

MNPEF

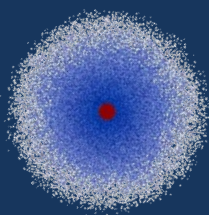
Mestrado Nacional
Profissional em
Ensino de Física



Sociedade Brasileira de Física



*Caderno de Práticas Experimentais Produzidas com
Materiais de Baixo Custo Para Verificação do
Princípio da Conservação da Energia Mecânica*



Leidiane Aparecida de Andrade Silva

Orientadora: Prof^a. Dra. Sabrina Silva Carara

Cuiabá – MT
Outubro de 2021

Sumário

CAPÍTULO 1 - Introdução.....	1
CAPÍTULO 2 - Fundamentação Teórica	2
2.1 Importância do Estudo do Conceito Energia	2
2.2 Energia Cinética.....	3
2.2.1 Trabalho e Energia Cinética	4
2.4 Trabalho de Uma Força Conservativa	7
2.5 Energia Potencial	8
2.5.1 Trabalho e Energia Potencial Gravitacional	9
2.5.2 Trabalho e Energia Potencial Elástica	10
2.6 Conservação da Energia Mecânica.....	11
2.7 Trabalho de Uma Força Não Conservativa.....	12
CAPÍTULO 3 – Metodologia.....	13
3.1 Metodologia Baseada na AS e nos 3MP	13
3.2 Sequência Didática Baseada nos 3MP e na AS	14
3.3 Cronograma da Sequência Didática.....	15
CAPÍTULO 4 - Referências.....	17
APÊNDICE A: Questionário	19
APÊNDICE B: Sugestão de Gabarito do Questionário	22
APÊNDICE C: Atividade Experimental Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica Através do <i>Looping</i>	26
APÊNDICE D: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica Através do <i>Looping</i>.....	32
APÊNDICE E: Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Sistema Massa-mola	39

APÊNDICE F: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Sistema Massa-mola	46
APÊNDICE G: Experimento Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica em um Plano Inclinado com Atrito	53
APÊNDICE H: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Plano Inclinado com Atrito.....	64

Links

Link A: Vídeo Pense de Novo – Energia e Novas Tecnologias	21
Link B: Aula com apresentação em Power point sobre os principais tipos de energia, energia mecânica e sua conservação.	25
Link C: Vídeo com demonstração da realização da Atividade Experimental 1	31
Link D: Vídeo com demonstração da realização da Atividade Experimental 2	45
Link E: Vídeo com a demonstração da realização da Atividade Experimental 3	63
Link F: Vídeo com resumo sobre Energia Mecânica	63

Figuras

Figura 1: Deslocamento em função da força aplicada sobre um corpo.....	5
Figura 2: Trabalho de uma força variável.....	6
Figura 3: Deslocamento de um objeto sob ação de forças conservativas Sistema com dois objetos em interação.....	7
Figura 4: Trabalho total de uma força conservativa em um caminho fechado.....	8
Figura 5: Objeto em queda livre.....	9
Figura 6: Sistema massa-mola.....	10
Figura 7: Força de atrito em um plano horizontal.....	12
Figura 8: Força de atrito em um plano inclinado.....	13

Apresentação

Prezado Professor, Prezada Professora

Há mais de uma década ministrando aula para turmas de primeiro ano do Ensino Médio, observei muitas dificuldades inerentes à compreensão dos conceitos sobre a Energia Mecânica. Diante este cenário, me senti instigada e desafiada a propor uma sequência didática envolvendo atividades experimentais confeccionadas com materiais de baixo custo com o objetivo de tratar esses conceitos de uma forma diferenciada.

A metodologia de ensino adotada neste material, foi baseada nos estudos e dados dos pesquisadores Ausubel, Delizoicov e Angotti, cujo foco principal é o desenvolvimento da Aprendizagem Significativa no aprendiz.

Como o desenvolvimento da sociedade, a melhoria da qualidade de vida e a sobrevivência da humanidade dependem de nova concepção de produção e uso sustentáveis da energia, os quais estão diretamente intrincados à questão ambiental, surge assim, a necessidade de abordar a energia e seus significados físicos como o princípio de sua conservação, suas formas e os processos de transformação de forma prática e relacionável.

Porém, nós professores de Física sabemos que na linguagem do dia-a-dia o termo energia adquire significados e propriedades não reconhecidos pela ciência, sendo utilizada indistintamente na sociedade, eventualmente associada à ideia de força e vitalidade, como nas expressões comuns “recarregar as energias” ou “descarregar as energias negativas.”

Apesar dos conceitos de Mecânica serem de suma importância para compreensão dos movimentos e necessários para descrever e explicar muitos avanços tecnológicos, o conteúdo é pouco entendido pela maioria dos estudantes. Porém, é importante que os alunos aprendam os conceitos envolvendo Energia e seu significado próprio no campo da Física.

Pelo fato da Energia ser um conceito muito abrangente e abstrato, torna-a difícil de ser definida de modo preciso com poucas palavras. Nessa perspectiva, surge a necessidade de discutir problemas reais envolvendo energia mecânica.

Professor(a) encerro aqui a apresentação deste trabalho que foi elaborado com muito cuidado, o qual desejamos que lhe seja útil no processo de Ensino Aprendizagem e na Relação Professor-aluno.

Abraços!

CAPÍTULO 1 - Introdução

De acordo com a lei n. 9.394, da Lei de Diretrizes e Bases (LDB) de 20 de dezembro de 1996, no Artigo 36, constata-se que o ensino médio é considerado etapa final da educação básica, compreendida entre os anos de estudo regular de um indivíduo.

Em 1999, os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) passaram a indicar conectivos, os quais indicam que o aprendizado deve ser compreendido através de competências e habilidades a serem desenvolvidas e elaboradas pelos professores juntamente aos alunos por área de seus respectivos conhecimentos.

Segundo os PCN, as competências e habilidades estão divididas em: *representação e comunicação*, onde nesse aspecto procura-se desenvolver a capacidade de comunicação e compreensão dos enunciados envolvendo símbolos e grandezas físicas, ler e interpretar tabelas, gráficos e diagramas; *investigação e compreensão*, buscando ampliar a capacidade de questionar processos naturais e tecnológicos, identificando parâmetros relevantes diante de situações físicas, bem como desenvolver o raciocínio e a capacidade de aprender e, conseqüentemente, aspectos cognitivos que favoreçam a aprendizagem; *contextualização sociocultural*, que visa compreender e utilizar a ciência como elemento de interpretação, intervenção e solucionadora de problemas, e a tecnologia como conhecimento sistemático de sentido prático.

Os Parâmetros Curriculares Nacionais para o Ensino Médio (PCNEM) determinam que o ensino de Física deva ser trabalhado adequando-o à realidade escolar, com o conteúdo relacionado a esta e ao cotidiano do aluno.

“ Não se trata, portanto, de elaborar novas listas de tópicos de conteúdo, mas, sobretudo de dar ao ensino de Física novas dimensões, que irá promover um conhecimento contextualizado e integrado à vida de cada jovem. ” (BRASIL, 1999, p. 230).

Atualmente, o ensino visa uma intensa renovação pedagógica que busca a construção de uma educação emancipatória, democrática, inclusiva e de qualidade, direcionando esforços para a aprendizagem e atribuindo aos educandos o papel de sujeitos ativos no processo de construção de conhecimentos e sua conseqüente formação de cidadania.

Como a Física é a ciência que descreve e traz a compreensão dos fenômenos que acontecem na natureza, ela está sempre em contínua evolução, procurando apresentar e demonstrar novos fenômenos e conceitos, os quais estão sempre presentes em nosso dia a dia. De modo geral, essa ciência faz parte de todas as atividades realizadas pelo ser humano.

Segundo os PCN (2002), o professor deve utilizar as mais variadas atividades, a fim de trabalhar Ciências Naturais, possibilitando assim que os alunos possam entrar realmente em contato com temas ligados à aprendizagem científica e tecnológica.

Pensando na concretização da construção do conhecimento, este trabalho propõe a construção de um **“Caderno de Práticas Experimentais Produzidas Com Materiais de Baixo Custo Para Verificação do Princípio da Conservação da Energia Mecânica.”**

A opção foi pela metodologia baseada nos Três Momentos Pedagógicos (3MP) de Delizoicov e Angotti e na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de Ausubel, visando promover mudança no método de ensino ainda vigente, tendo como base a identificação e classificação dos movimentos vivenciados no cotidiano. Nesta perspectiva, as atividades visam tornar o aluno capaz de identificar e interpretar situações-problemas, que exigem o conhecimento de Física, em particular, aqueles relacionados com a Energia Mecânica.

CAPÍTULO 2 - Fundamentação Teórica

2.1 Importância do Estudo do Conceito Energia

Com o desenvolvimento da sociedade, a melhoria da qualidade de vida e a sobrevivência da humanidade dependem de nova concepção de produção e uso sustentáveis da energia, os quais estão diretamente intrincados à questão ambiental. O estudo deste tópico em sala de aula é de suma importância, assim, emerge a necessidade de abordar a energia em seus significados físicos, como o princípio de sua conservação de energia mecânica, suas formas e os processos de transformação.

A palavra energia é usada indistintamente na sociedade, eventualmente associada à ideia de força e vitalidade. É importante que os alunos saibam que ela possui um significado próprio na Física. Energia é um conceito muito abrangente e, por isso mesmo, muito abstrato e difícil de ser definido de modo preciso com poucas palavras. A palavra energia, derivada do vocábulo grego *energeia* (significando em ação) (AXT e ALVES 1994) é a propriedade de um sistema que lhe permite existir, ou do ponto de vista físico, realizar trabalho. (Dicionário Aurélio, 2002).

Para a realização do trabalho é necessária a aplicação de uma força e, simultaneamente, uma transformação de energia. Quando há a aplicação de uma força e um deslocamento do ponto de aplicação dessa força, pode-se dizer que houve uma realização de trabalho.

Na linguagem do dia-a-dia o termo energia adquire significados e propriedades não reconhecidos pela ciência, como nas expressões comuns “recarregar as energias” ou “descarregar as energias negativas”, no plural mesmo, isso sem falar em outros sentidos mais esotéricos. (Barbosa, Borges, 2006).

É um dos conceitos básicos das ciências naturais para descrever e explicar o funcionamento do mundo, mas é pouco entendido pelos estudantes, e quase sempre também por seus professores.

A compreensão e o uso do conceito de energia e de sua conservação na explicação de fenômenos e resolução de problemas não são simples. Uma das fontes prováveis dessas dificuldades é que, conforme as pesquisas em ensino de ciências apontam, os estudantes têm hábitos pouco desenvolvidos de pensar acerca de sistemas, eventos e processos (DRIVER, WARRINGTON, 1985), particularmente, erros que são frequentes em relação a conceitos de Física, sobretudo os conceitos de energia, força e trabalho.

Diferentemente dos currículos tradicionais e da maioria dos livros didáticos, no CBC (Currículo Básico Comum) esse conceito é iniciado com o conteúdo de mecânica, utilizando a noção prévia que os alunos têm sobre velocidade a partir de situações vivenciadas, pela observação de objetos em movimento e o armazenamento de energia mecânica em dispositivos elásticos (carrinho de corda, arco e flecha, estilingues, etc.) e gravitacionais (moinhos, monjolo e hidroelétricas). O conceito de energia é tratado de forma recursiva no CBC, contendo tópicos sobre conservação da energia e a energia potencial. O CBC destaca a abordagem referenciada ao mundo conceitual que se opõe à abordagem tradicional, uma vez que esta apresenta a teoria antes dos fatos (CURRÍCULO BÁSICO COMUM 2008).

Nessa perspectiva, surge a necessidade de discutir os problemas reais como: a emissão de luz por uma lâmpada, o funcionamento de um chuveiro ou o funcionamento do motor de um automóvel, de modo também a construir os significados da linguagem científica, entre outros.

A energia é um conceito muito abrangente e, por isso mesmo, muito abstrato e difícil de ser definido de modo preciso com poucas palavras de um modo preciso (GODOI, COIMBRA e MASCARENHAS, 2006). Neste artigo os autores citam vários tipos de energia e sua importância para o meio ambiente e vida social.

2.2 Energia Cinética

A palavra cinética é derivada do grego *kinesis*, cujo significado é movimento. O conceito de energia cinética foi primeiramente estabelecido por Leibnitz, que a denominou como “força viva” (*vis viva*). Mais tarde, em 1740 Émilie du Châtelet reconheceu e publicou uma explicação a respeito da experiência realizada por Willem’s Gravesande, que foi capaz de determinar que a “força viva” era diretamente proporcional à massa e ao quadrado da velocidade de um corpo.

Em 1808, Young utiliza pela primeira vez o termo energia. Já em 1829, Gaspard-Gustave Coriolis inseriu o termo “energia cinética” ao publicar um artigo descrevendo a matemática envolvida.

Em 1905, Einstein apresentou sua contribuição no conceito ao relacionar diretamente a grandeza massa à energia.

Então, a energia cinética cujo símbolo pode ser representado por K ou E_c pode ser definida como a energia que um corpo possui ao deslocar de um ponto a outro, ou seja, ela está intrinsecamente relacionada à velocidade. Halliday, Resnick, Walker (208, p. 153) afirmam que “Quanto mais depressa o objeto se move, maior é a energia cinética. Quando um objeto está em repouso, a energia cinética é nula.”

Dado um corpo de massa m e velocidade $v \ll v_{luz}$, temos que a energia cinética é definida como:

$$K = \frac{1}{2}mv^2. \quad (1)$$

A palavra energia pode ser definida como a capacidade de realizar trabalho e ao ato de transferir energia (Halliday pg. 155).

2.2.1 Trabalho e Energia Cinética

Antes de definirmos o que é trabalho em Física, vamos analisar a seguinte situação (Sears, p.182): Um objeto de massa m se desloca uma distância d ao longo de uma trajetória retilínea. No decorrer do movimento do objeto, uma força com módulo constante F atua sobre ela. A direção e o sentido da força coincidem com a direção e o sentido do deslocamento d do objeto. Então, o trabalho W realizado pela força constante nessas condições é dado por:

$$W = F \cdot d, \quad (2)$$

onde F é a força constante que atua na direção e no sentido do deslocamento retilíneo.

O trabalho realizado sobre o objeto é diretamente proporcional à intensidade da força F e ao deslocamento d , conforme mostra a equação (2).

A unidade de medida da grandeza escalar energia é dada em joule (J) que corresponde a:

$$1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}$$

Porém existe várias outras unidades. Algumas delas são:

- Caloria (cal);
- *British Thermal Unit* (BTU);
- Quilowatt-hora (kWh);
- Elétron-volt (eV).

A relação entre estas unidades de medida de energia pode ser dada como:

$$1 \text{ J} \cong 2,39 \cdot 10^{-4} \text{ cal} \cong 9,48 \cdot 10^{-4} \text{ BTU} \cong 2,78 \cdot 10^{-7} \text{ kWh} \cong 6,24 \cdot 10^{18} \text{ eV}$$

Segundo Moysés (pg.109), quando um objeto sofre variação de velocidade devido à força imposta, a energia cinética K também varia.

- Se a velocidade v do objeto aumentar, a energia cinética K do objeto também aumenta;
- Se a velocidade v do objeto diminuir, a energia cinética K do objeto também diminui.

“Trabalho (W) é a energia transferida para um objeto ou de um objeto através de uma força que age sobre o objeto. Quando a energia é transferida para o objeto, o trabalho é positivo; quando a energia é transferida do objeto, o trabalho é negativo”. (Halliday, p. 155)

Tomarei como referência a partir deste momento, situações trazidas no livro “Fundamentos de Física”, vol.1 8ª Ed (Halliday, Resnick, Walker 2008) das páginas 155 a 202.

Considere um corpo de massa m que se desloca ao longo de um eixo x horizontal em um fio sem atrito, no qual é aplicado uma força F de mesma intensidade, que faz um ângulo ϕ com o fio. Esta força está sendo utilizada para acelerar o corpo. Então, pela Segunda Lei de Newton, pode-se relacionar a força F à aceleração a cuja equação é dada por:

$$F_x = ma_x, \quad (3)$$

onde F_x e a_x representam as componentes da força e da aceleração na direção x , respectivamente, pois a componente da força perpendicular ao deslocamento não realiza trabalho.

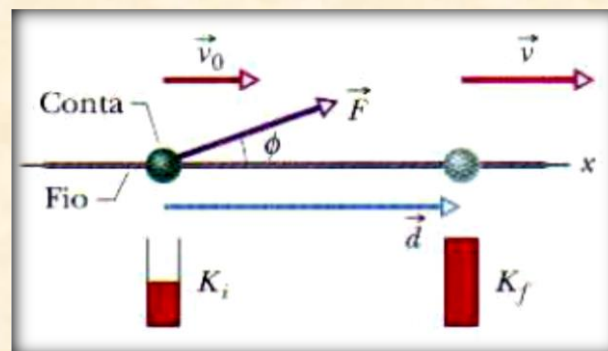


Figura 1: Trabalho de Uma Força Constante não Paralela ao vetor Deslocamento

Fonte: Fundamentos de Física, vol. 1, 8ª Ed. Pg. 155

Pela figura 1, observa-se que o corpo desloca de um ponto a outro devido à aplicação da força F de intensidade constante, a qual provoca variação de velocidade no corpo; passando de v_0 no estado inicial para v no final do deslocamento:

$$v^2 = v_0^2 + 2a_x d. \quad (4)$$

Substituindo a_x da Segunda Lei de Newton por $a_x = \frac{F_x}{m}$ na equação (4) temos:

$$v^2 = v_0^2 + 2 \left(\frac{F_x}{m} \right) d \quad (5)$$

$$v^2 - v_0^2 = 2 \left(\frac{F_x}{m} \right) d. \quad (5.1)$$

Dividindo a equação (5.1) por $\frac{1}{2}m$ temos:

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = F_x d. \quad (6)$$

Pode-se notar que o primeiro termo da equação (6) se trata da variação da energia cinética ΔK sofrida no deslocamento d , devido à ação da força aplicada sobre o corpo de massa m explicitada no segundo termo. Daí, teremos o Teorema Trabalho e Energia Cinética na equação (7):

$$\Delta K = W. \quad (7)$$

Pode-se então concluir que o trabalho W realizado pela força F constante sobre o corpo equivale à transferência de energia devido à aplicação da força F :

$$W = F_x d. \quad (8)$$

Podemos notar que na figura 1, F_x pode ser escrito como $F \cos \phi$, em que F é o módulo de F e ϕ é o ângulo entre o deslocamento d e a força F aplicada. Temos que o trabalho realizado pela força constante F é dado por:

$$W = F d \cos \phi. \quad (9)$$

Como o termo $F d \cos \phi$ é equivalente ao produto escalar $\vec{F} \cdot \vec{d}$, a equação (9) pode ser reescrita

como:

$$W = \vec{F} \cdot \vec{d}. \quad (10)$$

Para análise da equação do trabalho realizado pela força F de intensidade variável que atua na mesma direção do deslocamento, considere a figura 2 a seguir:

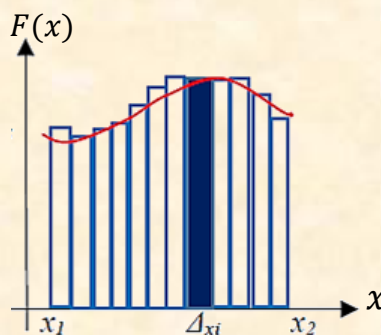


Figura 2: Trabalho de uma força variável.

