatória para a resolução de tarefas do tipo τ_9, considero que devido a tênue explicação realizada a respeito de sua construção a mesma pode ser tida como um difícil modelo de utilização. A técnica τ_9, que necessita de um conteúdo pouco estudado, potências e raízes, deveria ter sido melhor trabalhada, uma vez que os alunos apresentam dificuldades em utiliza-la[32]. Talvez o livro didático não o tenha feito considerando que os alunos já tenham esse conhecimento, entretanto ele não realiza nenhum comentário a esse respeito e também não pede para que o professor o faça. Sendo assim, resta saber como o professor procederá nessa situação.

---

[30] Critère de pertinence - les types de tâches considérées comme offrant une bonne récolte par rapport à des situations mathématiques le plus souvent trouvé? Sont pertinentes du point de vue des besoins mathématiques des élèves d'aujourd'hui? Et l'avenir? Ou apparaître autrement "isolé" sans lien réel - ou explicite - avec le reste de l'activité, les élèves (de mathématiques et extramatemática)? (Chevallard 1999, p.115).

[31] Les techniques proposées sont effectivement préparés, ou tout simplement décrites? Ils sont faciles à utiliser? Le champ d'application est satisfaisante? Sa fiabilité est acceptable étant donné les conditions d'utilisation? Sont suffisamment intelligible? Ils ont un avenir et vont évoluer d'une manière pratique? (Chevallard 1999, p.115).

[32] Fato observado em nossa própria prática, principalmente com alunos de 8º e 9º anos.

> Sendo dado um enunciado, o problema de sua justificação, é pelo menos colocado? Ou esse enunciado é considerado tacitamente como natural, evidente, óbvio, ou ainda bem conhecido (“folclórico”)? As formas de justificação utilizadas são próximas das formas canônicas em matemática? São adaptadas as suas condições de utilização? As justificativas explicativas são favoráveis? Os resultados tecnológicos tornados disponíveis são efetivamente explorados e de maneira ótima? (CHEVALLARD, 1999, p. 116 – tradução própria)[33]

Observei a presença de alguns enunciados tecnológicos que justificavam os procedimentos realizados. Tais enunciados foram apresentados de maneira favorável e utilizados na resolução das atividades. Um exemplo desse fato é a utilização do resultado de números quadrados, que além de tudo, estabelece uma ligação com a raiz quadrada (figura 16, item 1ª). Após a exposição do mesmo, os autores passam a explorar mais atividades deste tipo, porém da forma bem tradicional, como “determine”, “efetue”, “calcule”..., já ilustradas anteriormente.

Nas organizações matemáticas *locais* analisadas, percebi a presença de enunciados tecnológicos no livro didático tanto na resolução das atividades como na parte destinada a teoria. Nos dois casos, notei uma ênfase maior nas formas de justificação adaptadas às condições de utilização, ou seja, os enunciados tecnológicos estavam associados às situações estudadas. Um exemplo disso consiste nas definições apresentadas para Expressões Numéricas, utilização (importância) dos parêntesis, consequências da definição de potências e raiz quadrada: todas foram colocadas com base no exemplo que estava sendo discutido, não havendo uma definição em termos genéricos, exceto – e pouco observado, nas potências. Tal ênfase pode justificar-se pelo fato de esse ser o primeiro contato com o conteúdo de Expressões Numéricas desta natureza e como recomenda os Parâmetros Curriculares Nacionais, este deve acontecer sem abuso nas formalizações.

Finalizo esta seção apresentando abaixo um quadro complementar de técnicas observadas nas resoluções apresentadas pelos autores e que, pela nossa análise, foram suficientes para solucionar quaisquer dos problemas apresentados. Note que a utilização dos jogos foi pouco explorada neste conteúdo específico. Por este motivo não enumerei uma técnica em particular para desenvolver determinada atividade.

[33] Etant donné un énoncé, le problème de sa justification, est placé au moins? Soit cette déclaration est tacitement considéré comme naturel, évident, évident, ou bien connu (“folk”)? Les formes de justification sont utilisés à proximité des formes canoniques en mathématiques? Leurs conditions d'utilisation sont adaptés? Les explications accompagnant sont favorables? Tornades résultats technologiques sont disponibles et effectivement exploitées de façon optimale? (Chevallard 1999, p.116).

