



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM
CIÊNCIAS E MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA

DANIEL SANTOS DE CARVALHO

MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA
DESENVOLVIMENTAL

BELÉM - PA

2020

DANIEL SANTOS DE CARVALHO

**MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA
DESENVOLVIMENTAL**

Tese apresentada à Banca Examinadora do Programa de Pós-Graduação em Educação Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC) como requisito parcial para obtenção de título de Doutor em Educação em Ciências e Matemática.

Orientador: Prof. Dr. Yuri Expósito Nicot.

Área de Concentração: Fundamentos e Metodologias para a Educação em Ciências e Matemática.

BELÉM - PA

2020

Dados Internacionais de Catalogação na Fonte.

C331m Carvalho, Daniel Santos de.
Modelagem Matemática na Perspectiva da Teoria
Desenvolvimental / Daniel Santos de Carvalho. -- 2020
162 f. : il. color. ; 30 cm.

Orientador: Yuri Expósito Nicot.
Tese (doutorado) - Universidade Federal de Mato Grosso, Rede
Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, Programa de
Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática, Cuiabá,
2020.

Inclui bibliografia.

1. Processo de Ensino e Aprendizagem. 2. Modelagem
Matemática. 3. Teoria Desenvolvimental. I. Título.

Ficha catalográfica elaborada automaticamente de acordo com os dados fornecidos pelo(a) autor(a).

Permitida a reprodução parcial ou total, desde que citada a fonte.



MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO

UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO

PRÓ-REITORIA DE ENSINO DE PÓS-GRADUAÇÃO

PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA - REAMEC

FOLHA DE APROVAÇÃO

TÍTULO: "MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL"

AUTOR: DOUTORANDO Daniel Santos de Carvalho

Tese defendida e aprovada em **30 de novembro de 2020**.

COMPOSIÇÃO DA BANCA EXAMINADORA

1. Doutor Yuri Expósito Nicot (Presidente Banca/Orientador)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS-UFAM
2. Doutora Josefina Diosdada Barrera Kalhil (Examinadora Interna)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS-UEA
3. Doutor Héctor José Garcia Mendoza (Examinador Interno)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DE RORAIMA-UFRR
4. Doutora Marta Silva dos Santos Gusmão (Examinadora Externa)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DO AMAZONAS-UFAM
5. Doutor Francisco Roberto Pinto Mattos (Examinador Externo)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO DE JANEIRO-UFRJ
6. Doutor Licurgo Peixoto de Brito (Examinador Interno Suplente)
INSTITUIÇÃO: UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ-UFPA

Manaus-AM, 30/11/2020



Documento assinado eletronicamente por **LICURGO PEIXOTO DE BRITO, Técnico Administrativo em Educação da Coord Polo UFPA REAMEC / ICET - UFMT**, em 04/12/2020, às 18:24, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **JOSEFINA D.BARRERA KALHIL, Docente da Universidade Federal de Mato Grosso**, em 04/12/2020, às 19:00, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Yuri Expósito Nicot, Usuário Externo**, em 05/12/2020, às 00:09, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Héctor José García Mendoza, Usuário Externo**, em 07/12/2020, às 11:27, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **Marta Silva dos Santos Gusmão, Usuário Externo**, em 07/12/2020, às 12:13, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



Documento assinado eletronicamente por **FRANCISCO ROBERTO PINTO MATTOS, Usuário Externo**, em 07/12/2020, às 17:15, conforme horário oficial de Brasília, com fundamento no art. 6º, § 1º, do [Decreto nº 8.539, de 8 de outubro de 2015](#).



A autenticidade deste documento pode ser conferida no site http://sei.ufmt.br/sei/controlador_externo.php?acao=documento_conferir&id_orgao_acesso_externo=0, informando o código verificador **3076688** e o código CRC **7D84247C**.

A Deus, o autor da vida.

À minha esposa, Laodicéia Melo, pelo amor verdadeiro e por sempre permanecer ao meu lado.

Ao meus filhos, Lara Rebheca, Davi e Sara Nicolly, fontes de bênçãos de Deus em nossas vidas.

Aos meus pais, Nestor e Aldenora, que sempre me incentivaram nos estudos.

Aos demais familiares e amigos.

AGRADECIMENTOS

Ao concluir mais uma etapa da minha formação profissional, reconheço que não teria conseguido vencer sem o apoio de muitas pessoas que contribuíram, direta ou indiretamente, com a realização deste trabalho. Por isto, gostaria de registrar aqui os meus sinceros agradecimentos a Deus, que sempre guiou os meus passos, e a todas as pessoas que se envolveram na concretização desta pesquisa educacional.