Fonte: Própria autoria, 2021

Pode-se observar que na figura 8 a força varia no decorrer do deslocamento do objeto. A curva $F(x) \times d$ foi dividida em pequenas áreas, tornando a força aproximadamente constante em cada região.

Sendo assim, o trabalho da força F variável é determinado pela somatória da área de todos os retângulos.

$$W = \sum F_x \Delta x_i . \quad (11)$$

Com o limite de Δx_i tendendo a zero, temos:

$$W = \lim_{\Delta x_i \rightarrow 0} \sum F_x \Delta x_i = \int_{x_1}^{x_2} F_x dx . \quad (12)$$

Para o caso de um objeto que se move nas 3 direções, $\vec{r} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k}$, devido à ação da força $\vec{F}$, podemos escrever o trabalho realizado por esta força como:

$$W = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} . \quad (13)$$

2.4 Trabalho de Uma Força Conservativa

Considere a figura 3 onde um objeto se desloca em uma curva do ponto inicial (A) até o ponto final (B) devido à ação da força aplicada sobre a mesma.

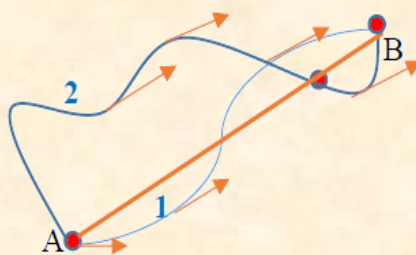


Figura 3: Deslocamento de um objeto sob ação de forças conservativas.

Fonte: Própria autoria, 2021

Porém, existem infinitas formas do objeto se deslocar do ponto A até o ponto B quando adotada uma trajetória curva. O vetor deslocamento infinitesimal é sempre tangente à curva e no sentido do deslocamento do objeto. Entretanto, o trabalho realizado pela força que faz com que o objeto se mova de um ponto inicial até um ponto final, não depende do caminho, mas apenas das posições A e B.

Portanto, essa força é dita como conservativa pois o trabalho W realizado pelo objeto que se desloca pela curva 1 é o mesmo trabalho realizado pelo objeto que se desloca pela curva 2:

$$W_{A \rightarrow B, 1} = W_{A \rightarrow B, 2} . \quad (14)$$

Se a força permanecer constante e o sentido do caminho 2 percorrido for invertido, o sinal do trabalho muda:

$$W_{A \rightarrow B,2} = -W_{B \rightarrow A,2} . \quad (15)$$

Ou seja,

$$W_{A \rightarrow B,1} = -W_{B \rightarrow A,2} . \quad (16)$$

Vamos considerar que o objeto sai de um ponto A e chega ao ponto B através do caminho 1 e retorna para o ponto de partida A através da curva correspondente ao caminho 2, conforme mostrado na figura 4.

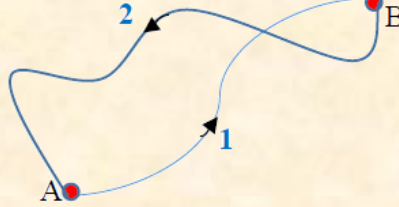


Figura 4: O trabalho total de uma força conservativa em um caminho fechado é sempre nulo.

Fonte: Própria autoria, 2021.

A equação do trabalho total (W_T) pode ser escrita como:

$$W_{A \rightarrow B,1} + W_{B \rightarrow A,2} = 0, \quad (17)$$

onde pode-se notar que o trabalho total realizado pela força sobre o objeto no percurso de ida e volta é nulo. Halliday (p. 182) ressalta que: “O trabalho total realizado por uma força conservativa sobre um objeto que se move ao longo de qualquer percurso fechado é nulo”.

2.5 Energia Potencial

O conceito de energia potencial U é de suma importância para compreensão de várias áreas da Física, inclusive na mecânica quântica. A energia potencial é uma função das coordenadas x,y,z , cuja posição é relativa à posição de um objeto em relação à outros objetos que interagem.

A energia potencial U é qualquer energia que pode ser associada a alguma configuração de um sistema de corpos que exercem forças um sobre os outros.

A integral de linha de uma força conservativa depende apenas dos pontos inicial $\vec{r}_0$ e final $\vec{r}$ da função $U(r)$ conforme descrito na equação (18).

$$U(r) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r}. \quad (18)$$

Portanto, ao considerar $\vec{r}_0 = \vec{r}$ tem-se: $U(\vec{r}) = 0$.

A equação (18) também pode ser reescrita em função do trabalho realizado pela força entre dois pontos quaisquer.

$$U(r) = -W_{\vec{r}_0 - \vec{r}} . \quad (19)$$

Agora, iremos determinar o trabalho de uma força considerando o deslocamento do objeto entre dois pontos diferentes da origem da trajetória. Para isso, vamos adotar os pontos $\vec{r}_1$ e $\vec{r}_2$.

$$W_{\vec{r}_0 - \vec{r}_2} = W_{\vec{r}_0 - \vec{r}_1} + W_{\vec{r}_1 - \vec{r}_2} . \quad (20)$$

Reorganizando a equação (20), temos:

$$W_{\vec{r}_1 - \vec{r}_2} = W_{\vec{r}_0 - \vec{r}_2} - W_{\vec{r}_0 - \vec{r}_1} . \quad (21)$$

Substituindo a equação (19) em (20), o trabalho de uma força conservativa entre dois pontos hipotéticos pode ser determinado por:

$$W_{\vec{r}_1 - \vec{r}_2} = -U(r_2) + U(r_1) \quad (22)$$

Podemos reescrever a equação (22) em termos da variação da energia potencial, daí fica:

$$W = -\Delta U \quad (23)$$

Substituindo a equação (13) em (23) temos:

$$\Delta U = - \int_{r_1}^{r_2} \vec{F} \cdot d\vec{r} \quad (24)$$

Portanto, a partir da variação da energia potencial podemos determinar pela função $-U(r_2)$ sua intensidade em qualquer ponto arbitrário.

A seguir será apresentado a relação do trabalho com duas energias potenciais conservativas: a Gravitacional e a Elástica.

2.5.1 Trabalho e Energia Potencial Gravitacional

Considerando um corpo que se desloca devido à força gravitacional a uma altura h do nível de referência (Fig. 5). Durante a queda, o trabalho W realizado sobre o corpo pela força gravitacional é positivo e a energia potencial do sistema corpo-Terra é convertida em energia cinética do corpo.

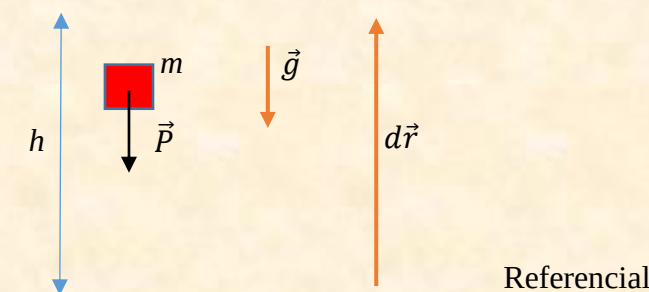


Figura 5: Objeto em queda livre. **Fonte:** Própria autoria

Por definição, nos deslocamentos de descida e subida sofridos pelo corpo, a variação da energia potencial gravitacional ΔU , pode ser dada por:

$$\Delta U = -W. \quad (25)$$

Substituindo o trabalho W pela equação 13, temos:

$$\Delta U = - \int_{r_i}^{r_f} \vec{F} \cdot d\vec{r}. \quad (26)$$

A força gravitacional $\vec{F}$ realiza trabalho sobre esse objeto quando ela se move verticalmente ao longo do eixo y de um ponto inicial y_i para um ponto final y_f .

Com o objetivo de determinar a variação da energia potencial gravitacional do sistema objeto-Terra, será adotada a equação 26, porém os limites de integração serão referentes ao eixo y , uma vez que se trata de um deslocamento em queda livre devido à ação da força gravitacional F (sentido negativo do eixo y):

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} F dr \cos \phi. \quad (27)$$

Como se trata de deslocamento em queda livre, o módulo da força F pode ser escrita como mg , o módulo do deslocamento dr pode ser escrito como dy e o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $d\vec{r}$ é 180° . Portanto,

$$\Delta U = - \int_{y_i}^{y_f} (-mg) dy. \quad (28)$$

Com massa m , aceleração gravitacional g constantes e integrando em y , temos:

$$\Delta U = mg\Delta y, \quad (29)$$

onde Δy é a variação de posição vertical sofrida pelo corpo.

Considerando que a energia potencial gravitacional seja $U_i = 0$ em $y_i = 0$, teremos:

$$U(y) = mgy. \quad (30)$$

Halliday (p. 187) ressalta que: “A energia potencial gravitacional associada a um sistema objeto-Terra depende apenas da posição vertical y (ou altura) do objeto em relação à posição de referência $y = 0$, e não da posição horizontal”.

2.5.2 Trabalho e Energia Potencial Elástica

Considerando um sistema massa-mola representado na figura 6, no qual o bloco se desloca do ponto A ao ponto B, conectado por uma mola ideal de constante elástica k .

No decorrer do deslocamento, a força elástica F realiza trabalho W sobre o bloco variando a intensidade de energia potencial elástica no sistema.

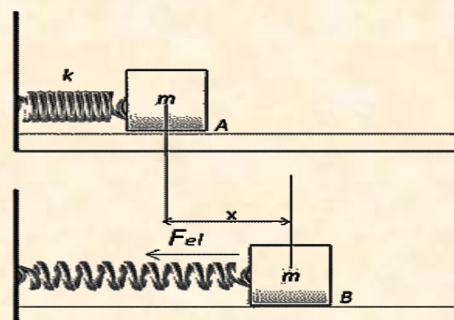


Figura 6: Sistema massa-mola. **Fonte:** <https://brasilecola.uol.com.br/fisica/energia-potencial-gravitacional-elastica.htm> (adaptada)

Pela Lei de Hooke, sabe-se que:

$$F(x) = -kx. \quad (31)$$

Substituindo o módulo da força F por kx , o módulo do deslocamento dr por dx e o ângulo ϕ entre $\vec{F}$ e $d\vec{r}$ é 180° na eq. (27), obtemos:

$$\Delta U = k \int_{x_i}^{x_f} (x) dx. \quad (32)$$

A variação da energia potencial elástica em um sistema massa-mola é:

$$\Delta U = k \frac{x_f^2}{2} - k \frac{x_i^2}{2}. \quad (33)$$

No caso de $x_i = 0$, a energia potencial elástica do sistema massa-mola na posição $x_f = x$ é:

$$U(x) = k \frac{x^2}{2} \quad (34)$$

2.6 Conservação da Energia Mecânica

Sabendo que a variação da energia cinética é igual ao trabalho e que a variação de energia potencial é igual ao negativo do trabalho, vamos substituir ΔU da equação (7) na equação (25). Dessa forma, obtemos:

$$\Delta K = -\Delta U. \quad (35)$$

Sendo $\Delta K = K_f - K_i$ e $\Delta U = U_f - U_i$, tem-se:

$$K_f + U_f = K_i + U_i. \quad (36)$$

Considerando que o sistema esteja isolado da ação de forças externas, as trocas entre as energias cinética e potencial permanece constante, ou seja, a energia mecânica final é igual a energia mecânica inicial de um sistema isolado.

Segundo Halliday (pg. 188) “Em um sistema isolado, onde apenas forças conservativas causam variações de energia, a energia cinética e a energia potencial podem variar, mas sua soma, a energia mecânica E_{mec} do sistema, não pode variar”.

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica pode ser escrito na forma:

$$\Delta E_{mec} = \Delta K + \Delta U = 0. \quad (37)$$

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica é de suma importância na resolução de problemas envolvendo forças conservativas, pois nos permite determinar a intensidade das energias

cinética e potencial em um sistema isolado sem ser necessário calcular o trabalho realizado pelas forças envolvidas.

2.7 Trabalho de Uma Força Não Conservativa

Seja uma força $\vec{F}$ que atua sobre um objeto de massa m que se desloca sobre uma superfície horizontal com atrito, como mostra a Fig. 7 a seguir:

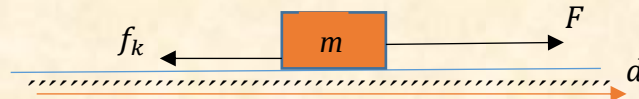


Figura 7: Força de atrito em um plano horizontal.

Fonte: Própria autoria, 2021

Pode-se observar que a força de atrito f_k sempre atua no sentido oposto ao movimento do objeto. O módulo da força de atrito cinético é dado por:

$$f_k = \mu_k N , \quad (38)$$

onde N é a força normal e μ_c representa o coeficiente de atrito cinético, cujo valor é característico da superfície de contato com o objeto.

Aplicando a Segunda Lei de Newton ao sistema mostrado na figura 14, obtemos:

$$F_{R,x} = ma_x , \quad (39)$$

onde $F_{R,x}$ é a força resultante que atua na direção x e a_x é aceleração adquirida pelo objeto ao se mover ao longo da direção x .

Como as forças representadas na figura anterior agem na direção do eixo x e em sentidos opostos, podemos substituí-las na equação (39):

$$F - f_k = ma . \quad (40)$$

Devido às forças F e f_k serem constantes, a aceleração a também será constante. Assim, podemos utilizar a equação de Torricelli, $v^2 - v_0^2 = 2ad$, para substituir o valor de a na equação (40) e assim obtemos:

$$Fd = \Delta K + f_k d . \quad (41)$$

Mas se for considerado que o objeto representada na Fig. 7 esteja se deslocando sobre uma rampa de ângulo α com a horizontal, teremos variação de energia potencial gravitacional conforme mostra a Fig. 8 abaixo.

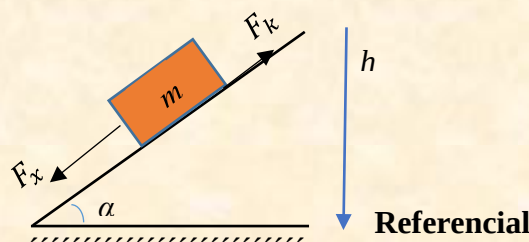


Figura 8: Força de atrito em um plano inclinado.

Fonte: Própria autoria, 2021

Levando em conta a variação da energia potencial gravitacional, a equação (41) pode ser reescrita para o movimento de um objeto em um plano inclinado:

$$Fd = \Delta E_{mec} + f_k d. \quad (42)$$

Durante o deslizamento, tanto o objeto como a superfície de contato se aquecem devido à energia térmica E_t .

Segundo Halliday (2008, p. 195) “Experimentalmente, observa-se que o aumento da energia térmica ΔE_t é igual ao produto do módulo da força de atrito cinético, f_k , por d , o módulo do deslocamento” tal que:

$$\Delta E_t = f_k d. \quad (43)$$

Sendo $Fd = W$, podemos reescrever a eq. (42) da seguinte forma:

$$W = \Delta E_{mec} + \Delta E_t. \quad (44)$$

“Quando uma força de atrito cinético age dentro do sistema, a energia térmica E_t do sistema varia.” (Halliday, 2008, pg. 195).

CAPÍTULO 3 – Metodologia

3.1 Metodologia Baseada na AS e nos 3MP

Através de observações realizadas quanto às dificuldades em sala de aula referentes à compreensão de conteúdos estudados durante o 1º ano do Ensino Médio, alternativas foram pensadas quanto ao processo de ensino-aprendizagem. A partir de estudos e experiências anteriores na docência, partiu-se para a elaboração de uma sequência didática baseada nos 3MP (Três Momentos Pedagógicos) proposta inicialmente por Delizoicov e Angotti (1992) e na Aprendizagem Significativa estabelecida por Ausubel. A seguir, na tabela 1 está descrita as ações que contemplarão os 3MP na sequência didática.

Tabela: Ações para abordagem dos 3MP na Sequência didática

Fases dos 3MP	Ação	Etapa
Problematização inicial	Aplicação do questionário para verificação dos conhecimentos prévios	I
	Será apresentado um vídeo com duração de 1 min (sem áudio) para recordação dos tipos de energia	II
	Discussão sobre os tipos de energia descritos no vídeo para identificação dos conhecimentos prévios dos estudantes	
	Interrogar os estudantes a responder algumas perguntas como: <i>O que é energia?</i> <i>Quais os tipos de energia você identificou nas imagens do vídeo?</i>	II, III, IV e V
Organização do conhecimento	Retomar brevemente os tipos de energia	IV e V
	Resolução de exemplos sobre Energia Potencial Gravitacional, Potencial Elástica e Cinética	IV
	Resolução de exemplos sobre o Princípio da Conservação da Energia Mecânica em sistemas ideais e não ideais	IV e V
Aplicação do conhecimento	Coleta de dados necessários para resolução dos roteiros	VI
	Aplicação do questionário para verificação do conhecimento após o desenvolvimento das atividades da sequência didática	VII

A metodologia de ensino adotada constitui na possibilidade de estabelecer em sala de aula uma dinâmica dialógica, a organização sistemática do conhecimento e aplicações do mesmo, possibilitando a construção do conhecimento dos estudantes.

Portanto, para contemplar as ideias já desenvolvidas, buscou-se a elaboração de uma sequência didática, onde a representação dos conhecimentos não fosse isolada e distante das situações-problema do cotidiano dos alunos.

3.2 Sequência Didática Baseada nos 3MP e na AS

Segundo Ausubel (1982), para que ocorra a aprendizagem significativa, o professor deve adotar condições essenciais, averiguando os conhecimentos prévios dos alunos e ensinando-os a partir destes. Outra condição de atuação está na utilização de material significativo, que esteja relacionado com a estrutura cognitiva do aluno de maneira não literal e não arbitrária, evitando a memorização, o que levará à aprendizagem mecânica.

De acordo com Delizoicov e Angotti (1994), as aulas práticas são de fundamental importância na organização do conhecimento do aluno, onde o professor deve utilizar das mais variadas técnicas, envolvendo atividades, valorizando a utilização de diversos recursos, como as experiências.

“As experiências despertam em geral um grande interesse nos alunos, além de propiciar uma situação de investigação. Quando planejadas levando em conta estes fatores, elas constituem momentos particularmente ricos no processo de ensino-aprendizagem.” (DELIZOICOV e ANGOTTI, 1994, p. 22).

As aulas de prática experimental são capazes de instigar o interesse e curiosidade dos estudantes, permitindo-o que faça parte no processo de investigação. Para Carvalho o estudante deve sair da postura passiva e participar do processo de construção do conhecimento como sujeito principal, aperfeiçoando os conhecimentos científicos.

“Utilizar atividades investigativas como ponto de partida para desenvolver a compreensão de conceitos é uma forma de levar o aluno a participar de seu processo de ensino aprendizagem, sair de uma postura passiva e começar a perceber e a agir sobre o seu objeto de estudo, relacionando o objeto com acontecimentos e buscando a causa dessa relação, procurando, portando, uma explicação causal para o resultado de suas ações e/ou interações. “ (CARVALHO, 2004, p.22).

Segundo os autores citados, a experimentação no ensino de ciências é capaz de problematizar, investigar e contextualizar o conhecimento. Diante da fundamentação teórica, se faz necessário a utilização de aulas práticas no ensino de Física como instrumento auxiliar no processo da construção do conhecimento científico.