Quadro 4 – Quadro complementar das técnicas utilizadas

TÉCNICAS (τ)	DESCRIÇÃO DE CADA TÉCNICA (τ)
τ_{8}	Observar objeto ostensivo imagem como registro matemático
τ_{9}	Observar objeto ostensivo gráfico como registro matemático
τ_{10}	Observar objeto ostensivo tabela como registro matemático
τ_{11}	Utilizar as etapas para a Resolução de Problemas: compreender, planejar, executar, verificar e responder.
τ_{12}	Identificar os termos de uma Expressão Numérica (operações, símbolos e dados)
τ_{13}	Utilizar cálculo mental

Fonte: O autor

As técnicas presentes no Quadro 4 representam técnicas possíveis de estarem presentes nas duas coleções, portanto, algumas são contempladas em uma das coleções e não em outra. Isso ocorreu pelo fato de ter selecionado técnicas gerais, ou seja, possíveis de permearem ambas as coleções.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

Tendo como objetivo investigar como o conteúdo de expressões numéricas com números naturais é abordado nos livros do 6º ano do Ensino Fundamental adotados por uma escola estadual de Cuiabá-MT para o triênio 2011-2013, optei por utilizar a Teoria Antropológica do Didático (TAD) proposta por Chevallard (1999). Com base na TAD estudei as organizações didática e matemática e o objeto ostensivo imagem, apresentadas por meio dos exemplos dos autores.

Embora reconheça que as *expressões numéricas* sejam uma técnica de cálculo algébrico que pode ser utilizada para a resolução das diversas situações apresentadas neste trabalho, em alguns casos as tratei como conteúdo por ser esta a denotação dada pelos autores nos livros pesquisados.

As questões que contribuíram para o desenvolvimento dessa pesquisa foram principalmente:

- De que forma é pensada a aplicabilidade do livro didático em sala? Esta questão surgiu quando me propus a elaborar um anteprojeto de pesquisa para concorrer a uma vaga de mestrado. Na ocasião, pensávamos em discutir a "relação entre a adoção do livro didático e sua função pedagógica". A partir daquele estudo inicial, mas ainda focado no anteprojeto de pesquisa, procuramos descobrir quais ações têm sido empreendidas no sentido de atingir o melhor aproveitamento possível deste importante recurso didático?;

- Como o conteúdo de expressões numéricas com números naturais é abordado nos livros didáticos de matemática do 6º ano do Ensino Fundamental adotados pela EE Prof. Antonio Epaminondas de Cuiabá-MT? A este questionamento mais específico, com o acompanhamento dos orientadores, redirecionei o estudo mantendo presente o sujeito Livro Didático.

Na busca por respostas a essas questões tracei como objetivo principal investigar a abordagem do conteúdo de Expressões Numéricas com números naturais e os conhecimentos mobilizados em tal abordagem. Para tanto, contei com os volumes das coleções estudadas e o inestimável apoio dos orientadores.

Embora soubesse os conhecimentos a serem investigados, deparei-me com a seguinte questão metodológica: de que maneira realizar uma investigação sobre a abordagem do conteúdo de expressões numéricas com números naturais? Nesse sentido, a Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), além de oferecer instrumentos metodológicos para essa investigação, contribuiu na constituição de nosso embasamento teórico, pelo fato de levar em consideração a especificidade do saber matemático. Dessa forma, o emprego desta teoria permitiu que realizasse um estudo detalhado sobre a categoria do conhecimento de conteúdo do objeto de estudo como também abordar aspectos das outras vertentes do conhecimento.

A partir dessas ponderações, analisei fontes de dados que considero fundamentais para uma investigação acerca do livro didático.

A análise dos livros didáticos contribuiu para um melhor entendimento da abordagem do conteúdo selecionado, pois pude compreender seus procedimentos nas situações propostas. Além disso, observei que os autores seguem um modelo de apresentação comumente utilizado em livros didáticos de diferentes níveis escolares: inicialmente a noção do conceito de Expressões Numéricas, o qual chamei de primeiro gênero de organização matemática e, após isso, um estudo específico das Expressões Numéricas com as quatro operações e os símbolos ( ), [ ] e { }, denominado de segundo gênero de organização matemática. Considerei essa nomenclatura por acreditar que, embora se tratassem de estudos acerca de um mesmo tema, no caso expressões numéricas, cada um deles apresentava particularidades em seus elementos praxeológicos. Ou seja, em cada um dos gêneros de organização matemática, identificamos tipos de tarefas, técnicas e elementos tecnológico-teóricos ligados a cada uma das questões de estudo: conceito de expressão numérica e expressões numéricas com as quatro operações.