Ao meu orientador, Prof^o. Dr. Yuri Expósito Nicot, por ser esta pessoa dedicada, responsável, que possui sábias palavras, verdadeiramente um mestre na condução deste trabalho doutoral e pela amizade cultivada nestes quatro anos.

Ao Prof^o. Dr. Licurgo Peixoto de Brito, coordenador do Polo UFPA, pelas orientações e cuidados para com todos os doutorandos do programa REAMEC, além das excelentes aulas ministradas nos encontros presenciais em Belém/PA. Agradecemos sua valiosa participação e contribuição nesta pesquisa.

À Prof^a. Dr^a. Josefina Diosdada Barrera Kalhil, coordenadora do Polo Acadêmico de Manaus da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC), por sua dedicação ao ensino e à coordenação das atividades do polo UEA, pois recebemos importantes orientações durante suas aulas e ao avaliar este trabalho de tese.

A todos os professores componentes da banca examinadora desta tese, Prof^o. Dr. Yuri Expósito Nicot, Prof^a. Dr^a. Marta Silva dos Santos Gusmão, Prof. Dr. Francisco Roberto Pinto Mattos, Prof^a. Dr^a. Josefina Diosdada Barrera Kalhil, Prof. Dr. Héctor José Garcia Mendoza, Prof. Dr. Licurgo Peixoto de Brito e Prof. Dr. Nilomar Vieira de Oliveira, que realizaram a leitura, análise, avaliação e sugestões ao trabalho apresentado no processo de qualificação quando as ideias da pesquisa ainda estavam maturando.

Aos professores da REAMEC, que sempre se mostraram dedicados e empenhados na formação de qualidade de doutores em Educação em Ciências e Matemática na região Amazônica.

Aos amigos da turma REAMEC, pela amizade cultivada durante estes anos de convivências e pelas palavras de incentivos que foram muito importantes nesta caminhada.

Aos integrantes do Grupo de Estudos em Modelagem Matemática (GEMM) da Universidade Federal do Pará pelas relevantes reuniões que participamos e pelas importantes discussões realizadas que enriqueceram as minhas práticas com a Modelagem em sala de aula.

Aos alunos que participaram da pesquisa, pela disponibilidade em realizar as atividades propostas, contribuindo, assim, com a concretização deste trabalho.

CARVALHO, D. S. **Modelagem Matemática na Perspectiva do Ensino Desenvolvidor**. 2020. 162f. Tese (Doutorado em Educação em Ciências e Matemática) – Universidade Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática. Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática. Polo UFPA. Belém, 2020.

Resumo

A Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática tem sido desenvolvida no Brasil desde o final da década de 1970, sendo que do ponto de vista da sua aplicação no campo da educação, surgiram diversas concepções teóricas, como: Ambiente de Aprendizagem, Alternativa Pedagógica, Estratégia de Ensino e Aprendizagem, Alternativa Metodológica, Perspectiva de Ensino, entre outras. Apesar dos distintos enfoques que se apresentam nas pesquisas, o objetivo primordial do trabalho com a Modelagem Matemática no campo educacional é contribuir com o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática na sala de aula, para que os alunos consigam identificar, interpretar, resolver, elaborar e validar situações-problema do cotidiano. Estudos recentes revelam que professores de Matemática que trabalham com a Modelagem têm encontrado dificuldades em aplicá-la no ambiente escolar devido à falta de envolvimento dos alunos em atividades específicas no processo de Modelagem e à insegurança dos professores ao desenvolverem as distintas fases da Modelagem Matemática em sala de aula. Esta situação, aliada aos resultados insuficientes obtidos pelos alunos em avaliações nacionais e internacionais na disciplina de Matemática, requer a realização de pesquisas pedagógicas que venham favorecer o processo educacional. O objetivo desta pesquisa é realizar um estudo da Teoria Desenvolvimental de Davydov partindo da inserção das suas ações concretas em atividades didáticas e metodológicas em Modelagem Matemática durante o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina de Matemática do terceiro ano do Ensino Médio Integrado ao Técnico em um Campus do Instituto Federal do Maranhão. A concepção de Modelagem Matemática adotada é a “Alternativa Pedagógica”, defendida por Almeida, Silva e Vertuan (2013). Os procedimentos metodológicos utilizados nesta pesquisa qualitativa foram os seguintes: estudos bibliográficos, pesquisa de campo em uma abordagem de observação participante, além dos instrumentos de coleta de dados como os registros em áudio, produção de relatórios das atividades pelos alunos e entrevista semiestruturada com os líderes dos grupos utilizando como estratégia o Grupo Focal. Os dados coletados foram analisados por meio da Análise Textual Discursiva de Moraes e Galiazzi (2016), envolvendo unitarização, categorização e metatexto. Neste trabalho científico, foram desenvolvidos os três momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, apresentados por Almeida, Silva e Vertuan (2013), à luz da Teoria Desenvolvimental de Davydov. Os resultados evidenciaram que atividades de Modelagem Matemática com inserções das ações de Davydov, desenvolvidos por meio de um modelo pedagógico, favoreceram a motivação, a aprendizagem significativa e por descoberta. Além disso, elementos do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma Ativa, como a autonomia, a motivação, a atitude investigativa, a interação social e a orientação foram identificadas nestas atividades, contribuindo com a permanência dos alunos na realização das atividades de Modelagem na sala de aula.