A sequência didática proposta pode ser aplicada no decorrer de oito a nove horas/aulas de 50 min cada. Assim, foi desenvolvida atividades demonstrativas, servindo como elo de ligação entre o que os alunos já conheciam previamente e o que eles precisavam saber para aprender o novo conhecimento. No desenvolvimento desta proposta, os estudantes terão contato direto com os experimentos, conhecendo-os e coletando dados. Posteriormente, os conceitos de energia serão trabalhados de forma teórica. A avaliação será realizada através de questionários aplicados com objetivo de averiguar as pré-concepções dos alunos e o conhecimento desenvolvido após a aplicação da proposta. A importância do estudo de Mecânica em sala de aula emerge-se pela frequência na qual esses conceitos estão presentes em diversos fenômenos e tipos de linguagem do cotidiano. Esta abordagem é justificada pela necessidade inicial do aluno para construção de conceitos essenciais, como o de massa, velocidade e posição. O cronograma a seguir expõe as atividades a ser desenvolvidas no decorrer da realização desta proposta.

3.3 Cronograma da Sequência Didática

Antes da realização das atividades experimentais, será aplicado um questionário aos estudantes, a fim de verificar seus conhecimentos prévios sobre o tema energia. Serão abordados conceitos físicos relacionados ao cotidiano¹, facilitando, assim, o processo de ensino-aprendizagem e,

¹ Desprezando os efeitos do atrito viscoso.

consequentemente, potencializando as interações professor-aluno. Os resultados obtidos serão averiguados durante o desenvolvimento das atividades práticas e teóricas.

Quadro: Cronograma do Desenvolvimento da Sequência Didática

Etapas	Atividade	Descrição	Produção	Finalidade	Duração	Aulas
I	Atividade Teórica e vídeo	Aplicação do questionário	-	Verificação dos conhecimentos prévios	50 min.	2
II	Aula Expositiva dialogada	Passar o vídeo e apresentar as principais fontes de energia	-	Averiguar o senso comum na utilização da palavra energia	20 min.	
III	Aula Expositiva dialogada	Apresentar os tipos mais comuns de energia	Os alunos citarão exemplos dos tipos de energia	Instigar os alunos a expor seus conhecimentos prévios	30 min.	
IV	Aula Expositiva dialogada	Apresentar o Princípio da Conservação de Energia Mecânica	-	Instigar os alunos a expor seus conhecimentos prévios	100 min.	2
V	Aula expositiva dialogada	Energia Mecânica em sistemas com atrito	Discussão sobre a validade do Princípio	Reorganizar o conceito energia	100 min.	2
VI	Aula prática	Vídeo com demonstração e coleta de dados dos três experimentos	Resolução dos roteiros	Comprovar o Princípio da conservação de energia mecânica	100 min.	2
VII	Atividade Teórica	Reaplicação do questionário	-	Verificação da validade da metodologia	50 min.	1

CAPÍTULO 4 - Referências

AUSUBEL, D. P. **The Acquisition and Retention of Knowledge: A Cognitive View**. 1. Ed. New York: Springer Science + Business Media Dordrecht, 2000.

AUSUBEL, D. P.; NOVAK, J. D.; HANESIAN, H. **Psicologia Educacional**. Trad. Eva Nick e outros. 2. Ed. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.

BRASIL. **Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional**, Lei no 9.394, de 20 de dezembro de 1996. Brasília: MEC/Semtec, 1996.

_____. **PCN+ ensino médio**: orientações educacionais complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais. Vol. Ciências da natureza, matemática e suas tecnologias. Brasília: MEC/Semtec, 2002.

_____. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais**: ensino médio. Brasília: Ministério da Educação/Secretaria de Educação Média e Tecnológica, 1999. 364 p.

_____. **Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias**. Brasília: Ministério da Educação, Secretaria de Educação Básica, 2006. 135 p. (Orientações curriculares para o ensino médio; volume 2).

CARVALHO, A.M.P. **Ensino de ciências**: unindo a pesquisa e a prática. São Paulo: Ed. Pioneira Thomson Learning Ltda. 2004.

DELIZOICOV, D. “O Ensino de Física e a Concepção Freiriana da Educação.” In: Revista de Ensino de Física, São Paulo, vol.5, nº2, dez/1983.

DELIZOICOV, D. ; ANGOTTI, J. A. P. **Física**. São Paulo: Cortez, 1992.

_____. **Metodologia do Ensino de Ciência**. São Paulo: Cortez, 1994.

FREIRE, P. **Pedagogia da Autonomia**: Saberes necessários à prática educativa. 25ª Ed. São Paulo: Paz e Terra, 1996.

_____. **Pedagogia do Oprimido**. 17ª Ed. Rio de Janeiro: Paz e Terra, 1987.

MOREIRA, M.A; MASINI, E. F. S. **APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: A TEORIA DE DAVID AUSUBEL**. São Paulo: Moraes, 1982.

MOREIRA, M.A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 1999.

_____. **A teoria da aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula.** Brasília: UNB, 2006.

_____. **Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativas – UEPS.** Aprendizagem Significativa em Revista, Porto Alegre, v.1, n.2, , p. 43-63, Maio/Agos. 2011. Disponível em: http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID10/v1_n2_a2011.pdf. Acesso em: 05/01/2021.

PELIZZARI, A; KRIEGL, M. L; BARON, M. P; FINCK, N. T. L; DOROCINSKI, S. I. **Teoria da Aprendizagem Significativa Segundo Ausubel.** Disponível em: portaldoprofessor.mec.gov.br/storage/materiais/0000012381.pdf. Acesso em: 28 de Janeiro de 2021.

SOUZA, L.S; CARVALHO, A.M.P. **Ensino de Ciências e Formação da Autonomia Moral.** Anais do IX EPEF- Encontro de Pesquisa em Ensino de Física, 2004. Jaboticatubas - MG. São Paulo: SBF 2004.

VILLANI, A; PACCA, J.L.A; KISHINAMI, R.I; HOSOUME, Y. **Analisando o Ensino de Física:** Contribuições de pesquisas com enfoques diferente. Revista Brasileira de Ensino de Física- s, vol. 4, nº1, 1982.

[Tradutor] **Cambridge Dictionary.** Disponível em: <<https://dictionary.cambridge.org/pt/translate/>>. Acesso em: 25 jul. 2021.

Depositphotos. Disponível em: <<https://br.depositphotos.com/stock-photos/cabe%C3%A7a-engrenagens.html?qview=10534579>>. Acesso em: 10 dez. 2020.

Brasil Escola. Disponível em: <<https://brasilecola.uol.com.br/fisica/energia-potencial-gravitacional-elastica.htm>>. Acesso em: 07 dez. 2020.

APÊNDICE A: Questionário

Obs: Deixo essa sugestão de atividade que poderá ser respondida antes e depois das intervenções.

1. Das coisas a sua volta, quais, em sua opinião, estão mais diretamente relacionadas com a energia?

2. Que formas de energia você conhece ou já ouviu falar?

3. Como a energia elétrica é gerada? Dê algum exemplo e explique como ela é produzida.

4. Por que é importante economizar energia?

5. Você já andou de montanha russa? Por que o carrinho não cai quando faz o *Looping*?



Figura 1: Pessoas contornando o looping da montanha russa.

Fonte: https://www.gva.be/cnt/dmf20190525_04423743

(Adaptada).

6. Em um parque, uma menina deseja escolher um dos escorregadores (sem atrito), mostrados na figura abaixo, de modo que consiga atingir a maior velocidade possível ao chegar na parte inferior do escorregador. Qual dos escorregadores ela deve escolher e por quê?

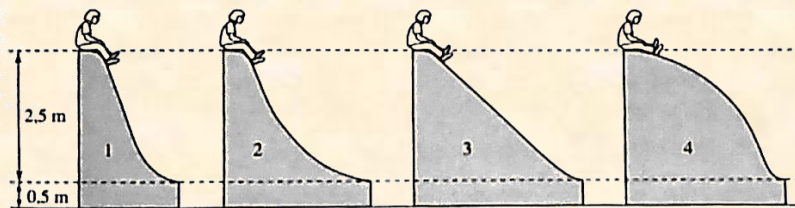


Figura 2: Menina descendo o escorregador.

Fonte: Peer Instruction - A Revolução da Aprendizagem Ativa, 2015

7. Um skatista executa movimentos de subida e descida em uma pista de skate circular. Para iniciar seu movimento ele precisa descer a pista do ponto A ou C. Com base nisso, responda o que se pede.

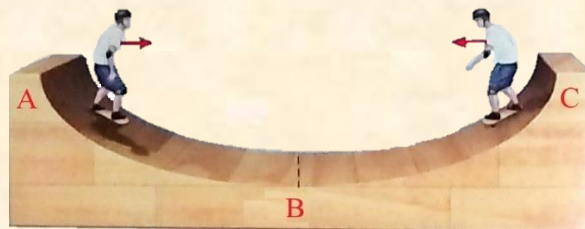


Figura 3: Movimento em uma pista de skate.

Fonte: Física Para Universitários – Mecânica, 2012

- a) Em que ponto (A, B ou C) a velocidade do skatista é máxima? Explique.

- b) Em algum ponto da pista (A, B ou C) a velocidade do skatista é nula? Explique.

- c) Que tipos de energia estão presentes no movimento deste skatista?

8. Duas bolas de sinuca idênticas (A e B) são soltas da mesma altura e ao mesmo tempo. Elas deslizam sobre pistas distintas sem atrito, conforme mostra a figura abaixo.



Figura 4: Bola de sinuca deslizando em pistas diferentes.

Fonte: Física para Universitários – Mecânica, 2012

- a) Qual bola tem maior velocidade no fim da pista? Explique sua resposta.

- b) Qual bola chegará primeiro ao fim? Explique sua resposta.

Referências

MAZUR, Eric. **Peer Instruction: A Revolução da Aprendizagem Ativa**. Tradução de Anatólio Laschuk. Porto Alegre: Penso, 2015.

BAUER, Wolfgang; WESTFALL, Gary D.; DIAS, Helio. **Física Para Universitários: Mecânica**. Tradução de Iuri Duquia Abreu e Manuel Almeida Andrade Neto. São Paulo: AMGH, 2012

Link A: Vídeo Pense de Novo – Energia e Novas Tecnologias

https://www.youtube.com/watch?v=iFbsv_k2X6M

Obs: A sugestão é após a aplicação do questionário, passar o vídeo (com áudio desligado).

APÊNDICE B: Sugestão de Gabarito do Questionário

1. Das coisas a sua volta, quais, em sua opinião, estão mais diretamente relacionadas com a energia?

Gabarito: Funcionamento de aparelhos eletrodomésticos e eletrônicos, pilha, luz solar e das lâmpadas, alimentos.

2. Que formas de energia você conhece ou já ouviu falar?

Gabarito: Eólica, magnética, elétrica, hidráulica, nuclear, térmica, luminosa, química, térmica, cinética, potencial, mecânica.

3. Como a energia elétrica é gerada? Dê algum exemplo e explique como ela é produzida.

Gabarito: A energia elétrica pode ser gerada proveniente de diversas fontes. Alguns exemplos são:

- Usina eólica: o vento provoca movimento das pás do aerogerador. A energia mecânica devido ao movimento das pás é transportada para o gerador, que a transforma em energia elétrica.
- Usina solar: as placas semicondutoras se aquecem devido à luz solar. Então os elétrons presentes na placa entram em movimento, produzindo energia elétrica.
- Usina termelétrica: é proveniente da queima de carvão que aquece certa quantidade de água em uma caldeira. Ao aquecer, a água sofre aumento de pressão e muda de fase. Este vapor faz com que as pás das turbinas se movem. Neste tipo de produção de energia elétrica também existe o gerador, que transforma a energia mecânica em energia elétrica.
- Usina hidrelétrica: esse tipo de usina é a mais comum no Brasil. Ela é gerada a partir da queda d'água represada em um rio. O deslocamento da água sofre diminuição na intensidade de energia potencial gravitacional ao aumentar sua velocidade durante a queda. Então, a água chega com grande velocidade nas turbinas, fazendo-as girar. Por fim, o gerador que é um equipamento interligado às turbinas, transforma a energia mecânica em energia elétrica.
- Usina nuclear: sua produção é devido à fissão nuclear do urânio. Nesse processo, o núcleo dos átomos do elemento urânio sofrem divisão, liberando energia. Essa energia é utilizada para aquecer a água contida em uma caldeira que será transformada em vapor para movimentar a turbina e gerar energia elétrica.

4. Por que é importante economizar energia?

Gabarito: Economizar financeiramente e preservar o meio ambiente.

5. Você já andou de montanha russa? Por que o carrinho não cai quando faz o *Looping*?

Gabarito: Sim ou Não.

Porque o carrinho possui a velocidade maior do que a velocidade mínima necessária para executar o movimento circular completo. Neste caso, a força peso e a força normal atuam como uma força centrípeta no *looping* garantindo que o carrinho percorra o *looping* sem cair.



Figura 1: Pessoas contornando o looping da montanha russa. **Fonte:** https://www.gva.be/cnt/dmf20190525_04423743 (Adaptada).

6. Em um parque, uma menina deseja escolher um dos escorregadores (sem atrito), mostrados na figura abaixo, de modo que consiga atingir a maior velocidade possível ao chegar na parte inferior do escorregador. Qual dos escorregadores ela deve escolher e por quê?

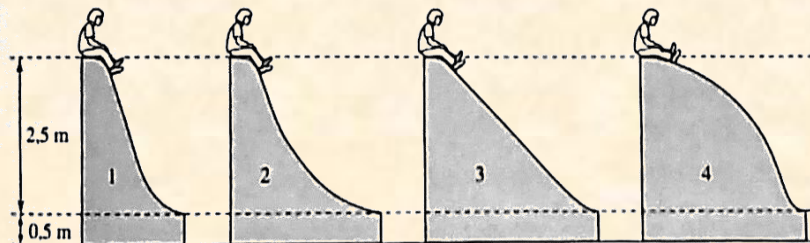


Figura 2: Menina descendo o escorregador.

Fonte: Peer Instruction - A Revolução da Aprendizagem Ativa, 2015)

Como não existe atrito, qualquer escorregador que a menina escolher ela vai conseguir chegar na parte inferior com a mesma velocidade, pois todos possuem a mesma altura em relação ao ponto de referência.

7. Um skatista executa movimentos de subida e descida em uma pista de skate circular. Para iniciar seu movimento ele precisa descer a pista do ponto A ou C. Com base nisso, responda o que se pede.

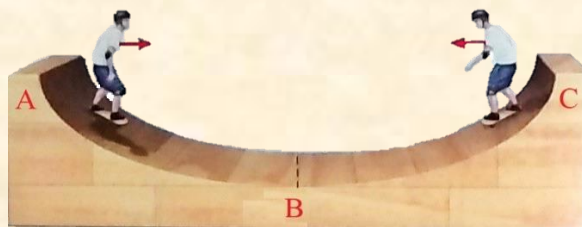


Figura 3: Movimento em uma pista de skate.

Fonte: Física Para Universitários – Mecânica, 2012)

- a) Em que ponto (A, B ou C) a velocidade do skatista é máxima? Explique.

O skatista terá maior velocidade no ponto B porque toda energia potencial gravitacional será convertida em energia cinética neste ponto.

b) Em algum ponto da pista (A, B ou C) a velocidade do skatista é nula? Explique.

Nos pontos A ou C. Considerando que o skatista saiu do ponto A, sua velocidade será nula nesse ponto porque inicia seu movimento a partir do repouso e também será nula em C porque ele precisa instantaneamente parar seu movimento para inverter o sentido.

b) Que tipos de energia estão presentes no movimento deste skatista?

Nos pontos A e B está presente somente a energia potencial gravitacional. Já no ponto B o skatista atinge a máxima energia cinética. Entre os pontos AB e BC ele possui energia potencial gravitacional e energia cinética.

Idealização × Cotidiano

Nesta questão idealizamos o movimento do sistema skate-skatista, isto é, desconsideramos qualquer tipo de atrito, inclusive a resistência do ar e o movimento de rotação. Porém, em um sistema real o centro de massa do skatista provocado pela variação do raio de sua trajetória devido à flexão de suas pernas nos pontos A e C deve ser considerado já que é realizado trabalho interno fazendo com que o sistema aumente sua energia cinética.

8. Duas bolas de sinuca idênticas (A e B) são soltas da mesma altura e ao mesmo tempo. Elas deslizam sobre pistas distintas sem atrito, conforme mostra a figura abaixo.

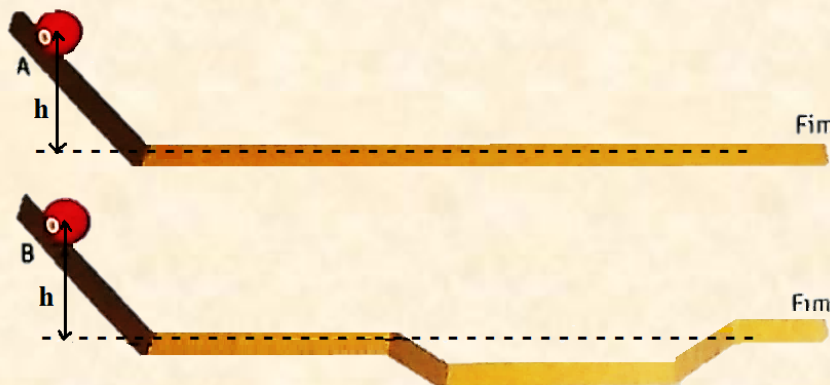


Figura 4: Bola de sinuca deslizando em pistas distintas.

Fonte: Física Para Universitários – Mecânica, 2012)

a) Qual bola tem maior velocidade no fim da pista? Explique sua resposta.

As duas bolas chegam no fim da pista com a mesma velocidade porque elas são soltas da mesma altura e a energia mecânica se conserva pois não há atrito. No início da pista, as bolas A e B possuem apenas energia potencial gravitacional e no final da pista, elas possuem apenas energia cinética. Toda energia potencial gravitacional será transformada em energia cinética e, portanto, as bolas A e B chegam com a mesma velocidade no final da pista.

b) Qual bola chegará primeiro ao fim? Explique sua resposta.

Apesar das bolas A e B possuírem a mesma velocidade no início e no final da pista, a bola B terá uma maior velocidade sobre a seção mais baixa da pista porque está acelerada. Assim, a bola B chegará primeiro, pois o tempo de deslocamento será menor do que o tempo gasto pela bola A na pista retilínea.

Obs: Sugestão de um vídeo com explicação da questão (8), disponível em:
<https://www.youtube.com/watch?v=i5GVaNMPils>

Referências

MAZUR, Eric. **Peer Instruction**: A Revolução da Aprendizagem Ativa. Tradução de Anatólio Laschuk. Porto Alegre: Penso, 2015.

BAUER, Wolfgang; WESTFALL, Gary D.; DIAS, Helio. **Física Para Universitários**: Mecânica. Tradução de Iuri Duquia Abreu e Manuel Almeida Andrade Neto. São Paulo: AMGH, 2012

BOLINHAS QUE ROLAM, quem chegará primeiro? **YouTube**, 21 de jan. de 2017. Disponível em: <<https://www.youtube.com/watch?v=i5GVaNMPils>>. Acesso em: 23 de set. de 2021.

Link B: Aula com apresentação sobre os principais tipos de energia, energia mecânica e sua conservação.

https://drive.google.com/file/d/1TUIXqTf40D0riuH_4IcOmV2E3heBbBGE/view?usp=sharing

APÊNDICE C: Atividade Experimental Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica Através do *Looping*

Introdução

Este experimento tem como objetivo conceituar a energia mecânica, tendo como tema gerador o *Looping*. A palavra *Looping* é de origem inglesa e significa movimentos circulares em forma de laço, realizados em plano vertical. Neste roteiro é proposto a verificação do Princípio da Conservação de Energia através do movimento de uma bola de gude no *Looping*.