O modelo praxeológico adotado para a análise desse material permitiu não só o estudo específico do saber matemático *expressão numérica*, identificando os tipos de tarefas, técnicas e justificativas empregadas no ensino desse conteúdo, como também a identificação de uma proposta de abordagem didática. Os autores promovem um modelo de organização didática para a apresentação do conteúdo priorizando os momentos de: exploração dos tipos de tarefas e elaboração de uma técnica, trabalho com a técnica e institucionalização.

Os conhecimentos matemáticos explicitados tanto no conteúdo abordado quanto nos exercícios (propostos e resolvidos) apresentam características das três vertentes do conhecimento investigadas, mostrando que a base de conhecimentos para o ensino deve traduzir o que realmente ocorre na prática pedagógica docente. Portanto, ao mesmo tempo em que as atitudes dos professores devem expressar sua preocupação em apresentar um exemplo claro e de fácil compreensão para os alunos, eles também precisam de desenvoltura em trabalhar com o tema matemático. Ou seja, conhecimentos pedagógicos e matemáticos caminham juntos na arte de ensinar. Não basta a um professor dominar os conteúdos de sua especialidade, como também não basta a ele prover de todas as técnicas e procedimentos relativos ao ensino. É necessário que haja articulação entre essas áreas do conhecimento, e, principalmente, que isto ocorra desde o ingresso do futuro professor na formação inicial.

Outra fonte de conhecimento utilizada pelo docente, além de sua formação é o livro didático – objeto prioritário de nosso estudo. O preparo das aulas geralmente tem como referência principal este instrumento, servindo de apoio não só para a redação do texto didático e das atividades como também, em vários momentos, para a ordem de apresentação do conteúdo.

A Teoria Antropológica do Didático (CHEVALLARD, 1999), no estudo da atividade matemática, pontua o fato de uma mesma organização matemática poder acarretar em diferentes organizações didáticas, pois as escolhas e procedimentos adotados para o desenvolvimento da atividade matemática é algo particular da instituição que a desenvolve. Fato esse observado, em determinadas ocasiões, na análise praxeológica do livro didático. Se a proposta do professor difere da do livro devido aos seus conhecimentos, então para compreendermos esse processo é necessário que compreendamos tais conhecimentos: suas origens, características e fundamentos. Em uma análise prévia, concluí que esses conhecimentos são ou deveriam fazer parte da formação adquirida pelo docente.

Verifiquei que na organização matemática de ambas as coleções, os tipos de tarefas T_1, T_2 e T_3 estão presentes, sendo que o tipo de tarefa T_3, que é efetuar as operações matemáticas valendo-se de uma sequência matemática lógica, é mais enfatizado.

Na organização matemática das coleções A e B, os autores utilizam se de todas as técnicas selecionadas, agregando-as em seus exemplos a cada seção. Percebi que as técnicas que envolvem o cálculo mental, as etapas para a resolução de um problema e os algoritmos são as mais abordadas nos volumes estudados. Nos enunciados, tanto na coleção A quanto na coleção B, os autores indicam, em sua maioria, qual processo ou algoritmo o aluno deve utilizar na resolução dos exercícios. Constatei que o grau de dificuldade das técnicas aplicadas é ampliado em cada exemplo apresentado pelos autores, efetivando uma organização em espiral.

Quanto à organização didática de ambas as coleções identifiquei que o conteúdo de expressões numéricas com números naturais é introduzido, em sua maioria, por meio do elemento de abordagem resolução de problema padrão, semelhante a exercícios de aplicação de técnicas, ou seja, problemas considerados rotineiros, comuns e sem grandes desafios para os alunos.

O objeto ostensivo imagem está presente com maior frequência no LD1A e o de característica Suporte (auxilia ou facilita o entendimento do aluno em relação à explicação e/ou exercício) é predominante.

Concordo com o que está disposto no Guia do PNLD 2010 com relação à preocupação excessiva da sistematização do conteúdo e também das operações abordadas na coleção B, que em alguns casos apresenta-se mecanicamente e, dessa maneira, podendo limitar a autonomia e a criatividade do aluno.

Percebi em ambos os volumes analisados por meio dos enunciados, que os autores valorizam a escolha pessoal do aluno para a resolução dos exercícios propostos. Todavia, esta valorização é mais acentuada no LD1B. Como exemplo, cito o enunciado da atividade 42, módulo 2, p. 62, do LD1B: *Com um colega, efetuem os cálculos da maneira que acharem mais conveniente...”*.