Palavras-chave: Processo de Ensino e Aprendizagem; Modelagem Matemática; Teoria Desenvolvimental.

CARVALHO, D. S. **Mathematical Modeling in Developmental Teaching Perspective**. 2020. 162f. Thesis (Doctorate in Science and Mathematics Education) - Federal University of Mato Grosso. Graduate Program in Science and Mathematics Education. Amazon Science and Mathematics Education Program. UFPA Pole. Belem, 2020.

Abstract

Mathematical Modeling within Mathematics Education has been developed in Brazil since the late 1970s. Regarding its application in the field of education, several theoretical concepts have emerged, such as: Learning Environment, Pedagogical Alternative, Teaching and Learning Strategy, Methodological Alternative, Teaching Perspective, among others. Despite the different approaches presented in literature, the primary objective of Math Modeling in the educational field is to contribute to the Teaching and Learning Process of Mathematics in the classroom, so that students can identify, interpret, solve, elaborate and validate everyday problem situations. Recent studies have revealed that Math teachers who work with Modeling have found difficulties in applying it in school environment due to the lack of student involvement in specific activities in the Modeling process and teachers' insecurity when developing the different phases of Mathematical Modeling in the classroom. This situation, combined with the insufficient results obtained by students in Math national and international assessments, requires the conduct of pedagogical research which will favor the educational process. The objective of this research is to carry out a study of Davydov's Developmental Theory starting from the insertion of his concrete actions in didactics and methodological activities in Mathematical Modeling during the Teaching and Learning Process of Mathematics on third-year High School students in the Federal Institute of Maranhao. The concept of Math Modeling adopted is the "Pedagogical Alternative", defended by Almeida, Silva and Vertuan (2013). The methodological procedures used in this qualitative research were as follows: bibliographic studies, field research in a participatory observation approach, in addition to data collection instruments such as audio records, production of activity reports by students and semi-structured interviews with group leaders using the Focus Group as a strategy. The collected data were analyzed using the Textual Discursive Analysis of Moraes and Galiazzi (2016), involving unitarization, categorization and metatext. In this scientific work, the three moments of student familiarization with Mathematical Modeling, presented by Almeida, Silva and Vertuan (2013), in the light of Davydov's Developmental Theory were carried out. The results showed that Mathematical Modeling activities using Davydov's actions, developed through a pedagogical model, favored motivation, meaningful and discovery learning. In addition, elements of the Teaching and Learning Process in an Active way, such as autonomy, motivation, investigative attitude, social interaction and guidance were identified in these activities, contributing to the students' permanence in carrying out Modeling activities in the classroom.

Keywords: Teaching and Learning Process; Mathematical Modeling; Developmental Theory.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Primeiro Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.	37
Figura 2 – Segundo Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.	38
Figura 3 – Terceiro Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.	39
Figura 4 – Fases da Modelagem Matemática.	41
Figura 5 – Estrutura da Atividade Humana.	59
Figura 6 – Modelo Pedagógico Geral da Associação da Modelagem Matemática com a Teoria Desenvolvidora de Davydov.	68
Figura 7 – Modelo Pedagógico da associação das fases da Modelagem Matemática com as ações da Teoria Desenvolvidora de Davydov.....	71

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Título da Dissertação, autores, IES e ano de defesa.....	66
Quadro 2 – Tópico: Fatores que contribuíram para o aprendizado – Grupo Focal.....	111
Quadro 3 – Tópico: Fatores negativos ao realizarem atividades de Modelagem Matemática – Grupo Focal.....	112
Quadro 4 – Categoria Emergente 1 – Grupo Focal.....	113
Quadro 5 – Tópico: Compreensão dos objetivos das atividades – Grupo Focal.	115
Quadro 6 – Tópico: Envolvimento dos componentes do grupo em resolver as questões e os motivos para a realização das atividades – Grupo Focal.	116
Quadro 7 – Tópico: Sugestão dos alunos – Grupo Focal.....	116
Quadro 8 – Categoria Emergente 2 – Grupo Focal.....	118