Talvez já tenha ouvido a palavra energia em diversos fenômenos e tipos de linguagem do cotidiano. Mas será que isso está correto? Emerge, assim, a necessidade de abordar a energia em seus significados físicos, como o princípio de conservação, suas formas e os processos de transformação da mesma.

Para desenvolver esse experimento, vamos considerar a seguinte situação: Num parque de diversões é comum a presença de filas de espera para dar uma volta nas montanhas russas. Mas por que esse movimento que parece desafiar as leis da natureza chama tanto nossa atenção?

Neste experimento, você vai descobrir por que não caímos do carrinho no momento em que percorremos o *looping* (volta de 360°), já que ele não é motorizado. Também vai descobrir se existe uma velocidade mínima que o carrinho deve ter para mantê-lo no trilho e sua relação quanto à altura da montanha russa.

Considere a trajetória do objeto na figura 1:

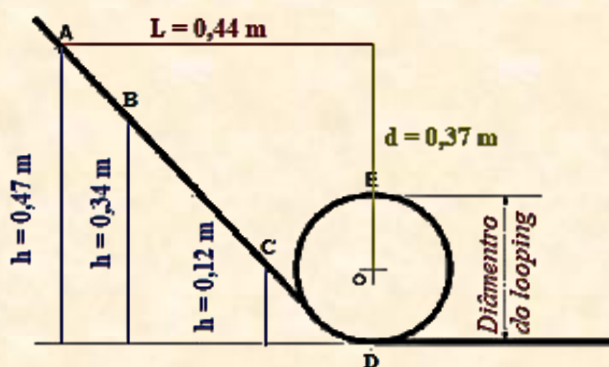


Figura 1: *Looping*. Fonte: Própria autoria.

No ponto mais alto (A) da trajetória da montanha russa, a energia mecânica do carrinho se resume somente à energia potencial gravitacional, pois ainda está em repouso.

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Após o lançamento, o carrinho ganha velocidade e passa pelos pontos B e C, prestes a percorrer o *looping*; transformando totalmente sua energia potencial gravitacional em energia cinética no ponto D.

$$E_c = \frac{m.v^2}{2} \quad (2)$$

Ao passar por um ponto entre D e E, o carrinho diminui sua velocidade, transformando parte da energia cinética em energia potencial gravitacional.

$$E_m = E_{pg} + E_c \quad (3)$$

No ponto E os passageiros ficam de cabeça para baixo. A força resultante que age sobre o carrinho é uma força centrípeta que aponta para o centro em uma trajetória circular:

$$F_c = N + P \quad (4)$$

A força Peso e a força Normal atuam como força centrípeta que age sobre o carrinho, conforme mostrado na figura 2.

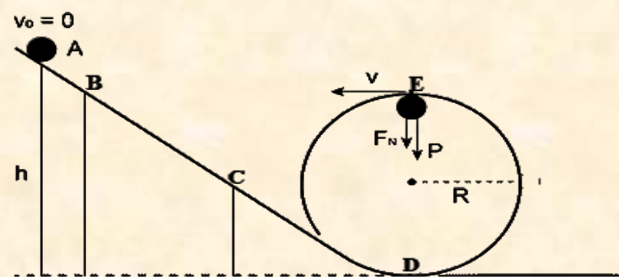


Figura 2: Forças que agem no movimento do *looping*

Fonte: <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com/2016/10/enem-2016.html> (Adaptada)

Após o carrinho passar por um ponto entre D e E, sua velocidade começa a diminuir. A redução da velocidade no decorrer do percurso causa uma diminuição na intensidade da força normal devido à menor compressão que o carrinho faz sobre os trilhos. A força normal deve diminuir ao mínimo no ponto E, só para manter o carrinho sobre os trilhos, impedindo-o de ser atraído para o centro da trajetória circular, fazendo-o despencar.

$$F_c \geq P \quad (5)$$

Substituímos as forças P e a força centrípeta na equação (5):

$$P = m \cdot g \qquad F_c = \frac{mv^2}{R}$$

A velocidade mínima para que o carrinho complete a volta completa no looping sem cair é dada pela equação (6):

$$v \geq \sqrt{g \cdot R} \quad (6)$$

Para uma velocidade mínima de volta completa em uma trajetória circular, temos também uma altura mínima de lançamento do carrinho nos trilhos da montanha russa, que é definida a partir do Princípio da Conservação da Energia Mecânica, onde:

$$E_{m,f} = E_{m,i} \quad (7)$$

Em todos os pontos da trajetória a Energia Mecânica será a mesma:

$$E_{m,A} = E_{m,B} = E_{m,C} = E_{m,D} = E_{m,E}$$

Logo, podemos adotar dois pontos quaisquer. Neste caso, foram adotados os pontos A e E.

$$E_{m,A} = E_{m,E} \quad (8)$$

Sendo:

$$E_m = E_{pg} + E_c$$

E substituindo na equação (8) fica:

$$E_{c,A} + E_{pg,A} = E_{c,E} + E_{pg,E} \quad (9)$$

Como o carrinho está em repouso no ponto A, sua energia cinética é nula. Então a equação (9) fica:

$$E_{pg,A} = E_{c,E} + E_{pg,E} \quad (10)$$

Segundo as equações das energias potencial gravitacional e cinética, podemos reescrever a equação (10):

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \quad , \quad E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

$$(m \cdot g \cdot h)_A = \left(\frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h \right)_E \quad (11)$$

Simplificando as massas e reescrevendo a equação (11), fica:

$$(g \cdot h)_A = \left(\frac{v^2}{2} + g \cdot h \right)_E \quad (12)$$

Podemos observar que a altura h_E é o próprio diâmetro do looping, dado por duas vezes o raio da trajetória circular:

$$h_E = 2R$$

Substituindo na equação (12) a velocidade no ponto E ($v_{\min}$ para uma volta completa), a altura h_E e simplificando a gravidade g , fica:

$$h_A = \frac{R}{2} + 2R \quad (13)$$

A altura mínima que o carrinho deve ser lançado da montanha russa é dada por:

$$h_A = \frac{5R}{2} \quad (14)$$

A compreensão do Princípio da Conservação de Energia Mecânica é fundamental na resolução de problemas do cotidiano.

Objetivo Geral

Verificar o Princípio da Conservação de Energia Mecânica através do movimento de uma esfera em trajetória circular.

Objetivos Específicos

- Determinar a velocidade mínima para realização do *looping*.
- Determinar a altura mínima para realização do *looping*.
- Calcular a energia potencial gravitacional nos pontos A, D e E do *looping*.
- Calcular a energia cinética nos pontos A, D e E do *looping*.
- Verificar o princípio da Conservação de Energia tomando os pontos A e D e A e E como referência.

Materiais Utilizados

- 01 Mangueira flexível e transparente de 1,2 m de comprimento por 2 mm de diâmetro
- 01 Base de madeira de 100 cm x 10 cm x 2 cm
- 01 Haste milimetrada de madeira (470 mm)
- 01 Esfera tipo rolamento de moto, carro ou bicicleta (corpo deslizante)²
- 02 Parafusos

Procedimento Experimental

Para montar o experimento, você deve fixar a haste de 47 cm, conectando-a com a base de madeira através dos parafusos. Depois fixe a trajetória espiral na parte superior da haste, apoiando-a na base de madeira.

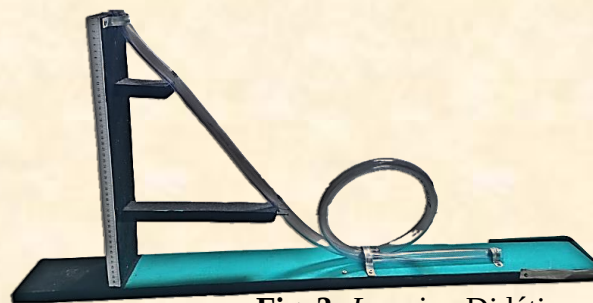


Fig. 3: *Looping* Didático.
Fonte: Própria autoria

² Para que a esfera seja considerada como um ponto material, seu raio deverá ser muito menor que o raio do *looping*. Caso contrário, os conceitos de centro de massa e movimento rotacional da esfera deverão ser considerados.

Faça um pequeno furo na mangueira em duas alturas distintas, sendo uma mais próxima ao topo da haste e outra próxima ao *looping*.

Determinando a velocidade mínima de lançamento da esfera para realização do *Looping*

- a) Meça o diâmetro do laço do *looping*. A partir do diâmetro determine o raio em metros.

$$D = \text{_____} m$$

$$R = \text{_____} m$$

- b) A partir do valor encontrado no item (a) determine a velocidade mínima de lançamento da esfera para realização do *looping*.

$$v_{\min} = \text{_____} m/s$$

Determinando a altura mínima de lançamento da esfera para realização do *Looping*

- c) Pelo Princípio da Conservação de Energia, determine a altura mínima de lançamento da esfera para realização do *looping*.

$$h_{\min} = \text{_____} m$$

- d) Solte a esfera do ponto B do *looping* (tome como ponto B uma altura 13 cm menor que h). O que você observou? A esfera consegue completar a volta completa no *looping*? Por que?

- e) Preencha a tabela a seguir, determinando as intensidades das energias potencial gravitacional, cinética e mecânica da esfera nos pontos A, D e E da trajetória.

Tabela: Energia Mecânica em Função da posição da esfera

Ponto da Trajetória	Energia Potencial Gravitacional $E_{pg}(J)$	Energia Cinética $E_c(J)$	Energia Mecânica $E_m(J)$
A			
D			
E			

Obs: Faça os cálculos utilizando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Verificando o Princípio da Conservação da Energia Mecânica nos pontos AD e AE

- f) A partir dos valores registrados na tabela, houve conservação da energia mecânica nos pontos A e D? Por que?

$$E_{m,A} = E_{m,D}$$

- g) E de A para E, a energia mecânica se conservou? Por que?

$$E_{m,A} = E_{m,E}$$

- h) Você acha que o Princípio da Conservação da Energia Mecânica é válido para quaisquer dois ou mais pontos que tomarmos como referência? Por que?

Conclusão

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

Link C: Vídeo com demonstração da realização da Atividade Experimental 1

https://drive.google.com/file/d/1XghwHyhjvzOrG-HdOH_BAEr1EUMm_m5h/view?usp=sharing

APÊNDICE D: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica Através do *Looping*

Introdução

Este experimento tem como objetivo conceituar a energia mecânica, tendo como tema gerador o *Looping*. A palavra *Looping* é de origem inglesa e significa movimentos circulares em forma de laço, realizados em plano vertical.

Neste roteiro é proposto a verificação do Princípio da Conservação de Energia através do movimento de uma bola de gude no *Looping*.

Talvez já tenha ouvido a palavra energia em diversos fenômenos e tipos de linguagem do cotidiano. Mas será que isso está correto? Emerge, assim, a necessidade de abordar a energia em seus significados físicos, como o princípio de conservação, suas formas e os processos de transformação da mesma.

Para desenvolver esse experimento, vamos considerar a seguinte situação:

Num parque de diversões é comum a presença de filas de espera para dar uma volta nas montanhas russas. Mas por que esse movimento que parece desafiar as leis da natureza chama tanto nossa atenção?

Neste experimento, você vai descobrir por que não caímos do carrinho no momento em que percorremos o *looping* (volta de 360°), já que ele não é motorizado. Também vai descobrir se existe uma velocidade mínima que o carrinho deve ter para mantê-lo no trilho e sua relação quanto à altura da montanha russa.

Considere a trajetória do objeto mostrado na figura 1

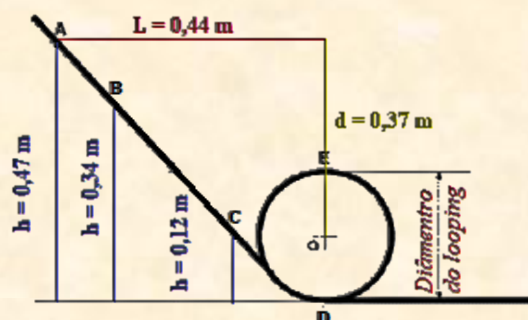


Fig. 1: *Looping*. Fonte: Própria autoria.

No ponto mais alto (A) da trajetória da montanha russa, a energia mecânica do carrinho se resume somente à energia potencial gravitacional, pois ainda está em repouso.

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \quad (1)$$

Após o lançamento, o carrinho ganha velocidade e passa pelos pontos B e C, prestes a percorrer o *looping*; transformando totalmente sua energia potencial gravitacional em energia cinética no ponto D.

$$E_c = \frac{m.v^2}{2} \quad (2)$$

Ao passar por um ponto entre D e E, o carrinho diminui sua velocidade, transformando parte da energia cinética em energia potencial gravitacional.

$$E_m = E_{pg} + E_c \quad (3)$$

No ponto E os passageiros ficam de cabeça para baixo. A força resultante que age sobre o carrinho é uma força centrípeta que aponta para o centro em uma trajetória circular:

$$F_c = N + P \quad (4)$$

A força Peso e a força Normal atuam como força centrípeta que age sobre o carrinho conforme mostrado na figura 2.

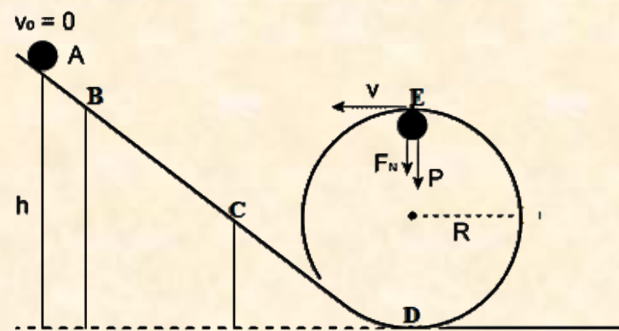


Figura 2: Forças que agem no movimento do *looping*

Fonte: <http://osfundamentosdafisica.blogspot.com/2016/10/enem-2016.html> (Adaptada)

Após o carrinho passar por um ponto entre D e E, sua velocidade começa a diminuir. A redução da velocidade no decorrer do percurso causa uma diminuição na intensidade da força normal devido à menor compressão que o carrinho faz sobre os trilhos. A força normal deve diminuir ao mínimo no ponto E, só para manter o carrinho sobre os trilhos, impedindo-o de ser atraído para o centro da trajetória circular, fazendo-o despencar.

$$F_c \geq P \quad (5)$$

Substituímos as forças P e a força centrípeta na equação (5):

$$P = m \cdot g \qquad F_c = \frac{mv^2}{R}$$

A velocidade mínima para que o carrinho complete a volta completa no looping sem cair é dada pela equação (6):

$$v \geq \sqrt{g \cdot R} \quad (6)$$

Para uma velocidade mínima de volta completa em uma trajetória circular, temos também uma altura mínima de lançamento do carrinho nos trilhos da montanha russa, que é definida a partir do Princípio da Conservação da Energia Mecânica, onde:

$$E_{m,f} = E_{m,i} \quad (7)$$

Em todos os pontos da trajetória a Energia Mecânica será a mesma:

$$E_{m,A} = E_{m,B} = E_{m,C} = E_{m,D} = E_{m,E}$$

Logo, podemos adotar dois pontos quaisquer. Neste caso, foram adotados os pontos A e E.

$$E_{m,A} = E_{m,E} \quad (8)$$

Sendo:

$$E_m = E_{pg} + E_c$$

E substituindo na equação (8) fica:

$$E_{c,A} + E_{pg,A} = E_{c,E} + E_{pg,E} \quad (9)$$

Como o carrinho está em repouso no ponto A, sua energia cinética é nula. Então a equação (9) fica:

$$E_{pg,A} = E_{c,E} + E_{pg,E} \quad (10)$$

Segundo as equações das energias potencial gravitacional e cinética, podemos reescrever a equação (10):

$$\begin{aligned} E_{pg} &= m \cdot g \cdot h & E_c &= \frac{m \cdot v^2}{2} \\ (m \cdot g \cdot h)_A &= \left(\frac{m \cdot v^2}{2} + m \cdot g \cdot h\right)_E \end{aligned} \quad (11)$$

Simplificando as massas e reescrevendo a equação (11), fica:

$$(g \cdot h)_A = \left(\frac{v^2}{2} + g \cdot h\right)_E \quad (12)$$

Podemos observar que a altura h_E , é o próprio diâmetro do looping, dado por duas vezes o raio da trajetória circular:

$$h_E = 2R$$

Substituindo na equação (12) a velocidade no ponto E ($v_{\min}$ para uma volta completa), a altura h_E e simplificando a gravidade g , fica:

$$h_A = \frac{R}{2} + 2R \quad (13)$$

A altura mínima que o carrinho deve ser lançado da montanha russa é dada por:

$$h_A = \frac{5R}{2} \quad (14)$$

A compreensão do Princípio da Conservação de Energia Mecânica é fundamental na resolução de problemas do cotidiano.

Objetivo Geral

Verificar o Princípio da Conservação de Energia Mecânica através do movimento de uma esfera em trajetória circular.

Objetivos Específicos

- Determinar a velocidade mínima para realização do *looping*.
- Determinar a altura mínima para realização do *looping*.
- Calcular a energia potencial gravitacional nos pontos A, D e E do *looping*.
- Calcular a energia cinética nos pontos A, D e E do *looping*.
- Verificar o princípio da Conservação de Energia tomando os pontos A e D e A e E como referência.

Materiais Utilizados

- 01 Mangueira flexível e transparente de 1,2 m de comprimento por 2 mm de diâmetro
- 01 Base de madeira de 100 cm x 10 cm x 2 cm
- 01 Haste milimetrada de madeira (470 mm)
- 01 Esfera tipo rolamento de moto, carro ou bicicleta (corpo deslizante)³
- 02 Parafusos

³ Para que a esfera seja considerada como um ponto material, seu raio deverá ser muito menor que o raio do *looping*. Caso contrário, os conceitos de centro de massa e movimento rotacional da esfera deverão ser considerados.

Procedimento Experimental

Para montar o experimento, você deve fixar a haste de 47 cm, conectando-a com a base de madeira através dos parafusos. Depois fixe a trajetória espiral na parte superior da haste, apoiando-a na base de madeira. Faça um pequeno furo na mangueira em duas alturas distintas, sendo uma mais próxima ao topo da haste e outra próxima ao *looping*.

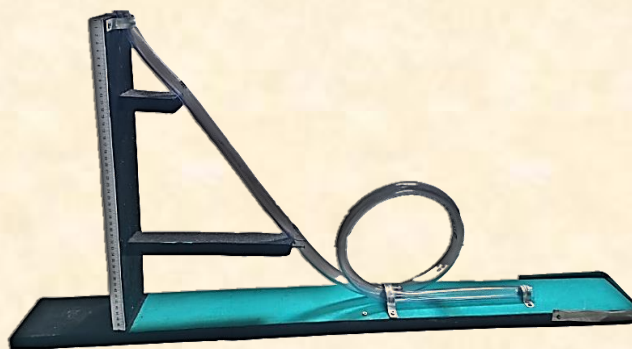


Figura 3: *Looping* Didático. **Fonte:** Própria autoria

Determinando a velocidade mínima de lançamento da esfera para realização do *Looping*

- a) Meça o diâmetro do laço do *looping*. A partir do diâmetro determine o raio em metros.

$$D = 0,20 \text{ m}$$

$$R = 0,10 \text{ m}$$

- b) A partir do valor encontrado no item (a) determine a velocidade mínima de lançamento da esfera para realização do *looping*.

$$v_{\min} \geq \sqrt{gR}$$

$$v_{\min} \geq \sqrt{9,8,0,1} \geq 0,99 \text{ m/s}$$

Determinando a altura mínima de lançamento da esfera para realização do *Looping*

- c) Pelo Princípio da Conservação de Energia, determine a altura mínima de lançamento da esfera para realização do *looping*.

$$h_{\min} = \frac{5R}{2}$$

$$h_{\min} = \frac{5(0,1)}{2} = 0,25 \text{ m}$$

- d) Solte a esfera do ponto B do *looping* (tome como ponto B uma altura 13 cm menor que h). O que você observou? A esfera consegue completar a volta completa no *looping*? Por que?