Há concordância entre alguns profissionais da área de educação matemática que para compreender os conteúdos matemáticos, além de ser preciso dedicar atenção, é também necessário um ensino sistematizado, contextualizado, isto é, o professor deverá apresentar o desenvolvimento dos cálculos propostos, mas sempre que for possível, mostrar aos alunos prováveis aplicações, múltiplas soluções, quando possível, sem perder de vista as formalidades inerentes aos cálculos, a devida construção dos conceitos matemáticos, demonstração das propriedades envolvidas, devidamente associadas às questões históricas que envolvem o conteúdo abordado. Neste sentido, penso ser imperativa uma sólida e clara orientação quanto ao uso do livro didático adotado.

As coleções se diferem de forma tênue quanto a abordagem do conteúdo de expressões numéricas com números naturais, cada qual com suas especificidades. Porém, entendo que um bom livro se mal utilizado pouco contribui, além de que, um livro pode ser considerado bom em determinados locais e nem tão apreciado em outros. Essa é uma de nossas indagações quanto ao uso de livros didáticos em sala de aula, tanto pelo professor quanto pelo aluno, o que caberia ser pesquisado em outro momento.

Entendo que essa pesquisa não termina neste trabalho, pois tenho a perspectiva de estudos futuros no que se refere à prática de professores em sala de aula; a formação inicial oferecida pelas licenciaturas; à utilização do livro didático por professores; estudar outros conteúdos do Ensino Fundamental sob o olhar da praxeologia, entre outros. Acredito também que novas pesquisas que discutam os conhecimentos de professores sejam necessárias ao campo da Educação Matemática, uma vez que o tema permite discutir questões bastante relevantes.

Desejo que esta pesquisa possa contribuir com outros estudos relacionados à aprendizagem não só de expressões numéricas com números naturais como de Matemática de um modo geral, do Ensino Fundamental.

REFERÊNCIAS

ABREU, Vanja Marina Prates de; PAIS, Luiz Carlos. **A calculadora nos livros didáticos:** uma análise praxeológica referente ao ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. In: 31ª Reunião Anual da Associação Nacional de Pós-Graduação e Pesquisa em Educação. CAXAMBU-MG. Constituição Brasileira, Direitos Humanos e Educação, 2008.

ALMOULOUD, Saddo Ag. **Fundamentos da didática da matemática**. Curitiba, Ed. UFPR, 2007.

ALMEIDA, Eliane Aparecida Martins de. **Progressões aritméticas e geométricas:** praxeologias em livros didáticos de matemática. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2012.

ANTUNES, Celso. **Como Transformar Informações em Conhecimento**. 5. ed. Petrópolis: Vozes, 2005.

ARAUJO, A. D. **O ensino de Álgebra no Brasil e na França, estudo sobre o ensino de equações do 1º grau à luz da Teoria Antropológica do Didático**. Tese de Doutorado, UFPE. Recife, 2009.

BICUDO, Maria Aparecida Viggiani. **Pesquisa em educação matemática:** concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. – (Seminários & Debates)

BITTAR, Marilena; FREITAS, José l. M.. **Fundamentos e metodologia de matemática para os ciclos iniciais do ensino fundamental**. - 2ª ed. - Campo Grande, MS: Ed. UFMS, 2005.

BOGDAN, R. e BIKLEN S. **Investigação qualitativa em educação:** uma introdução à teoria e aos métodos. Trad. de Maria João Alvarez, Sara Bahia dos Santos e Telmo de Mourinho Baptista. Porto: Porto Editora, 1994.

BOYER, Carl B. **História da Matemática**. São Paulo: Edgard Blucher, 1974.

BRASIL. Secretaria de educação Fundamental. **Parâmetros Curriculares Nacionais:** Matemática. Brasília. MEC/SEF, 2000.

BRASIL. Secretaria de Educação Fundamental. **Programa Nacional do Livro Didático (PNLD)**. Guia Nacional de Livros Didáticos: Matemática de 1º ao 9º anos. Brasília. MEC/SEF: Governo Federal. Recuperado em 16 de outubro de 2012. Obtido em http://www.fnde.gov.br/index.php/programas-livro-didatico.

BRENELLI, Rosely Palermo. **O jogo como espaço para pensar:** a construção de noções lógicas e aritméticas. Campinas, São Paulo: Papirus, 1996.

CARAÇA, Bento Jesus. **Conceitos fundamentais da Matemática**. Livraria Sá Da Costa Editora: Lisboa, 1989.