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Número de artigos da Modalidade de CC e concepções adotadas.	46
Tabela 2 – Número de artigos da Modalidade de RE e concepções adotadas.....	48
Tabela 3 – Número de artigos da Modalidade CC e RE e as concepções adotadas no Ensino Médio.....	50
Tabela 4 – Quantidade de Trabalhos publicados no Banco de Teses e Dissertações da CAPES envolvendo a Teoria Desenvolvimental.....	65
Tabela 5 – Simulação de investimento na Caderneta de Poupança detalhando a situação inicial de cada mês, os juros cobrados, a parcela retirada mensalmente e a situação final.....	91
Tabela 6 – Simulação de investimento no Tesouro Direto Selic detalhando a situação inicial de cada mês, os juros cobrados, a parcela retirada mensalmente e a situação final.....	91
Tabela 7 – Simulação de investimento realizado na empresa A2 TRADER detalhando o tempo, o saldo inicial de cada mês, os juros recebidos, a parcela retirada mensalmente e o saldo final.....	93
Tabela 8 – Simulação de investimento realizado na empresa A2 TRADER com dados atualizados detalhando o tempo, o saldo inicial de cada mês, os juros recebidos, a parcela retirada mensalmente e o saldo final.....	94

LISTA DE SIGLAS E ABREVIATURAS

ATD –	Análise Textual Discursiva
BNCC –	Base Nacional Comum Curricular
C –	Capital Inicial
CAPES –	Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior
CDB –	Certificado de Depósito Bancário
CC –	Comunicação Científica
CNMEM –	Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática
i –	Taxa de Juros
IES –	Instituição do Ensino Superior
IFG –	Instituto Federal de Goiás
INEP –	Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira
M –	Montante
MEC –	Ministério da Educação
MM –	Modelagem Matemática
NDP –	Nível de Desenvolvimento Potencial
NDR –	Nível de Desenvolvimento Real
OCDE –	Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico
P –	Parcela
PEA –	Processo de Ensino e Aprendizagem
PISA –	Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (sigla em inglês)
PUC –	Pontifícia Universidade Católica
RE –	Relato de Experiência
SAEB –	Sistema de Avaliação da Educação Básica
TEDD –	Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov
UNESP –	Universidade Estadual de São Paulo
UNICAMP –	Universidade Estadual de Campinas
UFG –	Universidade Federal de Goiás
V –	Valor atual
ZDP –	Zona de Desenvolvimento Proximal

SUMÁRIO

	INTRODUÇÃO	16
1	MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA	23
1.1	PERSPECTIVAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ÂMBITO EDUCACIONAL.....	23
1.2	PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FORMA ATIVA E A MATEMÁTICA NA ATUALIDADE	29
1.3	CONCEPÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA	35
1.3.1	Importância da Modelagem Matemática para desenvolvimento cognitivo dos alunos	40
1.4	CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA PRESENTES EM PESQUISAS NO BRASIL	45
2	TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV	52
2.1	A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL.....	52
2.2	TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV	56
3	PROPOSTA DESTA PESQUISA: A TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV E SUA PERSPECTIVA NA MODELAGEM MATEMÁTICA	65
3.1	MODELO PEDAGÓGICO GERAL DA ASSOCIAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM A TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV	67
3.2	MODELO PEDAGÓGICO DA ASSOCIAÇÃO DAS FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM AS AÇÕES DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV	70
3.3	METODOLOGIA DESENVOLVIDA NA PESQUISA.....	73
4	DESENVOLVIMENTO DO MODELO PEDAGÓGICO	79
4.1	DESENVOLVIMENTO DO PRIMEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	80
4.1.1	A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov .	81
4.1.2	A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov	82
4.1.3	A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov ...	84
4.1.4	A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov	85
4.1.5	A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov	86