Mesmo soltando a bola de gude (rolamento) de um ponto situado a 13 cm do ponto mais alto da trajetória, verificou-se que a bola conseguiu completar a volta no *looping*. Porém, observou-se que sua velocidade foi inferior quando comparada à sua soltura no ponto inicial A.

- e) Preencha a tabela a seguir, determinando as intensidades das energias potencial gravitacional, cinética e mecânica da esfera nos pontos A, D e E da trajetória.

Tabela: Energia Mecânica em Função da posição da esfera

Ponto da Trajetória	Energia Potencial Gravitacional $E_{pg}(J)$	Energia Cinética $E_c(J)$	Energia Mecânica $E_m(J)$
A	0,0230	0,000	0,0230
D	0,0000	0,0230	0,0230
E	0,0098	0,0147	0,0245

Obs: Faça os cálculos utilizando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$

Verificando o Princípio da Conservação da Energia Mecânica nos pontos AD e AE do *looping*

- f) A partir dos valores registrados na tabela, houve conservação da energia mecânica nos pontos A e D? Por que?

$$E_{m,A} = E_{m,D}$$

$$0,0230 \text{ J} = 0,0230 \text{ J}$$

Como podemos perceber no decorrer da realização do experimento, toda energia armazenada na forma de potencial gravitacional no ponto A, onde a esfera ainda estava em repouso, foi totalmente convertida em energia cinética no ponto D, onde sua velocidade atingiu valor máximo. Isso se deve a alguns fatores imprescindíveis, como a quase inexistência da força de atrito com o ar e a superfície.

- g) E de A para E, a energia mecânica se conservou? Por que?

$$E_{m,A} = E_{m,E}$$

$$0,0230 \text{ J} \cong 0,0245 \text{ J}$$

Da mesma forma, a energia praticamente se conservou no trajeto da esfera do ponto A para o ponto E. A variação nos valores obtidos se deve a alguns fatores como: erros de manipulação experimental para coleta de dados, atrito, dentre outros.

- h) Você acha que o Princípio da Conservação da Energia Mecânica é válido para quaisquer dois ou mais pontos que tomarmos como referência? Por que?

Sim, na ausência de atrito. Porém, quando se trata de sistemas reais, podemos adquirir valores bem próximos decorrentes da transformação de energia mecânica, o que não viola o Princípio da Conservação de Energia.

Discussão

Foi percebido que o movimento da esfera no *looping* pode ser descrito pelo princípio da conservação de energia mecânica, mesmo não dependendo da massa do corpo em deslocamento. Porém, como se trata de um procedimento experimental utilizando materiais de baixo custo para coleta de dados,

observou-se que houve uma pequena dissipação de energia devido a fatores externos quando os valores obtidos experimentalmente foram comparados nos pontos A, D e E da trajetória.

Conclusão

A partir desse experimento foi possível introduzir conceitos de energia cinética e potencial gravitacional, bem como sua conservação presente no movimento do *looping*. Além de poder levantar dados referentes às grandezas envolvidas no fenômeno, tais como: velocidade mínima necessária para o corpo completar a volta e altura mínima de lançamento desse corpo. Também foi observado que a massa da esfera não influencia os resultados encontrados.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

APÊNDICE E: Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Sistema Massa-mola

Introdução

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica nos diz que a soma das energias cinética e potencial é sempre constante em qualquer posição de um sistema conservativo. O que ocorre é apenas a transformação de um tipo de energia em outro.

Neste experimento, vamos utilizar um sistema descrito como massa-mola onde um conjunto de massas tem a função de estender/deformar a mola em relação à posição de equilíbrio.

Neste roteiro, consideramos um exemplo simples no qual vamos utilizar algumas massas com variações de aproximadamente 9 g para verificação da constante elástica de uma mola ideal que obedeça à Lei de Hooke.

Inicialmente, vamos medir o comprimento da mola em repouso na posição vertical. Logo após, iremos acrescentar ao gancho/suporte diferentes massas com pequenas variações. Vamos considerar a deformação da mola (x) como a variação do comprimento desta após colocar a massa no suporte segundo a figura 1.

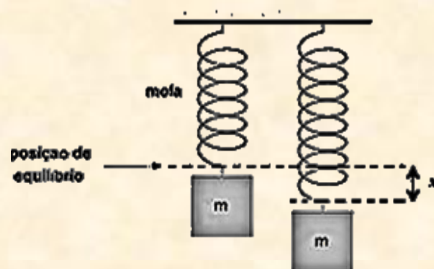


Figura 1: Sistema massa-mola.

Fonte: <https://www.preparaenem.com/fisica/energia-elastica.htm> (Adaptada)

A força restauradora F (em módulo) que a mola exerce pode ser calculada pela Lei de Hooke, descrita a seguir:

$$F = k \cdot x \quad (1)$$

Onde:

k é a constante elástica da mola (N/m).

x é o alongamento da mola (m).

Desconsiderando a resistência do ar, temos que a força resultante que age sobre o sistema é nula, sendo que a força elástica é igual em módulo à força peso, tal que:

$$F = P - F_e \quad (2)$$

$$0 = m \cdot g - kx$$

$$P = F_e \quad (3)$$

Em um sistema conservativo a Energia Mecânica permanece constante, tal que o Princípio da Conservação de Energia Mecânica é satisfeito:

$$E_{m,i} = E_{m,f} \quad (4)$$

Onde:

$$E_m = E_{pg} + E_c$$

A compreensão do Princípio da Conservação de Energia Mecânica é fundamental na resolução de problemas do cotidiano.

Objetivo Geral

Determinar a constante de elasticidade de uma mola helicoidal e verificar o Princípio da Conservação de Energia Mecânica através da deformação sofrida pela mola.

Objetivos Específicos

- Medir a deformação sofrida pela mola com o acréscimo de massas.
- Plotar as medidas de força elástica e deformação no gráfico $y \times t$.
- Calcular a constante elástica da mola helicoidal.
- Calcular a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica no ponto de equilíbrio.
- Verificar se o Princípio da Conservação de Energia é satisfeito.

Materiais Utilizados

- 01 Base de madeira de 25 cm x 25 cm x 2,5 cm
- 01 Haste de madeira de 53 cm x 7 cm x 2,5 cm
- 01 Haste de madeira de 15 cm x 7 cm x 2,5 cm
- 02 Parafusos
- 02 ganchos para acoplamento de massa 10 g cada
- Molas helicoidal de constante elástica pequena
- Régua impressa de 470 mm
- Cola para madeira
- 13 Massas de 9 g cada (rolamento de motocicleta)
- 01 Bloco de madeira de massa 75 g
- Papel milimetrado

Procedimento Experimental

Para montar o experimento, você deve fixar o parafuso na parte superior da haste de 40 cm, conectando-a com a outra haste de 20 cm. Depois fixe com outro parafuso a parte inferior da haste de 40 cm na base de madeira. Fixe com um pouco de cola a régua verticalmente na haste de 40 cm. Envolve o gancho na haste de 20 cm e acople a mola por uma das extremidades. A figura 2 mostra o equipamento montado e a figura 3 mostra o equipamento construído.

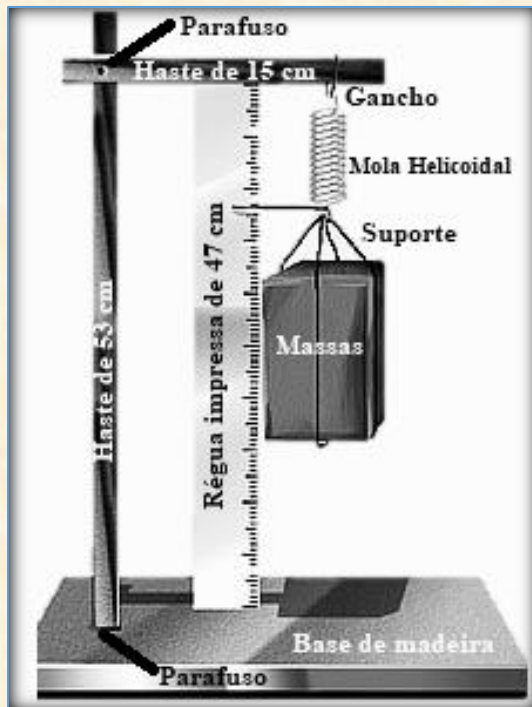


Figura 2: Esquema Experimental para determinação da constante elástica k da mola.

Fonte: http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/mecanica/basico/cap18/cap18_05.htm
(Adaptada)

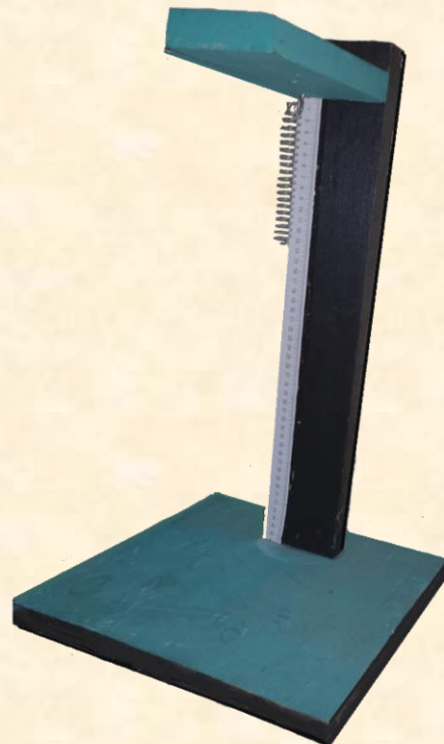


Figura 3: Instrumento Didático para determinação da constante elástica k da mola.

Fonte: Própria Autoria

Determinando a constante elástica da mola helicoidal

- Na extremidade livre, pendura-se um suporte de massas e sobre ele coloque sucessivamente treze massas de 9 g cada, registrando na tabela a seguir os valores obtidos para deformação e constante elástica da mola.

Tabela: Deformação da mola (m) em função da Força aplicada (N)

Medida	Massa m ($\pm 0,001kg$)	Força Peso (N)	Força Elástica (N)	Deformação da mola x ($\pm 0,0005m$)	Constante Elástica k (N/m)
1	0	0	0	0	-
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					

Obs: Faça as leituras na régua olhando por baixo do suporte de massas e utilize $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

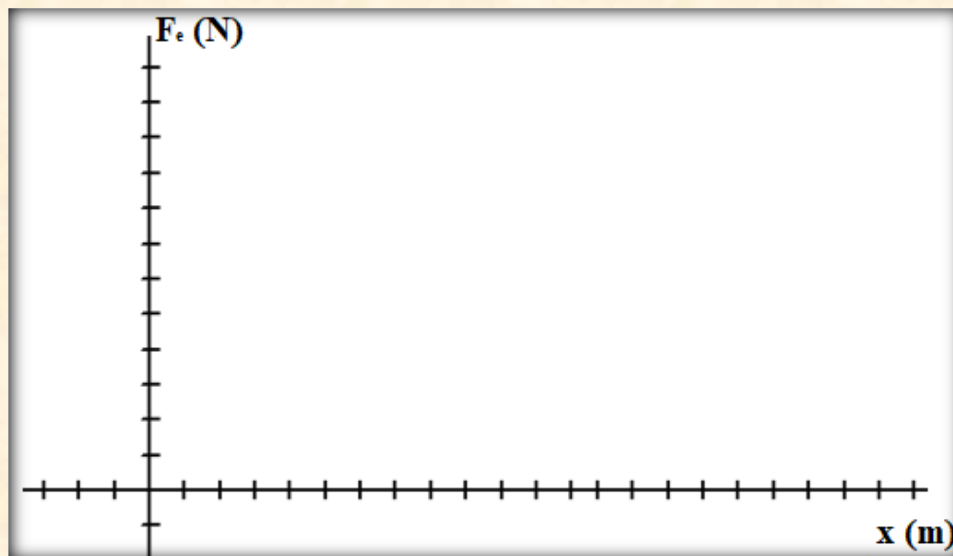
- b) Utilizando os dados da atividade experimental registrados na tabela 1, calcule a constante elástica média da mola.

$$k = \text{_____ } N/m$$

- c) Retire as massas do suporte interligado ao sistema. O que aconteceu com a mola?

- d) De acordo com sua resposta no item (c), o que você acha que iria acontecer com a mola se acoplássemos ao suporte uma massa muito maior?

- e) Com os valores da tabela 1, plote o gráfico da Força $\times$ Deformação no Excel ou utilize o modelo ao lado.



- f) Calcule a inclinação da reta e compare com o valor médio calculado da constante elástica da mola.

- g) Qual é o significado físico da inclinação da reta do gráfico da Força $\times$ Deformação?

Verificando o Princípio da Conservação da Energia Mecânica

- h) Pendure a mola e faça a medida na base superior do gancho, conforme mostrado na figura 3.

$$x_0 = \text{_____} m$$

- i) Acople na extremidade inferior da mola um gancho de massa 10 g e pendure neste gancho, o bloco de massa 65 g. Meça a deformação x_i sofrida pela mola e sua posição y_i em relação a base inferior do suporte, conforme mostrado na figura 3.

$$x_i = \text{_____} m$$

$$y_i = \text{_____} m$$

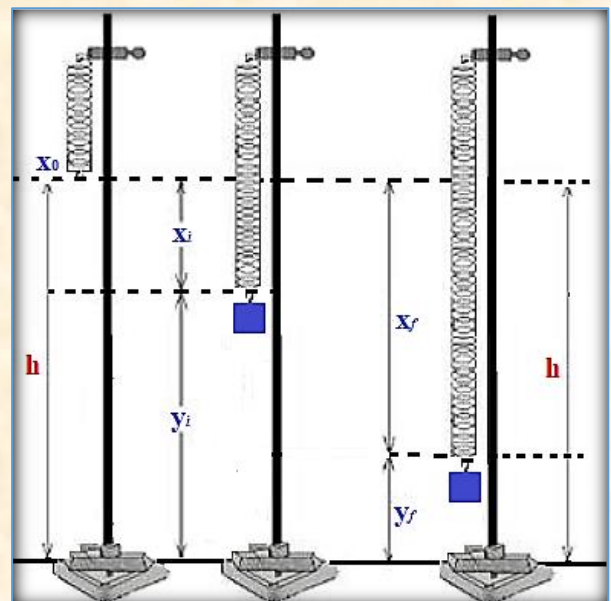


Figura 3: Esquema Experimental para determinação da Energia Mecânica. **Fonte:** <http://docplayer.es/14654139-Laboratorio-no-2-ley-de-hooke-y-cambios-de-energia-potencial.html> (Adaptada)

- j) Quais são as formas de energia presentes nesta configuração inicial? Calcule a energia mecânica inicial.

- k) Provoque uma distensão de 2 cm na mola. Meça a nova deformação x_f e sua posição y_f em relação a base inferior do suporte, conforme mostrado na figura 3.

$$x_f = \text{_____} m \qquad y_f = \text{_____} m$$

- l) Quais são as formas de energia presentes nesta configuração final? Calcule a energia mecânica final.

- m) Determine a variação de energia mecânica do sistema massa mola.

n) O Princípio da Conservação de Energia foi satisfeito.

Discussão

Conclusão

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

Link D: Vídeo com demonstração da realização da Atividade Experimental 2

<https://drive.google.com/file/d/1XaYCNEV2L3w2Zvx3fZsFJo9W8IdpwAcQ/view?usp=sharing>

APÊNDICE F: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Sistema Massa-mola

Introdução

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica nos diz que a soma das energias cinética e potencial é sempre constante em qualquer posição de um sistema conservativo. O que ocorre é apenas a transformação de um tipo de energia em outro.

Neste experimento, vamos utilizar um sistema descrito como massa-mola onde um conjunto de massas tem a função de estender/deformar a mola em relação à posição de equilíbrio.

Neste roteiro, consideramos um exemplo simples no qual vamos utilizar algumas massas com variações de aproximadamente 9 g para verificação da constante elástica de uma mola ideal que obedeça à Lei de Hooke.

Inicialmente, vamos medir o comprimento da mola em repouso na posição vertical. Logo após, iremos acrescentar ao gancho/suporte diferentes massas com pequenas variações. Vamos considerar a deformação da mola (x) como a variação do comprimento desta após colocar a massa no suporte conforme mostrado na figura 1. .

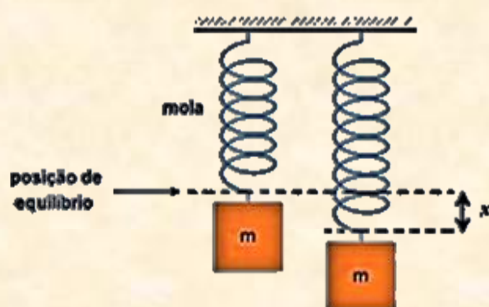


Figura 1: Sistema massa-mola.

Fonte: <https://www.preparaenem.com/fisica/energia-elastica.htm>

A força restauradora F (em módulo) que a mola exerce pode ser calculada pela Lei de Hooke, descrita a seguir:

$$F = k \cdot x \quad (1)$$

Onde:

k é a constante elástica da mola (N/m).

x é o alongamento da mola (m).

Desconsiderando a resistência do ar, temos que a força resultante que age sobre o sistema é nula, sendo que a força elástica é igual em módulo à força peso, tal que:

$$F = P - F_e \quad (2)$$

$$0 = m \cdot g - kx$$

$$P = F_e \quad (3)$$

Em um sistema conservativo a Energia Mecânica permanece constante, tal que o Princípio da Conservação de Energia Mecânica é satisfeito:

$$E_{m,i} = E_{m,f} \quad (4)$$

Onde:

$$E_m = E_{pg} + E_c$$

A compreensão do Princípio da Conservação de Energia Mecânica é fundamental na resolução de problemas do cotidiano.

Objetivo Geral

Determinar a constante de elasticidade de uma mola helicoidal e verificar o Princípio da Conservação de Energia Mecânica através da deformação sofrida pela mola.

Objetivos Específicos

- Medir a deformação sofrida pela mola com o acréscimo de massas.
- Plotar as medidas de força elástica e deformação no gráfico $y \times t$.
- Calcular a constante elástica da mola helicoidal.
- Calcular a energia potencial gravitacional e a energia potencial elástica no ponto de equilíbrio.
- Verificar se o Princípio da Conservação de Energia é satisfeito.

Materiais Utilizados

- 01 Base de madeira de 25 cm x 25 cm x 2,5 cm
- 01 Haste de madeira de 53 cm x 7 cm x 2,5 cm
- 01 Haste de madeira de 15 cm x 7 cm x 2,5 cm
- 02 Parafusos
- 02 ganchos para acoplamento de massa 10 g cada
- Molas helicoidal de constante elástica pequena
- Régua impressa de 470 mm
- Cola para madeira
- 13 Massas de 9 g cada (rolamento de motocicleta)

- 01 Bloco de madeira de massa 75 g
- Papel milimetrado

Procedimento Experimental

Para montar o experimento, você deve fixar o parafuso na parte superior da haste de 40 cm, conectando-a com a outra haste de 20 cm. Depois fixe com outro parafuso a parte inferior da haste de 40 cm na base de madeira. Fixe com um pouco de cola a régua verticalmente na haste de 40 cm. Envolve o gancho na haste de 20 cm e acople a mola por uma das extremidades. A figura 2 mostra o equipamento montado e a figura 3 mostra o equipamento construído.