CARNEIRO, Mário Jorge. **Matemática:** Por que se aprende, por que se ensina e o que é preciso ensinar? Por que se estuda matemática? Disponível em: http://www.tvebrasil.com.br/salto/boletins2005/mnp/tetxt1.htm

CENTURIÓN, Marília. **Conteúdo e Metodologia da Matemática:** números e operações. São Paulo, Scipione, 1994.

CHEVALLARD, Yves. **L' analise des pratiques enseignantes en théorie antropologique du didactique**. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Editions, v.19, n.2, p.221-265, 1999.

CHEVALLARD, Yves, BOSH, Mariana, GASCÓN, Josep. **Estudar matemáticas:** o elo perdido entre o ensino e a aprendizagem. Tradução: Daisy Vaz de Moraes, Porto Alegre: Artmed Editora, 2001.

CHOPPIN, Alain. História dos livros e das edições didáticas: sobre o estado da arte. In: **Educação e Pesquisa.** V. 30, n. 3. São Paulo: FE/USP, 2004. P. 549-566. Disponível em http://www.scielo.br/pdf/ep/v30n3/a12v30n3.pdf. Acesso em: 29/03/2013.

D'AMBROSIO, Ubiratan. **Educação matemática:** da teoria à prática. Campinas, SP: Papirus, 1996. (Coleção Perspectivas em Educação Matemática)

DAVIS, Harold T. **Tópicos de história da matemática para uso em sala de aula:** computação. São Paulo: Atual, 1992.

EVES, Howard. **Introdução à história da matemática**. Trad. Hygino H. Domingues. Campinas, SP: Editora da UNICAMP, 2004.

FERNANDES, Vera Maria J; CALEJÓN, Laura Maria C. **A Metodologia de Resolução de Problemas no ensino de Matemática nas Séries Iniciais**. Dissertação (Mestrado Profissionalizante em Ensino de Ciências e Matemática). Universidade Cruzeiro do Sul – UNICSUL, 2006.

FREITAG, Bárbara; MOTTA, Valéria Rodrigues; COSTA, Wanderly Ferreira da. **O Livro Didático em Quest**ão . 2. ed. São Paulo: Cortez, 1993.

FUNDESCOLA/DIPRO/FNDE/MEC. **Programa de Gestão da Aprendizagem Escolar – Gestar I**. Matemática, Caderno de Teoria e Prática 3. Brasília, 2007.

FURASTÉ, Pedro Augusto. **Normas técnicas para o trabalho científico:** explicitação das normas da ABNT. 16ª ed. Porto Alegre: Dáctilo Plus, 2013.

GASCÓN, J. **A necessidade de utilizar modelos em didática das matemáticas**. Revista Educação Matemática Pesquisa**.** Vol 5, n. 2. 2003. ISSN 1516-5388.

GATTI JÚNIOR, Décio. **A escrita escolar da história: livro didático e ensino no Brasil**. Bauru, SP: Edusc; Uberlândia, MG: Edufu, 2004.

IFRAH, Georges. **Os números:** história de uma grande invenção. São Paulo: Globo, 1992.

KISHIMOTO, Tizuko (Org.). **Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação**. Ed. Cortez, São Paulo, 1999.

LANNER, Ana Regina de Moura. (et. al.). **A contagem cada vez mais rápida e mais fácil:** as operações aritméticas, elementos históricos do movimento numérico, operações e cálculo. Oficina pedagógica de Matemática vinculada ao GEPAPe-USP (Grupo de Estudos e Pesquisa da Atividade pedagógica), 2004.

LOPES, Maria da Glória. **Jogos na Educação: criar, fazer, jogar**. 3ª Edição. São Paulo. Editora Cortez: 2000.

LOPES, Sergio Roberto; VIANA, Ricardo Luiz; LOPES, Shiderlene Vieira de Almeida. **A construção de conceitos matemáticos e a prática docente**. Curitiba: Ibpex, 2005.

LORENZI, Regine M. P. L.; CHIES, Roselice P. **Expressões numéricas: sugestões de histórias matemáticas para uso em sala de aula**. Revista do Professor, Porto Alegre, n. 89, Relato de Experiência p. 24-28, jan./mar. 2007.

LÜDKE, Menga; André, MARLI Eliza Dalmazo Afonso. **Pesquisa em educação:** abordagens qualitativas. 5. ed. São Paulo: EPU, 1986.

MOREIRA, Marco Antonio. **Aprendizagem significativa crítica**. 200. Disponível em: <vicenterisi.googlepages.com/apred_signif-PostWeingartner.pdf>. Acesso em: 22 fev. 2010.