4.2	DESENVOLVIMENTO DO SEGUNDO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	87
4.2.1	A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov .	89
4.2.2	A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov	90
4.2.3	A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov ...	92
4.2.4	A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov	95
4.2.5	A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov	95
4.3	DESENVOLVIMENTO DO TERCEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA	97
4.3.1	A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov .	98
4.3.2	A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov	100
4.3.3	A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov .	101
4.3.4	A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov	102
4.3.5	A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov	103
5	ANÁLISE, DISCUSSÃO E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS.....	106
5.1	UNIDADES DE SIGNIFICADOS, CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS E CATEGORIA EMERGENTE 1	107
5.2	UNIDADES DE SIGNIFICADOS, CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS E CATEGORIA EMERGENTE 2	113
	CONSIDERAÇÕES FINAIS	119
	REFERÊNCIAS.....	123
	APÊNDICES	128
	APÊNDICE A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA	128
	APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO	129
	APÊNDICE C - CARTA_ENCAMINHAMENTO_CEP	132
	APÊNDICE D - DECLARACAO_ISENCAO_DE_ONUS_UFPA.....	133
	APÊNDICE E - TERMO DE ACEITE DO ORIENTADOR.....	134
	APÊNDICE F - TERMO_COMPROMISSO_PESQUISADOR.....	135
	APÊNDICE G - ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA.....	136

APÊNDICE H - ROTEIRO PARA AS ATIVIDADES.....	137
APÊNDICE I - ROTEIRO PARA O RELATÓRIO FINAL.....	138
APÊNDICE J - TERMO DE ASSENTIMENTO	139
APÊNDICE K - TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM OS SEIS ALUNOS QUE FORAM LÍDERES DOS GRUPOS FORMADOS	142
APÊNDICE L - SÍNTESE DA ASSOCIAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM AS SEIS AÇÕES DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV	155
ANEXOS.....	156
ANEXO A – QUESTÕES QUE OS ALUNOS RECEBERAM NO PRIMEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA .	156
ANEXO B – QUESTÃO COMENTADA EM SALA COM OS ALUNOS QUE SERVIU DE BASE PARA DESENVOLVEREM A PESQUISA NO SEGUNDO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA .	158
ANEXO C – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA DO INSTITUTO DA CIÊNCIAS EM SAÚDE DA UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ	159

INTRODUÇÃO

“Ensinar não é transferir conhecimentos, mas criar possibilidades para sua própria produção ou a sua construção.”
(FREIRE, 2003, p. 47).

A aprendizagem escolar está relacionada com a maneira em que o ensino é desenvolvido nas salas de aula. Assim, é importante que estudos e pesquisas, envolvendo o Processo de Ensino e Aprendizagem, sejam realizados com o objetivo de se compreender quais as metodologias e as didáticas que favorecem o desenvolvimento dos alunos na aprendizagem dos conceitos científicos durante o processo educacional. Estes estudos e pesquisas se mostram relevantes na atualidade brasileira, pois muitos estudantes têm obtido resultados insatisfatórios em avaliações nacionais e internacionais, como no Sistema de Avaliação da Educação Básica (SAEB) e no Programa Internacional de Avaliação de Estudantes (PISA, sigla em inglês) (SAEB, 2017; PISA, 2018), principalmente os resultados na disciplina de Matemática do Ensino Médio.

O SAEB é um processo de avaliação em larga escala realizado, a cada dois anos, pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP) para avaliar a aprendizagem dos alunos do 5º e 9º ano do Ensino Fundamental e 3º ano do Ensino Médio. Neste sistema, são analisadas as proficiências de Português e Matemática que são retiradas da Prova Brasil, sendo que são organizadas em uma escala de 0 a 9. Os níveis de 0 a 3 são considerados insuficientes, de 4 a 6 são relacionados ao nível de conhecimento básico e de 7 a 9 são considerados adequados. No resultado do SAEB (2017), o Ensino Médio foi classificado no nível 2 de proficiência, sendo que em Matemática 71,67% dos alunos apresentaram nível insuficiente de aprendizagem.

Já o PISA é coordenado pela Organização para Cooperação e Desenvolvimento Econômico (OCDE) que aplica a prova e avalia a capacidade do jovem de 15 anos em buscar, selecionar, interpretar, integrar e analisar informações e textos associados a situações contextualizadas. A última avaliação do PISA ocorreu em 2018 e foi realizada em 80 países. Em Matemática, os dados são distribuídos em uma escala que vai de 1 a 6, sendo que de acordo com a OCDE PISA (2018), o nível mínimo esperado é o nível 2, considerado o básico para a aprendizagem e a participação na vida social, econômica e cívica das sociedades. No Brasil, cerca de 13.000 estudantes foram avaliados, sendo que destes, 68,1% ficaram abaixo do nível 2, por causa disto, o Brasil caiu da 65ª posição em 2015 para 70ª posição nesta última edição,

revelando, assim, as dificuldades dos estudantes brasileiros em formular, empregar, interpretar e avaliar problemas (OCDE, PISA, 2018).