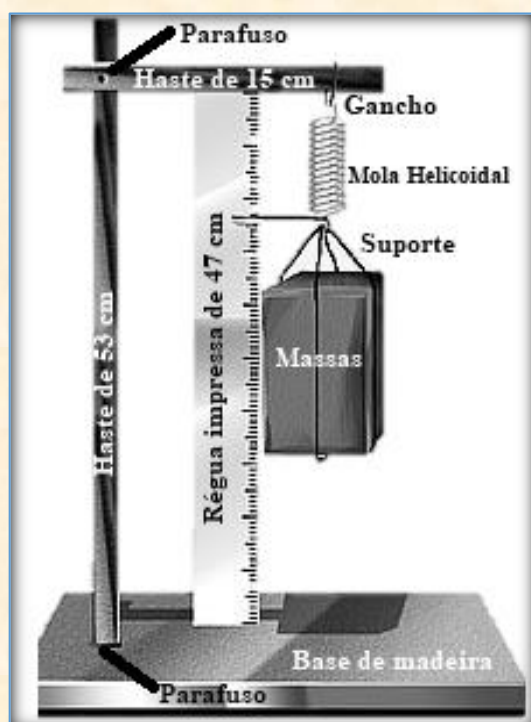


Figura 2: Esquema Experimental para determinação da constante elástica k da mola.

Fonte: http://www.cepa.if.usp.br/e-fisica/mecanica/basico/cap18/cap18_05.htm.

(Adaptada)

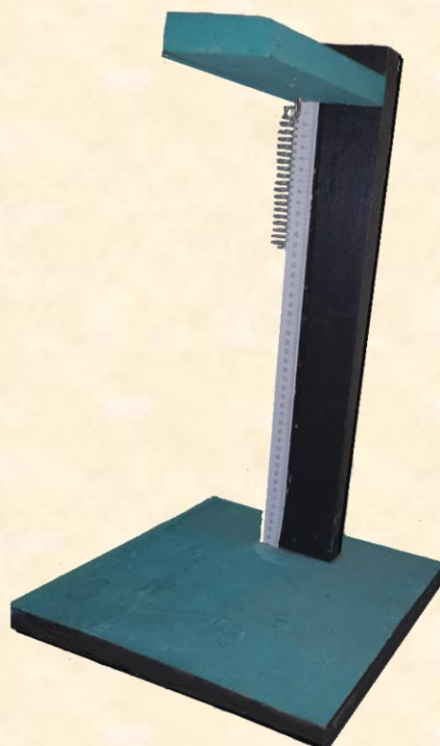


Figura 3: Equipamento didático para determinação da constante elástica k da mola.

Fonte: Própria Autoria, 2021.

Determinando a constante elástica da mola helicoidal

- Na extremidade livre, pendura-se um suporte de massas e sobre ele coloque sucessivamente treze massas de 9 g cada, registrando na tabela a seguir os valores obtidos para deformação e constante elástica da mola.

Tabela: Deformação da mola (m) em função da Força aplicada (N)

Medida	Massa m ($\pm 0,001kg$)	Força Peso (N)	Força Elástica (N)	Deformação da mola x ($\pm 0,0005m$)	Constante Elástica k (N/m)
1	0	0	0	0	-
2	0,009	0,0882	0,0882	0,020	4,41
3	0,018	0,1764	0,1764	0,043	4,10
4	0,027	0,2646	0,2646	0,061	4,34
5	0,036	0,3528	0,3528	0,080	4,41
6	0,045	0,4410	0,4410	0,096	4,59
7	0,054	0,5292	0,5292	0,110	4,81
8	0,063	0,6174	0,6174	0,129	4,76
9	0,072	0,7056	0,7056	0,145	4,87
10	0,081	0,7938	0,7938	0,163	4,87
11	0,090	0,8820	0,8820	0,180	4,90
12	0,099	0,9702	0,9702	0,194	5,00
13	0,108	1,0584	1,0584	0,211	5,02
14	0,117	1,1466	1,1466	0,232	4,94

Obs: Faça as leituras na régua olhando por baixo do suporte de massas e utilize $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- b) Utilizando os dados da atividade experimental registrados na tabela 1, calcule a constante elástica média da mola.

$$k = 4,69 \text{ N/m}$$

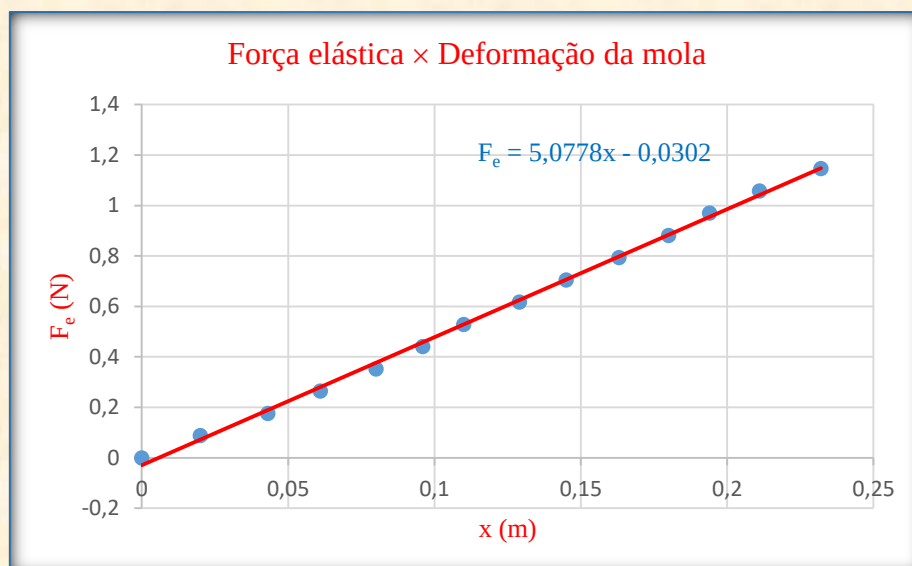
- c) Retire as massas do suporte interligado ao sistema. O que aconteceu com a mola?

Foi observado que mola retornou ao seu estado natural. Porém, após realizar a medição foi averiguado que a mola sofreu deformação de aproximadamente 2 mm, apresentado comprimento de 13,7 cm.

- d) De acordo com sua resposta no item (c), o que você acha que iria acontecer com a mola se acoplássemos ao suporte uma massa muito maior?

A partir dos dados representados na tabela, podemos perceber que a mola deixa de obedecer à Lei de Hooke a partir da décima primeira esfera inserida no suporte. Diante do fato, se acoplássemos muitas outras esferas de mesma massa, a mola continuaria a deformar de forma irreversível, tendendo ao rompimento.

- e) Com os valores da tabela 1, plote o gráfico da Força $\times$ Deformação no Excel ou utilize o modelo a seguir.



Obs: Deixo a sugestão de um tutorial no qual é demonstrado como criar um gráfico e encontrar a equação da reta. O vídeo pode ser acessado pelo link: <https://youtu.be/H9gSk7cMLCw>

- f) Calcule a inclinação da reta e compare com o valor médio calculado da constante elástica da mola.
O coeficiente angular da reta obtido através da equação da reta foi de aproximadamente 5,08 N/m.
O valor médio da constante elástica da mola é igual a aproximadamente 4,69 N/m.
- g) Qual é o significado físico da inclinação da reta do gráfico da Força × Deformação?
A inclinação da reta representa a constante elástica da mola que quantifica a capacidade da mola de sofrer deformação. Quanto maior o valor da constante elástica k , mais difícil será distender ou comprimir a mola e quanto menor o valor de k mais fácil será distender ou comprimir a mola.

Verificando o Princípio da Conservação da Energia Mecânica

- h) Pendure a mola e faça a medida na base superior do gancho, conforme mostrado na figura 4.

$$x_0 = 0,172 \text{ m}$$

- i) Acople na extremidade inferior da mola um gancho de massa 10 g e pendure neste gancho, o bloco de massa 65 g. Meça a deformação x_i sofrida pela mola e sua posição y_i em relação a base inferior do suporte, conforme mostrado na figura 3.

$$x_i = 0,151 \text{ m}$$

$$y_i = 0,147 \text{ m}$$

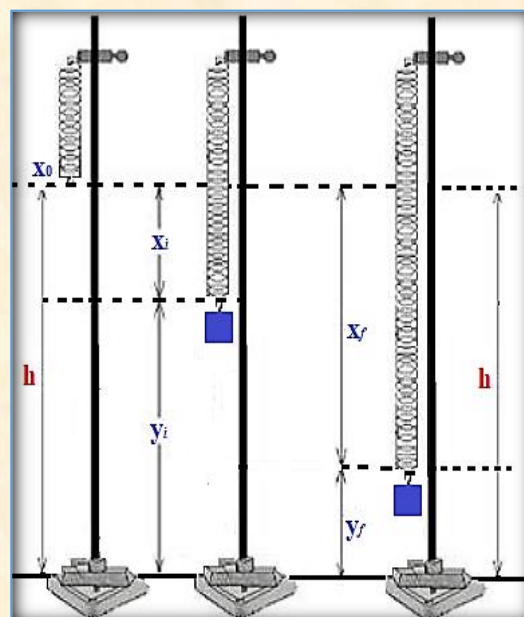


Figura 4: Esquema Experimental para determinação da Energia Mecânica.

Fonte: <http://docplayer.es/14654139-Laboratorio-no-2-ley-de-hooke-y-cambios-de-energia-potencial.html>

(Adaptada)

- j) Quais são as formas de energia presentes nesta configuração inicial? Calcule a energia mecânica inicial.

Energia Potencial Gravitacional e Energia Potencial Elástica.

$$E_{m,i} = E_{pg,i} + E_{e,i}$$

$$E_{m,i} = mgy_i + \frac{1}{2} \cdot kx_i^2$$

$$E_{m,i} = 0,075 \cdot 9,8 \cdot 0,147 + \frac{1}{2} \cdot 5,08(0,151)^2 = 0,162 \text{ J}$$

- k) Provoque uma distensão de 2 cm na mola. Meça a nova deformação x e sua posição em relação a base inferior do suporte, conforme mostrado na figura 3.

$$x_f = 0,171 \text{ m} \quad y_f = 0,127 \text{ m}$$

- l) Quais são as formas de energia presentes nesta configuração final? Calcule a energia mecânica final.

Energia Potencial Gravitacional e Energia Potencial Elástica.

$$E_{m,f} = E_{pg,f} + E_{e,f}$$

$$E_{m,f} = mgy_f + \frac{1}{2} \cdot kx_f^2$$

$$E_{m,f} = 0,075 \cdot 9,8 \cdot 0,127 + \frac{1}{2} \cdot 5,08(0,171)^2 = 0,167 \text{ J}$$

- m) Determine a variação de energia mecânica do sistema massa mola.

$$\Delta E_m = 0$$

$$E_{mf} - E_{mi} = 0$$

$$0,167 - 0,162 = 0$$

$$0,005 = 0$$

- n) O Princípio da Conservação de Energia foi satisfeito.

Apesar do resultado anterior apresentar uma pequena diferença em relação ao esperado, pode-se considerar que o Princípio da Conservação de Energia foi satisfeito.

Discussão

Considerando que se trata de um instrumento didático produzido com materiais de baixo custo, a diferença dos valores obtidos para a constante elástica da mola é muito pequena quando consideramos o procedimento e sua execução. Os erros podem ser devido a paralaxe e ao aferimento das massas em balança analítica de pequena precisão (0,1 g) bem como as medidas realizadas através de régua milimetrada.

Conclusão

Pode-se observar no gráfico da força elástica em função da deformação da mola a equação de uma reta com coeficiente angular (inclinação) de aproximadamente 5,08 N/m. Quando comparado com a constante elástica da mola obtida pela média das medições realizadas (4,69 N/m), observa-se que a diferença entre os valores encontrados foi de aproximadamente 7,68 %. Referente ao Princípio da Conservação da Energia Mecânica, foi verificado sua validade para pequenas deformações sofridas pela mola.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

Rosalvo Miranda. **Gráfico de uma função Linear no excel**. Youtube. 02 abr. 2018. Disponível em: <<https://youtu.be/H9gSk7cMLCw>>. Acesso em: 29 set. 2021.

APÊNDICE G: Experimento Sobre a Verificação do Princípio da Conservação de Energia Mecânica em um Plano Inclinado com Atrito

Introdução

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica nos diz que a soma das energias cinética e potencial é sempre constante em qualquer posição de um sistema conservativo. O que ocorre é apenas a transformação de um tipo de energia em outro.

Neste experimento, vamos investigar a influência da força de atrito sobre o Princípio da Conservação de Energia Mecânica atuante em um corpo que desliza num plano inclinado. Mas, antes de fazer a atividade prática, vamos relembrar as forças atuantes.

Forças no plano inclinado

A Força Peso (P) de um corpo é a força exercida pelo campo gravitacional terrestre em todos os corpos que possuem massa. A direção de atração dessa força é radial, ou seja, está apontada para o centro da Terra. Como a velocidade do corpo sofre variações surge o que chamamos de aceleração gravitacional g .

$$P = m \cdot g . \quad (1)$$

Além da Força Peso, existe a Força Normal (N). Ela é exercida pela superfície sobre o corpo, podendo ser interpretada como a sua resistência em sofrer deformação devido ao peso do corpo. Seu sentido de atuação será sempre perpendicular à superfície, diferentemente da Força Peso que atua sempre no sentido vertical.

Em um sistema real também existem outras forças envolvidas no plano inclinado. Uma dessas forças é a de atrito (F_{at}):

$$F_{at} = \mu \cdot N . \quad (2)$$

Como se trata de um plano inclinado, devemos decompor a Força Peso nas componentes x e y . Sendo a Força Normal perpendicular ao deslocamento do carrinho, podemos reescrevê-la como:

$$N = P_y . \quad (3)$$

Sendo:

$$P_y = P \cdot \cos\theta . \quad (4)$$

Substituindo (3) em (2) temos que:

$$F_{at} = \mu P \cos\theta . \quad (5)$$

Determinação do atrito estático (μ_e)

Na iminência de deslizamento do carrinho sobre o plano inclinado, o objeto ainda permanece em repouso não havendo aceleração. Portanto, pela Segunda Lei de Newton podemos escrever:

$$F_R = 0 \quad . \quad (6)$$

Considerando as forças que agem na direção x do plano inclinado, temos:

$$P_x - F_{at} = 0 \quad . \quad (7)$$

Sendo:

$$P_x = P \sin \theta \quad . \quad (8)$$

E substituindo (5) em (7), podemos reescrever a equação (7) como:

$$P \sin \theta = \mu P \cos \theta \quad . \quad (9)$$

Isolando o coeficiente de atrito μ e simplificando P , a equação (9) fica:

$$\mu_e = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta \quad . \quad (10)$$

Neste caso, a equação (10) pode ser utilizada para determinar o coeficiente de atrito estático exercido pela superfície sobre o corpo que tende a se movimentar.

Determinação do atrito cinético (μ_c)

Para determinação do coeficiente de atrito cinético, ou seja, quando o objeto está em movimento, podemos utilizar a Segunda Lei de Newton ou Princípio da Conservação de Energia, como veremos na sequência.

Quando há variação de energia num sistema, dizemos que ele realizou trabalho (W). Observe na figura 1 que a realização de trabalho é devida somente à força P_x que possui a mesma direção do deslocamento do carrinho. Já a força P_y é perpendicular ao deslocamento por isso não influencia diretamente no movimento.

A expressão do trabalho de uma força (F) pode ser descrita pela equação a seguir:

$$W = F \cdot d \quad . \quad (11)$$

No caso do trabalho da força de atrito F_{at} a equação (6) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$W = -F_{at} \cdot d \quad . \quad (12)$$

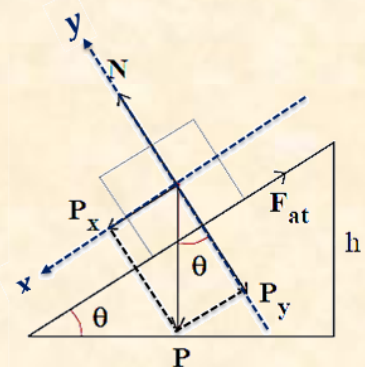


Figura 1: Forças atuantes em um plano inclinado. **Fonte:** Própria

O sinal negativo, indica que a força de atrito age em sentido oposto ao sentido do deslocamento do carrinho.

O trabalho da força de atrito é igual a variação de energia mecânica (ΔE_m) em um sistema que também podemos denominar por energia dissipada.

$$W = \Delta E_m . \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12) temos:

$$\Delta E_m = -F_{at} \cdot d . \quad (14)$$

Para determinar o coeficiente de atrito cinético, podemos substituir (2) e (4) em (14):

$$\mu_c = - \frac{\Delta E_m}{P_y \cos \theta d} . \quad (15)$$

Como já sabemos, o valor de μ_c também pode ser obtido pela Segunda Lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a . \quad (16)$$

Substituindo (5) e (8) em (16) temos:

$$P \sin \theta - \mu P \cos \theta = m \cdot a . \quad (17)$$

Substituindo (1) em (17) e simplificando m , podemos determinar o coeficiente de atrito cinético através da equação (18):

$$\mu_c = \frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta} . \quad (18)$$

Neste experimento, o carrinho será posicionado na altura h da trajetória. Nesse momento, a energia mecânica que atua sobre o carrinho é somente a energia relacionada à posição, ou seja, a energia potencial gravitacional.

Devido o carrinho ainda estar em repouso, a energia cinética relacionada ao movimento será nula no ponto inicial de deslizamento.

$$E_m = E_c + E_{pg} . \quad (19)$$

$$E_m = E_{pg} = m \cdot g \cdot h . \quad (20)$$

No decorrer do processo de deslizamento do carrinho, a energia potencial gravitacional vai diminuindo com a altura, sendo transformada em energia cinética.

A figura 2, mostra quando o carrinho chegar ao ponto final de referência do plano inclinado onde ele terá velocidade máxima. Neste momento, a força peso não precisa ser decomposta, pois age somente na direção vertical.

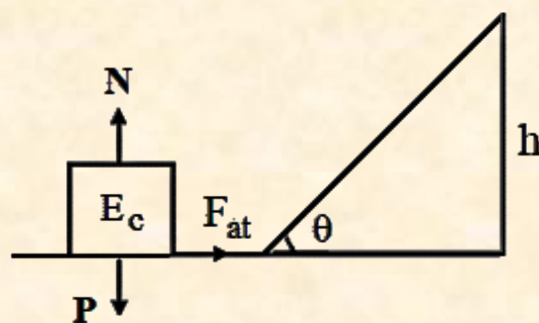


Figura 2: Energia Mecânica de um corpo em movimento no final do ponto referencial de um plano inclinado. **Fonte:** Própria autoria.

Objetivo Geral

Verificar a validade do Princípio da Conservação de Energia Mecânica através das transformações de energias em um plano inclinado com atrito.

Objetivos Específicos

- Calcular a aceleração através do gráfico $x \times t$.
- Calcular a velocidade instantânea em pontos específicos do plano inclinado.
- Calcular a energia cinética e potencial gravitacional em pontos específicos.
- Determinar a energia mecânica em pontos específicos.
- Determinar a energia dissipada pelo atrito entre o carrinho e a superfície do plano inclinado.
- Plotar o gráfico das energias cinética, potencial gravitacional e mecânica em função da distância percorrida pelo corpo.
- Determinar o coeficiente de atrito estático entre a superfície e o carrinho.
- Determinar o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e o carrinho utilizando a Segunda Lei de Newton e o Princípio da Conservação de Energia Mecânica.
- Verificar se a Energia Mecânica do carrinho se conserva.