MOREIRA, Marco Antonio. **Teorias de aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

MARTINEZ, Michelle Cristine Pinto Tyszka. **Um olhar para a abordagem do conteúdo de divisão de números naturais em livros didáticos de matemática dos anos iniciais do ensino fundamental**. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 2012.

MORIN, Edgar. **Os sete saberes necessários à educação do futuro**. 5ª ed. São Paulo: Cortez Editora; Brasília: UNESCO, 2002.

MOURA, Anna Regina Lanner de; et al. Pró Letramento Matemática. **Resolver Problemas:** o lado lúdico do Ensino da Matemática. Fascículo 7. Universidade Federal do Pará 2008.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **O jogo na educação matemática. In: Ideias. O jogo e a construção do conhecimento na pré-escola**. São Paulo: FDE, n.10, p. 45-53, 1991.

MOURA, Manoel Oriosvaldo de. **A séria busca no jogo:** do lúdico na matemática. IN: Kishimoto, Tizuko (Org.). Jogo, brinquedo, brincadeira e a educação. Ed. Cortez, São Paulo, p. 73-78, 1999.

NOGUEIRA, Rosane Corsini Silva; BITTAR, Marilena. **A Álgebra nos livros didáticos do Ensino Fundamental:** uma análise praxeológica**.** Dissertação de Mestrado: Universidade Federal de Mato Grosso do Sul. Campo Grande, 2008.

OLIVEIRA, Adriana Barbosa de. **Prática pedagógica e conhecimentos específicos:** um estudo com um professor de matemática em início de docência. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal do Mato Grosso do Sul. Campo Grande, 2010.

OLIVEIRA, Alaíde Lisboa de. **O livro didático**. 3. Ed. Revista e aumentada. Rio de Janeiro: Tempo Brasileiro, 1986.

OLIVEIRA, João B. A., GUIMARÃES, Sonia D. P., BOMÉNY, Helena M. B. **A política do livro didático**. São Paulo: Summus; Campinas: Ed. Da Universidade Estadual de Campinas, 1984.

ONUCHIC, Lourdes de la Rosa. **Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas**. In: Maria Aparecida Viggiani Bicudo (org.. Pesquisa em educação matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Editora UNESP, 1999. p. 199 – 218. – (Seminários & Debates)

PALMA, Rute Cristina Domingos da. **A resolução de problemas matemáticos nas concepções dos professores das séries iniciais do ensino fundamental:** dois estudos de caso. Dissertação de Mestrado: Universidade Federal de Mato Grosso. Cuiabá, 1999.

PARRA, Cecília; SAIZ, Irma. (et. al.). **Didática da matemática:** reflexões psicopedagógicas**.** Trad. Juan Acuña Liorens. Porto Alegre: Artes Médicas, 1996.

PERRENOUD, Philippe. **10 novas competências para ensinar**. Porto Alegre: Artmed Editora, 2000.

POLYA, George. **A arte de resolver problemas:** um novo aspecto do método matemático. 2. ed. 1975. Tradução e adaptação de Heitor Lisboa de Araújo. 2. reimp. Rio Janeiro: Interciência, 1995.

PONTE, J. P.; GALVÃO, C.; SANTOS, F. T.; OLIVEIRA, H. **O início da carreira profissional de jovens professores de matemática e ciências**. Revista de Educação. 2001, nº 10. vol.1., pp. 31-45.

POZO, Juan Ignácio. (et al). **A solução de problemas:** aprender a resolver, resolver para aprender. Trad. Beatriz Affonso Neves. Porto Alegre: Artmed, 1998.

PRAIA, João Félix. Aprendizagem significativa em D. Ausubel: contributos para uma adequada visão da sua teoria e incidências no ensino. **Teoria da aprendizagem significativa**: contributos do III Encontro Internacional sobre Aprendizagem Significativa, Peniche, 2000. Disponível em: htpp://repositorioaberto.univab.pt/bistream/10400.2/1320/1/Livro%20Peniche .pdf. Acesso em: 10 fev.2010.

ROSSINI, Renata. **A Contribuição da Teoria Antropológica do Didático para a análise de livros didáticos de Matemática**. Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo. São Paulo, 2008.

SILVA, José Valério Gomes da. **Uma análise praxeológica preliminar em livros didáticos de Matemática**. VI EPBEM, Monteiro-PB, 2010.

VYGOTSKY, Lev. S. **A formação social da mente.** São Paulo. Martins Fontes, 1987.