Os dados divulgados nestas avaliações revelam a necessidade de pesquisas na Educação Matemática com o objetivo de compreender os baixos resultados dos alunos, além de apresentar alternativas pedagógicas para favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática na Educação Básica, principalmente no Ensino Médio, pois, neste nível de ensino, se encontram os alunos com os piores desempenhos nesta disciplina, segundo os dados do SAEB (2017).

No Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa, os alunos passam a ter liberdade para discutir o conteúdo, solucionar os problemas e apresentar suas descobertas aos colegas da classe, ou seja, os alunos passam a ter uma atitude ativa durante o desenvolvimento das atividades. Neste caso, o professor não se apresenta como o dono do saber, mas como um orientador, um mediador que estimula os alunos a serem independentes na busca pelos conhecimentos científicos e no reconhecimento de sua aplicação no contexto social. Estas são algumas características das metodologias ativas em que os alunos também passam a ser responsáveis por sua própria aprendizagem.

Exatamente na busca em analisar e discutir conhecimentos didáticos e metodológicos que favoreçam o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática na sala de aula é que se propõe o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov.

A Modelagem Matemática no âmbito da Educação Matemática está sendo desenvolvida há mais de 40 anos no Brasil e muitos autores da área, como Bassanezi (2011), Biembengut e Hein (2013), Barbosa (2001), Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Burak (1992) têm se destacado no cenário nacional. Estes pesquisadores têm contribuído com a divulgação da Modelagem Matemática na comunidade educacional e científica por meio dos congressos, seminários, palestras, publicação de livros e artigos, além da orientação de trabalhos científicos aos estudantes e futuros professores da formação inicial, professores da formação continuada e das pós-graduações.

Rodney Carlos Bassanezi, no prefácio do livro de Almeida, Silva e Vertuan (2013), destaca que a Modelagem Matemática surgiu mais por necessidade do que por acaso em um curso de especialização de professores. Durante o curso, foi trocado o enfoque clássico por atividades relacionadas ao contexto social dos alunos. O resultado foi que os alunos tiveram maior motivação para resolverem os problemas cujos temas foram escolhidos por eles, do que aqueles que se apresentavam nos livros de Matemática, sendo importante destacar que os conteúdos matemáticos trabalhados eram análogos aos presentes nos livros didáticos.

A Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2018) enfatiza que o Processo de Ensino e Aprendizagem seja desenvolvido de forma ativa em ações docentes que visem ao desenvolvimento das capacidades cognitivas dos alunos e à formação de competências específicas em Matemática. Para isto, destaca a utilização da Modelagem Matemática como um caminho possível na Educação Básica, enfatizando a necessidade de se desenvolver a cidadania e não apenas aplicações mecanicistas. Desse modo, o Ministério da Educação (MEC) registrou nas Orientações Curriculares para o Ensino Médio, no seu volume dois, que:

[...] os estudos em educação matemática também têm posto em evidência, como um caminho para se trabalhar a Matemática na escola, a idéia de modelagem matemática, que pode ser entendida como a habilidade de transformar problemas da realidade em problemas matemáticos e resolvê-los interpretando suas soluções na linguagem do mundo real (BRASIL, 2006, p. 84).

A orientação do Ministério da Educação do Brasil, em se trabalhar a Modelagem Matemática com os alunos da Educação Básica, visa incentivar a sua utilização pelos professores na sala de aula para despertar o interesse dos alunos nos estudos da Matemática ao realizarem pesquisas relacionadas com o cotidiano. A atual BNCC, publicada no primeiro semestre de 2017, conservou em seu conteúdo a ênfase da utilização da Modelagem Matemática como estratégia de ensino na Educação. A Modelagem é uma das abordagens de ensino e aplicações da Matemática na Educação Básica e, segundo a BNCC, é ao mesmo tempo objeto e estratégia para a aprendizagem desta disciplina (BNCC, 2018).

No cenário nacional, apresentam-se várias concepções que fundamentam a prática da Modelagem Matemática em sala de aula, como as defendidas por Bassanezi (2011), Biembengut e Hein (2013), Barbosa (2001), Almeida, Silva e Vertuan (2013), Burak (1992), entre outras. Neste trabalho, o termo “concepção” aparece no sentido de compreensão, percepção e/ou conceito, ou seja, quando aparecer a expressão “concepção de Modelagem Matemática” estará sendo feita referência às compreensões, percepções e/ou conceitos que os teóricos da Modelagem Matemática apresentaram em suas publicações científicas.