Materiais Utilizados

- 01 Cronômetro digital.
- 01 Rampa de madeira de 1,0 m x 0,1m (milimetrada).
- 01 Carrinho (bloco de madeira).
- 01 trena milimetrada.
- 06 blocos de madeira de altura diferentes.

Calculando as intensidades das Energias Potencial Gravitacional, Cinética e Mecânica do carrinho num ângulo de inclinação infinitamente próximo ao que o carrinho começou a deslizar.

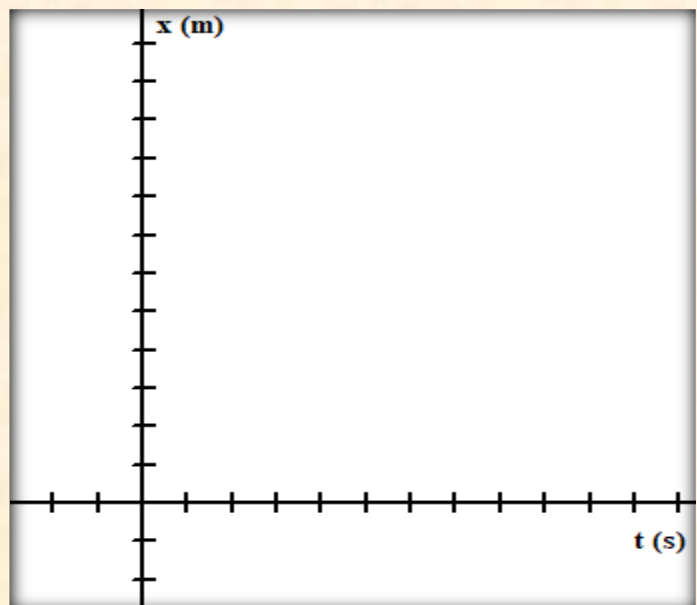
- g) Para os valores de deslocamento da tabela 2, cronometre e registre o tempo que o carrinho atingiu em cada ponto. Realize cinco medições e faça a média do instante para cada posição.

Tabela 2: Posição em função do tempo

$x(m)$	$t(s)$	$x(m)$	$t(s)$	$x(m)$	$t(s)$
0,03		0,40		0,80	
0,10		0,50		0,90	
0,20		0,60		1,00	
0,30		0,70			

- h) A partir dos valores obtidos no item (g), trace o gráfico $x \times t$ e determine a aceleração do carrinho.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$



- i) Com o valor da aceleração calculado anteriormente, determine a velocidade instantânea para cada posição do carrinho na rampa. Registre os valores na tabela 3.
- j) Utilizando as equações a seguir, calcule as intensidades das energias potencial gravitacional e cinética em cada posição representada na tabela a seguir. Registre esses valores na tabela 3.

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \qquad E_c = \frac{mv^2}{2}$$

- k) Com os valores das energias potencial gravitacional e cinética, utilize a equação abaixo para determinar a intensidade da energia mecânica. Registre os valores obtidos na tabela 3.

$$E_m = E_{pg} + E_c$$

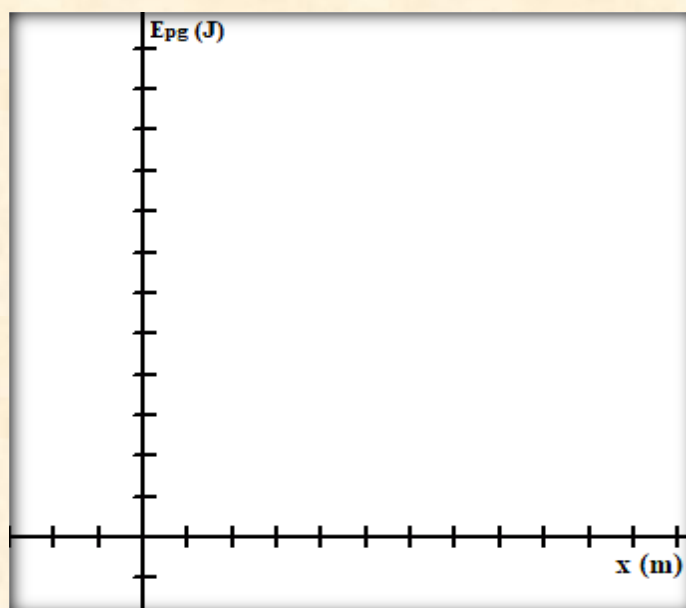
Tabela 3: Posição em Função da Energia Mecânica

x(m)	t(s)	v(m/s)	E _c (J)	h(m)	E _{pg} (J)	E _m (J)
0,03						
0,1						
0,2						
0,3						
0,4						
0,5						
0,6						
0,7						
0,8						
0,9						
1,0						

Plotando os gráficos das energias em função da distância percorrida pelo carrinho no plano inclinado

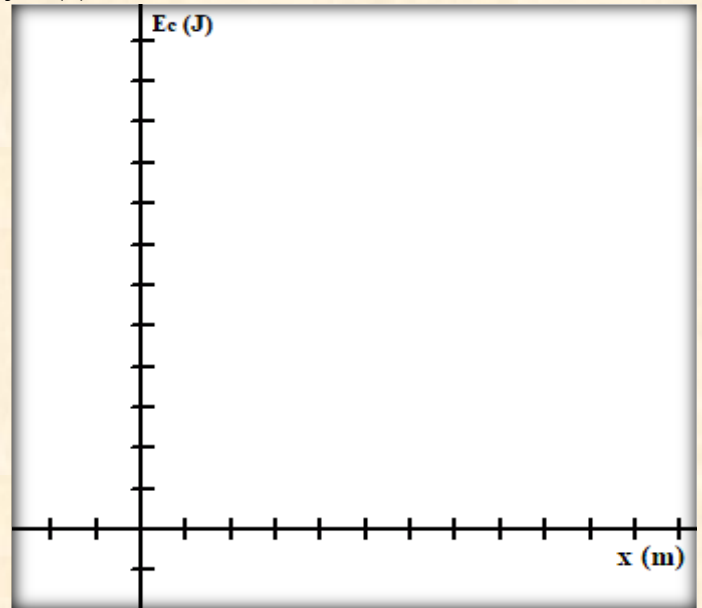
l) Trace o gráfico da Energia Potencial Gravitacional (E_{pg}) $\times$ Posição (x).

m) De acordo com a curva traçada no gráfico da Energia Potencial Gravitacional, resalte o que aconteceu com a intensidade da energia potencial gravitacional do carrinho quando ele percorreu distância diferentes. Aumentou, diminuiu ou permaneceu constante? Por que?



n) Trace o gráfico da Energia Cinética (E_c) $\times$ Posição (x).

o) O que aconteceu com a velocidade do carrinho enquanto ele descia o plano inclinado? A energia cinética aumentou, diminuiu ou permaneceu constante? Por que?



p) O que você acha que aconteceria com a intensidade da energia cinética se a rampa do plano sofresse variação na inclinação para:

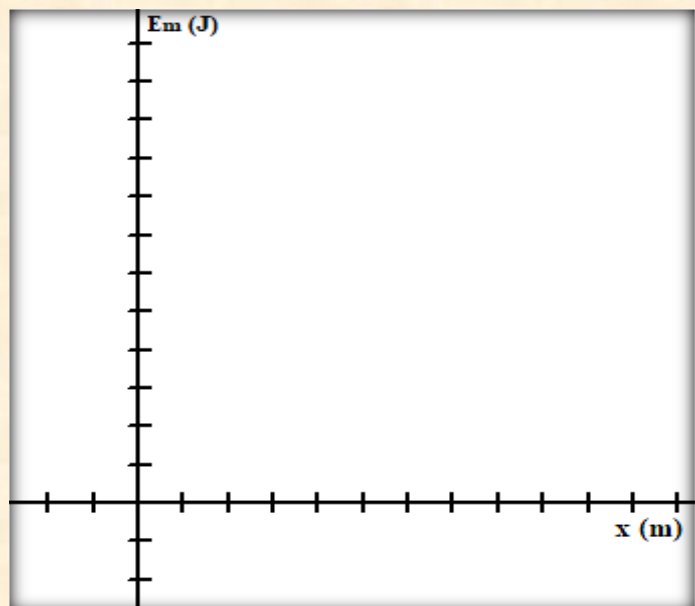
0° _____

60° _____

90° _____

q) Trace o gráfico da Energia Mecânica (E_m) $\times$ Posição (x)

r) A Energia Mecânica do carrinho se conservou no final do processo? Explique.



Determinando a Energia dissipada pelo atrito presente na superfície da rampa do plano inclinado

s) Determine a variação de energia mecânica para as posições descritas na tabela 4.

Tabela 4: Energia Dissipada entre dois pontos

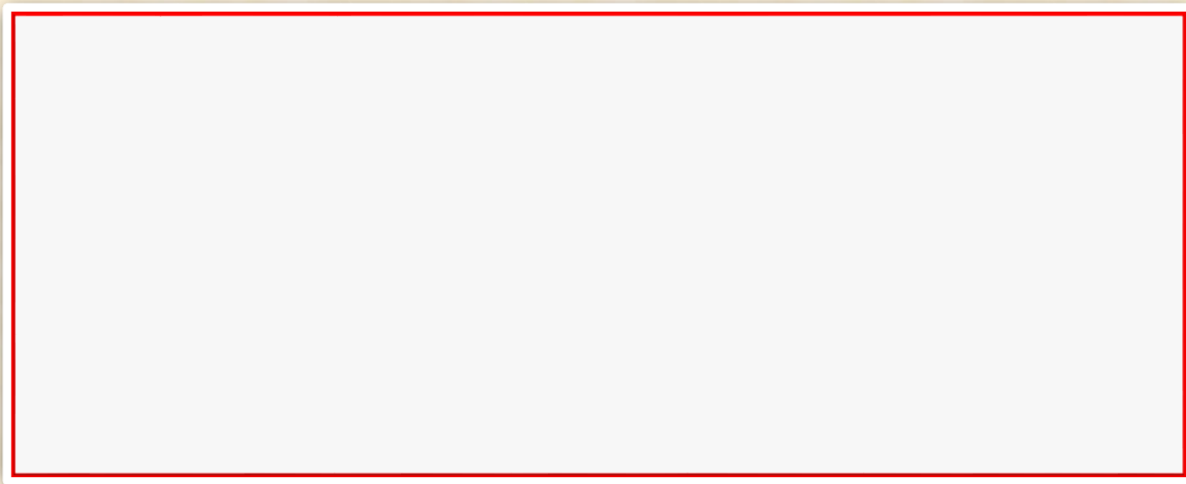
$x(m)$	$E_m(J)$	$\Delta E_m(J)$
0,03		
0,30		
0,03		
0,70		
0,03		
1,00		

t) Com os resultados obtidos e registrados na tabela, como você explica a variação de energia mecânica?

Determinando o coeficiente de atrito estático (μ_c) entre as superfícies do plano inclinado e a do carrinho.

u) Com o valor da aceleração e utilizando a Segunda Lei de Newton descrita na equação (18), determine o coeficiente de atrito cinético do sistema.

- v) Considerando a variação de energia mecânica de 0,03 m a 1 m de deslocamento e utilizando a equação (15), determine o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a rampa do plano inclinado.



- w) Compare os valores do atrito cinético obtido nos itens (u) e (v).

- x) Compare os valores dos coeficientes de atrito cinético e estático.

Discussão

Conclusão

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

Link E: Vídeo com a demonstração da realização da Atividade Experimental 3

<https://drive.google.com/file/d/1YDUKH1PMjJc6r10LUDX1fKU0y2x0qFuA/view?usp=sharing>

Link F: Vídeo com resumo sobre Energia Mecânica

<https://drive.google.com/file/d/1Fm89EbIVJvWbwZpF94rQ2Gzsu7qPTu3y/view?usp=sharing>

Obs: A sugestão é passar o logo após o encerramento da realização dos experimentos

APÊNDICE H: Sugestão de Gabarito da Atividade Experimental Sobre a Conservação de Energia Mecânica em Um Plano Inclinado com Atrito

Introdução

O Princípio da Conservação de Energia Mecânica nos diz que a soma das energias cinética e potencial é sempre constante em qualquer posição de um sistema conservativo. O que ocorre é apenas a transformação de um tipo de energia em outro.

Neste experimento, vamos investigar a influência da força de atrito sobre o Princípio da Conservação de Energia Mecânica atuante em um corpo que desliza num plano inclinado.

Antes de fazer a atividade prática, vamos relembrar as forças atuantes.

Forças no plano inclinado

A Força Peso (P) de um corpo é a força exercida pelo campo gravitacional terrestre em todos os corpos que possuem massa. A direção de atração dessa força é radial, ou seja, está apontada para o centro da Terra. Como a velocidade do corpo sofre variações surge o que chamamos de aceleração gravitacional g .

$$P = m \cdot g . \quad (1)$$

Além da Força Peso, existe a Força Normal (N). Ela é exercida pela superfície sobre o corpo, podendo ser interpretada como a sua resistência em sofrer deformação devido ao peso do corpo. Seu sentido de atuação será sempre perpendicular à superfície, diferentemente da Força Peso que atua sempre no sentido vertical.

Em um sistema real também existem outras forças envolvidas no plano inclinado. Uma dessas forças é a de atrito (F_{at}):

$$F_{at} = \mu \cdot N . \quad (2)$$

Como se trata de um plano inclinado, devemos decompor a Força Peso nas componentes x e y . Sendo a Força Normal perpendicular ao deslocamento do carrinho, podemos reescrevê-la como:

$$N = P_y . \quad (3)$$

Sendo:

$$P_y = P \cdot \cos\theta . \quad (4)$$

Substituindo (3) em (2) temos que:

$$F_{at} = \mu P \cos\theta . \quad (5)$$

Determinação do atrito estático (μ_e)

Na iminência de deslizamento do carrinho sobre o plano inclinado, o objeto ainda permanece em repouso não havendo aceleração. Portanto, pela Segunda Lei de Newton podemos escrever:

$$F_R = 0 . \quad (6)$$

Considerando as forças que agem na direção x do plano inclinado, temos:

$$P_x - F_{at} = 0 . \quad (7)$$

Sendo:

$$P_x = P \sin \theta . \quad (8)$$

E substituindo (5) em (7), podemos reescrever a equação (7) como:

$$P \sin \theta = \mu P \cos \theta . \quad (9)$$

Isolando o coeficiente de atrito μ e simplificando P , a equação (9) fica:

$$\mu_e = \frac{\sin \theta}{\cos \theta} = \tan \theta . \quad (10)$$

Neste caso, a equação (10) pode ser utilizada para determinar o coeficiente de atrito estático exercido pela superfície sobre o corpo que tende a se movimentar.

Determinação do atrito cinético (μ_c)

Para determinação do coeficiente de atrito cinético, ou seja, quando o objeto está em movimento, podemos utilizar a Segunda Lei de Newton ou Princípio da Conservação de Energia, como veremos na sequência.

Quando há variação de energia num sistema, dizemos que ele realizou trabalho (W). Observe que a realização de trabalho é devida somente à força P_x que possui a mesma direção do deslocamento do carrinho. Já a força P_y é perpendicular ao deslocamento por isso não influencia diretamente no movimento, conforme mostra a figura 1.

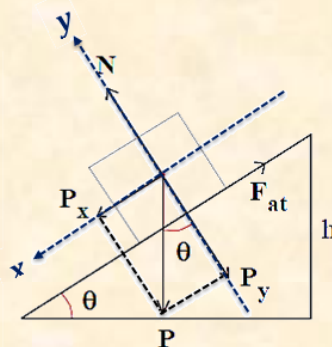


Figura 1: Forças atuantes em um plano inclinado. **Fonte:** Própria autoria.

A expressão do trabalho de uma força (F) pode ser descrita pela equação a seguir:

$$W = F \cdot d. \quad (11)$$

No caso do trabalho da força de atrito F_{at} a equação (6) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$W = -F_{at} \cdot d. \quad (12)$$

O sinal negativo, indica que a força de atrito age em sentido oposto ao sentido do deslocamento do carrinho.

O trabalho da força de atrito é igual a variação de energia mecânica (ΔE_m) em um sistema que também podemos denominar por energia dissipada.

$$W = \Delta E_m. \quad (13)$$

Substituindo (13) em (12) temos:

$$\Delta E_m = -F_{at} \cdot d. \quad (14)$$

Para determinar o coeficiente de atrito cinético, podemos substituir (2) e (4) em (14):

$$\mu_c = -\frac{\Delta E_m}{P_y \cos \theta d}. \quad (15)$$

Como já sabemos, o valor de μ_c também pode ser obtido pela Segunda Lei de Newton:

$$F_R = m \cdot a. \quad (16)$$

Substituindo (5) e (8) em (16) temos:

$$P \sin \theta - \mu P \cos \theta = m \cdot a. \quad (17)$$

Substituindo (1) em (17) e simplificando m , podemos determinar o coeficiente de atrito cinético através da equação (18):

$$\mu_c = \frac{g \sin \theta - a}{g \cos \theta}. \quad (18)$$

Neste experimento, o carrinho será posicionado na altura h da trajetória. Nesse momento, a energia mecânica que atua sobre o carrinho é somente a energia relacionada à posição, ou seja, a energia potencial gravitacional.

Devido o carrinho ainda estar em repouso, a energia cinética relacionada ao movimento será nula no ponto inicial de deslizamento.

$$E_m = E_c + E_{pg}. \quad (19)$$

$$E_m = E_{pg} = m \cdot g \cdot h. \quad (20)$$

No decorrer do processo de deslizamento do carrinho, a energia potencial gravitacional vai diminuindo com a altura, sendo transformada em energia cinética.

A figura 2, mostra quando o carrinho chega ao ponto final de referência do plano inclinado onde ele terá velocidade máxima. Neste momento, a força peso não precisa ser decomposta, pois age somente na direção vertical.

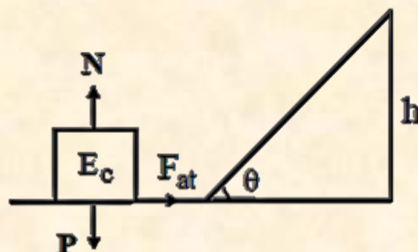


Figura 2: Energia Mecânica de um corpo em movimento no final do ponto referencial de um plano inclinado. **Fonte:** Própria autoria.

Objetivo Geral

Verificar a validade do Princípio da Conservação de Energia Mecânica através das transformações de energias em um plano inclinado com atrito.

Objetivos Específicos

- Calcular a aceleração através do gráfico $x \times t$.
- Calcular a velocidade instantânea em pontos específicos do plano inclinado.
- Calcular a energia cinética e potencial gravitacional em pontos específicos.
- Determinar a energia mecânica em pontos específicos.
- Determinar a energia dissipada pelo atrito entre o carrinho e a superfície do plano inclinado.
- Plotar o gráfico das energias cinética, potencial gravitacional e mecânica em função da distância percorrida pelo corpo.
- Determinar o coeficiente de atrito estático entre a superfície e o carrinho.
- Determinar o coeficiente de atrito cinético entre a superfície e o carrinho utilizando a Segunda Lei de Newton e o Princípio da Conservação de Energia Mecânica.
- Verificar se a Energia Mecânica do carrinho se conserva.