A concepção adotada neste trabalho é aquela apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 9), que enfatizam que “a Modelagem Matemática constitui uma alternativa pedagógica em que se aborda, por meio da matemática, um problema não essencialmente matemático”. O problema não essencialmente matemático diz respeito àquele que tem sua origem em situações do cotidiano e que necessita de conhecimentos matemáticos para ser resolvido, ou seja, não foi originado dentro da própria matemática.

Observa-se que o número de trabalhos relacionados com investigações e publicações sobre Modelagem Matemática tem aumentado nos últimos anos, no entanto, pesquisas nesta temática revelam que a Modelagem Matemática não tem sido utilizada nas salas de aulas de forma efetiva (CEOLIM; CALDEIRA, 2017; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; MAGNUS, 2012; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, entre outros). Existem várias dificuldades apontadas pelos professores ao desenvolverem as atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, entre aquelas apresentadas por Ceolim e Caldeira (2017, p. 766), podem-se destacar a “insegurança dos professores em utilizar a Modelagem em suas aulas e as dificuldades em envolver os estudantes num ambiente de Modelagem”.

Uma das dificuldades em utilizar a Modelagem Matemática no ensino de conhecimentos, conceitos e conteúdos curriculares está relacionada à insegurança dos professores durante suas aulas, pois geralmente surgem questionamentos com os quais eles ainda não estão familiarizados, deixando-os em um ambiente de dúvidas e de incertezas (CEOLIM; CALDEIRA, 2017). Por causa disto, muitos professores que tiveram contato com a Modelagem Matemática na formação inicial ou continuada se sentem inseguros em desenvolver estas atividades com seus alunos (CEOLIM; CALDEIRA, 2017). Neste aspecto, é importante que sejam realizados estudos que venham propor soluções para que estas dificuldades sejam superadas ou minimizadas e para que a Modelagem possa ser utilizada com mais frequência nas escolas.

A outra dificuldade está relacionada ao envolvimento dos alunos em atividades de Modelagem, pois em um contexto tradicional de ensino, geralmente os alunos não formam habilidades para pesquisar, elaborar e resolver situações-problema, bem como realizar estudos e discussões em grupos, entre outras ações. Segundo Ceolim e Caldeira (2017), tais dificuldades foram encontradas em relatos de professores recém graduados em Licenciatura em Matemática e que tiveram a disciplina de Modelagem Matemática na grade curricular na perspectiva da Educação Matemática. Desta forma, teoricamente não eram para apresentar tal dificuldade, já que tiveram o privilégio de receber orientações de como desenvolver atividades de Modelagem em sala de aula. Assim, é importante que pesquisas sejam realizadas para se entender as dificuldades em envolver os alunos nestas atividades e propor alternativas pedagógicas que contribuam com o processo educacional.

No intuito de contribuir com pesquisas relacionadas com o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, foram realizadas atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov em uma turma do Ensino Médio. Esta teoria foi proposta por Vasili Vasilovich Davydov, seguidor das ideias de Vygotsky

(DAVYDOV, 1988a), o qual defende um ensino que “promove e amplia o desenvolvimento mental e o desenvolvimento da personalidade” (DALBEN *et al.*, 2010, p. 96). Tal Teoria recepciona o pensamento de Vygotsky sobre a Interação Social e defende que ela é o “veículo fundamental para a transmissão dinâmica (de inter para intrapessoal) do conhecimento social, histórica e culturalmente construído” (MOREIRA, 2011, p. 110) e, desta forma, argumenta que o ensino precede o desenvolvimento interno (VYGOTSKY, 2005). Assim, a Teoria de Davydov apresenta ações que trazem orientações para serem realizadas por professores e alunos durante as atividades de Modelagem Matemática na escola, favorecendo a aprendizagem dos conceitos matemáticos.

Além de receber influências de Vygotsky, Davydov também foi influenciado pelas ideias de Leontiev com a Teoria da Atividade. Para Vygotsky (2005), a interação social é fundamental para o desenvolvimento cognitivo, pois é por meio da socialização que os processos mentais superiores são desenvolvidos. Sendo que, para Leontiev (1978), a aprendizagem ocorrerá quando os alunos estiverem em Atividade propriamente dita, ou seja, quando o objetivo da tarefa, que estão desenvolvendo, coincidir com o motivo pessoal dos alunos em sua realização. Estes conhecimentos são levados em consideração quando o professor desenvolve ações em sala de aula à luz da Teoria Desenvolvimental de Davydov.