Materiais Utilizados

- 01 Cronômetro digital.
- 01 Rampa de madeira de 1,0 m x 0,1m (milimetrada).
- 01 Carrinho (bloco de madeira).

- 01 trena milimetrada.
- 06 blocos de madeira de diferentes alturas.

Procedimento Experimental

a) Meça com uma balança a massa do carrinho.

$$m = 0,085 \pm 1.10^{-4} \text{ kg}$$

b) Calcule o peso do carrinho utilizando $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

$$P = mg$$

$$P = 0,83 \text{ N}$$

Determinando o coeficiente de atrito estático (μ_e) entre as superfícies do plano inclinado e a do carrinho.

- c) Apoie a rampa de 1,0 de comprimento em uma superfície plana e nivelada.
- d) Com o carrinho apoiado, varie a altura h da rampa iniciando as medições a partir de 0,15 m em relação a superfície plana conforme mostra a figura 3.

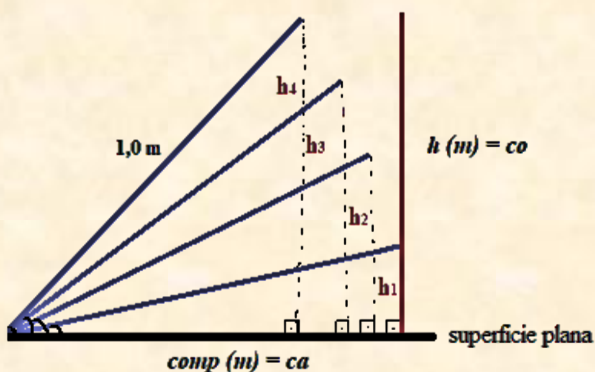


Figura 3: Variação da inclinação da rampa.
Fonte: Própria autoria.



Figura 4: Equipamento Experimental Plano Inclinado com Atrito **Fonte:** Própria autoria.

- e) Prossiga com as medições realizando variação na inclinação até que o carrinho entre na iminência de deslizamento. Uma sugestão é que seja realizada medidas com variações de 5 cm de altura e, quando o carrinho tender ao deslizamento diminua o intervalo para variações de 1 cm.
- f) Registre os valores dos catetos adjacente e oposto e calcule o coeficiente de atrito estático para cada ângulo de inclinação.

Tabela 1: Ângulo de Inclinação × Coeficiente de Atrito Estático

$h(m) = co$	$comp(m) = ca$	$tg\theta = \frac{co}{ca}$	$\mu_e = tg\theta$
0,15	0,989	0,15	0,15
0,20	0,980	0,20	0,20
0,25	0,968	0,26	0,26
0,30	0,954	0,31	0,31
0,31	0,951	0,33	0,33
0,32	0,947	0,34	0,34

Assim, o coeficiente de atrito estático crítico (μ_e) quando o carrinho se encontra na iminência de deslizamento é igual a aproximadamente 0,34.

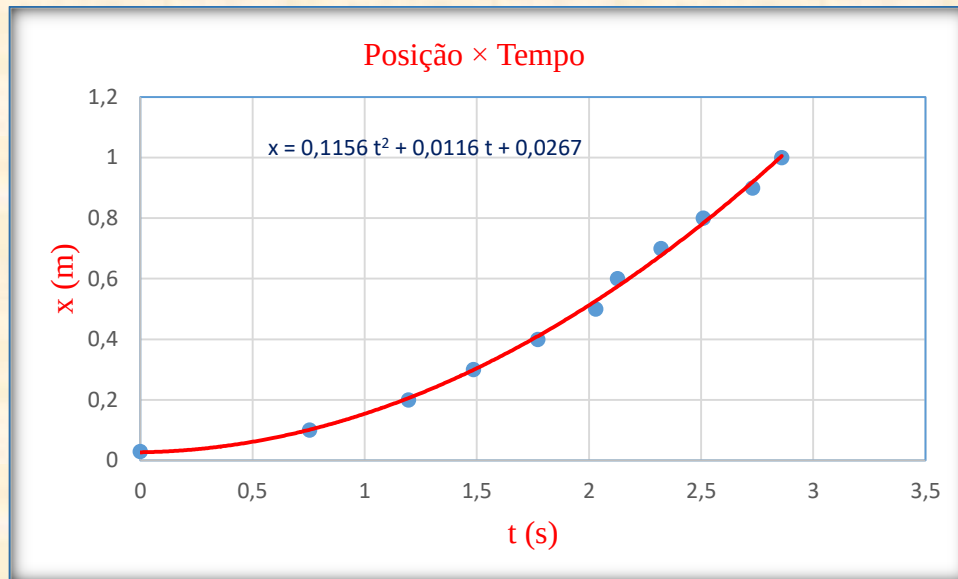
Calculando as intensidades das Energias Potencial Gravitacional, Cinética e Mecânica do carrinho num ângulo de inclinação próximo ao que o carrinho começou a deslizar.

- g) Para os valores de posição da tabela 2, cronometre e registre o instante de tempo em que o carrinho atingiu cada ponto. Realize cinco medições e faça a média do instante para cada posição.

Tabela 2: Posição em função do tempo

$x(m)$	$t(s)$	$x(m)$	$t(s)$	$x(m)$	$t(s)$
0,03	0	0,40	1,772	0,80	2,510
0,10	0,754	0,50	2,030	0,90	2,730
0,20	1,195	0,60	2,128	1,00	2,860
0,30	1,485	0,70	2,322		

h) A partir dos valores obtidos no item (a), trace o gráfico $x \times t$ e determine a aceleração do carrinho.



De acordo com a equação descrita no gráfico, pode-se identificar as variáveis substituindo os valores na equação da posição em função do tempo para o movimento retilíneo uniformemente variado (MRUV).

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

Diante à identificação das variáveis, determinou-se o valor da aceleração multiplicando o valor 0,1156 por 2.

$$a = 0,23 \text{ m/s}^2$$

Obs: Deixo a sugestão de um tutorial no qual é demonstrado como criar um gráfico e encontrar a equação da reta. O vídeo pode ser acessado pelo link: <https://youtu.be/SwWruTTjsJw>

- i) Com o valor da aceleração calculado anteriormente, determine a velocidade instantânea para cada posição do carrinho na rampa. Registre os valores na tabela 3.
- j) Utilizando as equações a seguir, calcule as intensidades das energias potencial gravitacional e cinética em cada posição representada na tabela a seguir. Registre esses valores na tabela 3.

$$E_{pg} = m \cdot g \cdot h \quad , \quad E_c = \frac{m \cdot v^2}{2}$$

- k) Com os valores das energias potencial gravitacional e cinética, utilize a equação abaixo para determinar a intensidade da energia mecânica. Registre os valores obtidos na tabela 3.

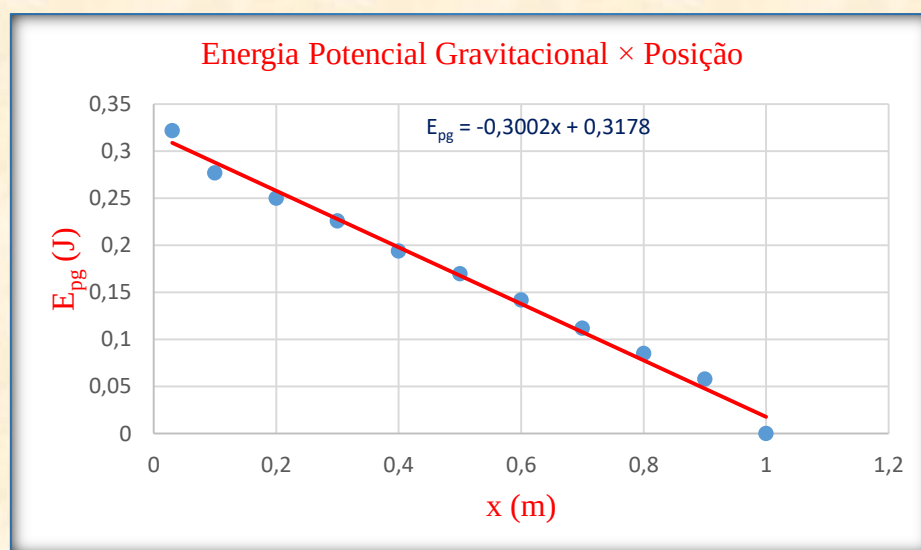
$$E_m = E_{pg} + E_c$$

Tabela 3: Posição em Função da Energia Mecânica

$x(m)$	$t(s)$	$v(m/s)$	$E_c (J)$	$h(m)$	$E_{pg} (J)$	$E_m (J)$
0,03	0,000	0,000	0,0000	0,322	0,268	0,268
0,1	0,754	0,173	0,00127	0,277	0,231	0,232
0,2	1,195	0,275	0,00321	0,250	0,209	0,212
0,3	1,485	0,342	0,0050	0,226	0,188	0,193
0,4	1,772	0,408	0,0071	0,194	0,162	0,169
0,5	2,030	0,467	0,0093	0,170	0,142	0,151
0,6	2,128	0,490	0,0102	0,142	0,118	0,128
0,7	2,322	0,534	0,0121	0,112	0,093	0,105
0,8	2,510	0,577	0,0141	0,085	0,071	0,085
0,9	2,730	0,628	0,0168	0,058	0,048	0,065
1,0	2,860	0,658	0,0184	0,000	0,000	0,018

Plotando os gráficos das energias em função da distância percorrida pelo carrinho no plano inclinado

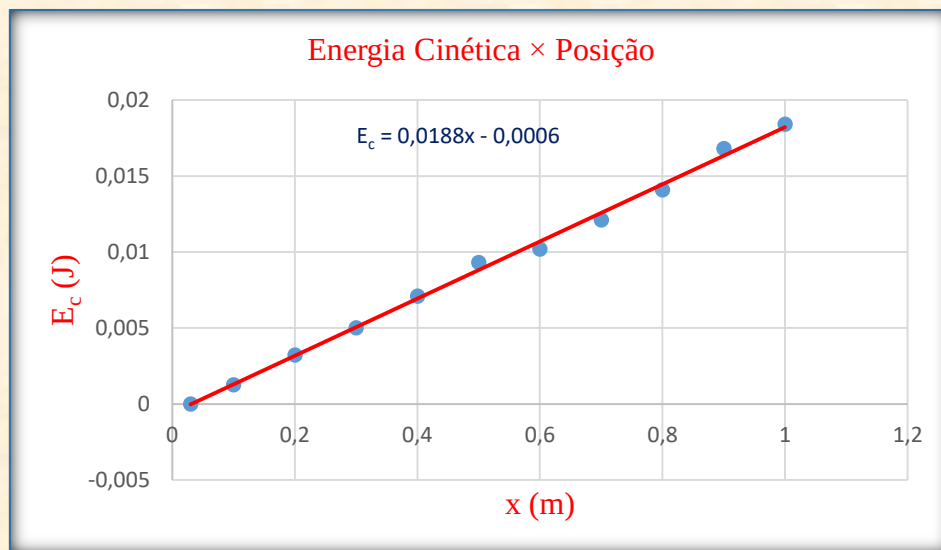
l) Trace o gráfico da Energia Potencial Gravitacional (E_{pg}) $\times$ Posição (x)



- m) De acordo com os valores obtidos na prática e registrados na tabela, resalte o que aconteceu com a intensidade da energia potencial gravitacional do carrinho quando ele percorreu distância diferentes. Aumentou, diminuiu ou permaneceu constante? Por que?

Podemos perceber que a energia potencial gravitacional do carrinho diminuiu de maneira significativa ao descer no plano inclinado. Isso se deve à variação decrescente da altura que o corpo deslizante estava em relação ao ponto de referência adotado como a base inferior do plano inclinado, portanto a energia potencial gravitacional diminuiu com a altura, mesmo tendo como constantes os valores da gravidade terrestre e a massa do carrinho.

- n) Trace o gráfico da Energia Cinética (E_c) $\times$ Posição (x)



- o) O que aconteceu com a velocidade do carrinho enquanto ele descia o plano inclinado? A energia cinética aumentou, diminuiu ou permaneceu constante? Por que?

Pelos dados obtidos nesta atividade experimental, os quais estão registrados na tabela 1, pode-se observar que a velocidade do carrinho aumenta com a posição x .

Como a energia cinética é diretamente proporcional ao quadrado da velocidade de um determinado corpo, pode-se observar na tabela que seu valor aumentou em função da posição do carrinho no plano inclinado.

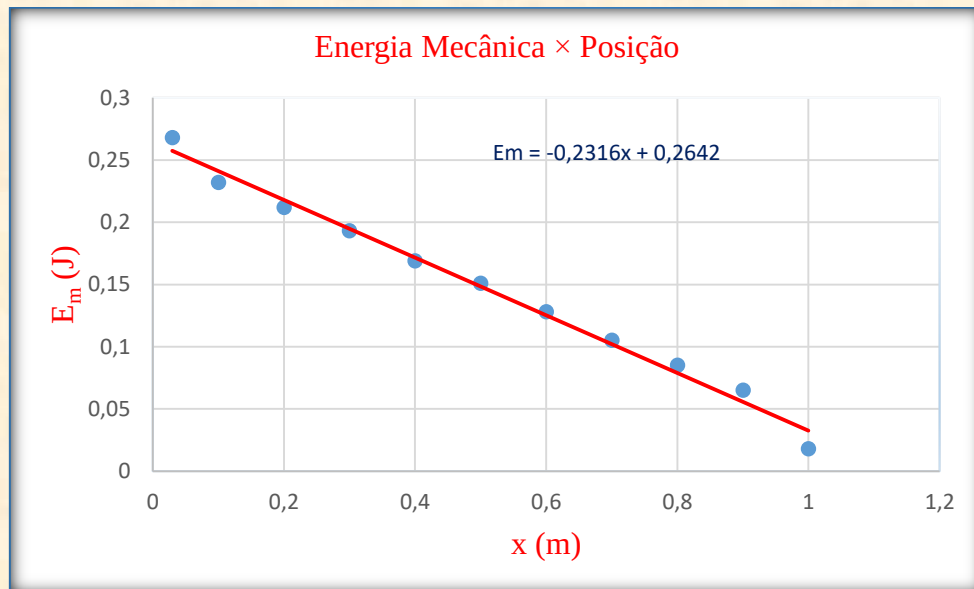
- p) O que você acha que aconteceria com a intensidade da energia cinética se a rampa do plano sofresse variação na inclinação para:

0° o carrinho não se deslocaria na superfície do plano inclinado.

60° o carrinho se deslocaria com maior velocidade, portanto maior energia cinética.

90° o carrinho se deslocaria em queda livre.

- q) Trace o gráfico da Energia Mecânica (E_m) $\times$ Posição (x)



r) A Energia Mecânica do carrinho se conservou no final do processo? Explique.

Não, pois a energia mecânica diminui à medida que o carrinho desce o plano inclinado, conforme podemos ver no gráfico de $E_m \times x$. A energia mecânica foi dissipada na forma de energia térmica por causa do atrito entre o carrinho e a superfície.

Determinando a Energia dissipada pelo atrito entre o carrinho e a superfície da rampa do plano inclinado

s) Determine a variação de energia mecânica para as posições descritas na tabela 4.

Tabela 4: Energia Dissipada entre dois pontos

$x(m)$	$E_m(J)$	$\Delta E_m(J)$
0,03	0,268	- 0,075
0,3	0,193	
0,03	0,268	- 0,163
0,7	0,105	
0,03	0,268	- 0,250
1,0	0,018	

- t) Com os resultados obtidos e registrados na tabela, como você explica a variação de energia mecânica?

Isso se deve à presença de atrito existente entre a superfície de contato da rampa e o carrinho, fazendo com que a variação de energia mecânica aumente em módulo à medida que a distância percorrida do carrinho aumenta.

Determinando o coeficiente de atrito cinético (μ_c) entre a superfície do plano inclinado e a do carrinho.

- u) Com o valor da aceleração e utilizando a Segunda Lei de Newton descrita na equação (18), determine o coeficiente de atrito cinético do sistema.

Sendo que o carrinho começou a deslizar quando o plano estava inclinado a uma altura de 32,2 cm, foi determinado o $\sin\theta$ e $\cos\theta$.

$$\bullet \quad \sin\theta = \frac{co}{H} = \frac{32,2 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,322$$

$$\bullet \quad \cos\theta = \frac{ca}{H} = \frac{94,7 \text{ cm}}{100 \text{ cm}} = 0,947$$

$$\mu_c = \frac{g\sin\theta - a}{g\cos\theta} = \frac{(9,8)(0,322) - 0,23}{(9,8)(0,947)} = 0,32$$

- v) Considerando a variação de energia mecânica de 0,03 m a 1 m de deslocamento e utilizando a equação (15), determine o coeficiente de atrito cinético entre o carrinho e a rampa do plano inclinado.

$$\mu_c = -\frac{\Delta E_m}{P\cos\theta d}$$

$$\mu_c = \frac{0,250}{(0,085)(9,8)(0,947)(0,97)} = 0,33$$

- w) Compare os valores do atrito cinético obtido nos itens (v) e (w).

Os valores foram bem aproximados, o que já era esperado. Porém essa pequena diferença se deve a erros experimentais, aproximação de valores de medidas, entre outros.

- x) Compare os valores dos coeficientes de atrito cinético e estático.

Como já era esperado, o valor do coeficiente de atrito estático (na iminência de deslizamento) foi superior ao valor do coeficiente de atrito cinético, ou seja, quando o bloco estava em movimento ($\mu_e > \mu_c$).

Discussão

Foi possível averiguar que a energia mecânica do carrinho diminuiu no decorrer do percurso do carrinho no plano inclinado. O valor obtido para o coeficiente de atrito cinético entre o plano inclinado e o carrinho foi 0,32 utilizando o Princípio de Conservação de Energia e de 0,33 quando calculado pela Segunda Lei de Newton.

Conclusão

A partir dos resultados obtidos através da coleta de dados nesta atividade experimental, verificou-se que para que a Energia Mecânica do carrinho se conserve, este não deve sofrer ação de forças externas, tais como a força de atrito entre as superfícies de contato. Se levarmos em conta o sistema carrinho + plano inclinado, a Energia Mecânica do sistema se conserva e o Princípio de Conservação da Energia Mecânica é satisfeito. Além disso, foi observado que o valor do coeficiente de atrito estático do plano inclinado e carrinho aumentou com a inclinação da rampa, atingindo seu valor máximo a uma altura de 0,32 m em relação à base da superfície horizontal do plano. Aumentando a inclinação em mais 2 mm, foi observado que o carrinho começou a se mover, resultando a determinação da média do coeficiente de atrito cinético igual a 0,325, cujo valor foi inferior ao coeficiente de atrito estático, o que já era esperado.

Referências

HALLIDAY, David; RESNICK, Robert; WALKER, Jearl. **Fundamentos de Física**. 7. ed. Rio de Janeiro: LTC. 2006. vol 1.

TIPLER, Paul A.; MOSCA, Gene. **Física para Cientistas e Engenheiros: Mecânica, Oscilações e Ondas, Termodinâmica**. 6. ed. Rio de Janeiro: LTC, 2013. v. 1.

YOUNG, Hugh D.; FREEDMAN, Roger A.. **Física I: Mecânica**. 12. ed. São Paulo: Pearson, 2008. Tradução de: Sonia Midori Yamamoto; Revisão técnica de: Adir Moysés Luiz.

Rosalvo Miranda. **Gráfico de uma função Quadrática no Excel**. 02 abr. 2018. Disponível em: <<https://youtu.be/SwWruTTjsJw>>. Acesso em: 29 set. 2021.