Conforme Ceolim e Caldeira (2017), os alunos têm encontrado dificuldades de se envolverem em atividades de Modelagem Matemática na sala de aula, pois não estão habituados a se posicionarem de forma ativa durante as aulas. Assim, a realização de pesquisas envolvendo atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvimental de Davydov são importantes para se conhecer em que aspectos as atividades desta natureza contribuirão para o envolvimento dos alunos nos estudos, principalmente em relação à aprendizagem dos conceitos matemáticos.

A BNCC (2018) destaca a importância do estudo dos conceitos básicos de economia e finanças, visando à educação financeira dos alunos ao estudarem sobre taxas de juros, inflação, aplicações financeiras e impostos na disciplina de Matemática do terceiro ano do Ensino Médio. Desta forma, considerando a relevância do tema e a necessidade de que os alunos aprendam seus conceitos e aplicações, foi que se desenvolveu atividades de Modelagem Matemática com elementos da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov envolvendo este relevante assunto do Ensino Médio.

O problema científico que sustenta esta pesquisa é o seguinte: Atividades didáticas e metodológicas do conhecimento matemático utilizando a Modelagem Matemática à luz da

Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa?

O **Objetivo Geral** deste trabalho é: Realizar um estudo investigativo da Teoria Desenvolvimental de Davydov partindo da inserção das suas ações concretas em atividades didáticas e metodológicas em Modelagem Matemática durante o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina de Matemática do Ensino Médio, elaborando, assim, um modelo pedagógico.

Os **Objetivos Específicos** são:

- Analisar as concepções de Modelagem Matemática na Educação Matemática;
- Identificar os elementos distintivos relacionados ao Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa;
- Verificar como se estrutura um modelo pedagógico relacionando a Modelagem Matemática com as ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov para favorecer o processo de formação e definição de conceitos matemáticos durante a realização das atividades.

As questões norteadoras desta pesquisa são: i) Quais as concepções de Modelagem Matemática que se apresentam nas pesquisas desenvolvidas no Brasil? ii) Quais os elementos que caracterizam o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa? iii) Como as ações fundamentais da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov podem ser associadas às fases da Modelagem Matemática para a elaboração de um modelo pedagógico que favoreça o processo de formação e definição de conceitos matemáticos?

A pesquisa ocorreu com alunos do Ensino Médio integrado ao técnico em um Campus do Instituto Federal do Maranhão no segundo semestre de 2019. As atividades de Modelagem foram desenvolvidas em três ocasiões, chamadas de momentos de familiarização da Modelagem Matemática proposto por Almeida, Silva e Vertuan (2013), sendo que estas atividades foram desenvolvidas na perspectiva da Teoria de Ensino Desenvolvimental de Davydov.

No primeiro momento, os alunos receberam uma questão com todos os dados fornecidos e reunidos em grupos realizaram a resolução do problema; no segundo momento, eles receberam outra questão, mas sem os dados, neste caso, os alunos tiveram que realizar pesquisas para inserir as informações que fossem convenientes para resolverem o problema e, por fim, no terceiro momento, os alunos realizaram pesquisas para elaborar uma situação-problema, inserir os dados e, em seguida, resolver a questão. Durante estes momentos, os alunos pesquisaram e investigaram situações do cotidiano envolvendo o conteúdo de juros simples e compostos, pois este era um dos assuntos que estavam programados para serem trabalhados na terceira série do

Ensino Médio. Após cada um dos três momentos de estudos, os alunos realizaram apresentações de seus resultados aos demais colegas da sala de aula. Procurou-se evidenciar as contribuições do desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvimental de Davydov durante o Processo de Ensino e Aprendizagem de juros simples e compostos.

A tese a defender neste trabalho é: As atividades didáticas e metodológicas do conhecimento matemático utilizando um modelo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática com inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa.

O presente trabalho está dividido em partes compostas por: Introdução, cinco capítulos, considerações finais, referências, apêndices e anexos. No primeiro capítulo, apresenta-se o referencial teórico da Modelagem Matemática na Educação Matemática com as concepções presentes na literatura brasileira da área, destacando a análise da concepção “Alternativa Pedagógica” que foi adotada nesta pesquisa. Neste contexto, comentou-se também sobre as metodologias ativas e suas características, assim como a contribuição para o desenvolvimento cognitivo dos alunos proporcionado pela utilização da Modelagem Matemática na sala de aula.

O segundo capítulo contém a fundamentação teórica da Teoria Histórico Cultural, que apresenta esclarecimentos sobre a diferença entre problema, situação-problema e tarefa. Em seguida, comentou-se sobre a Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, as contribuições de Vygotsky e Leontiev, bem como o desenvolvimento das ações da Teoria de Ensino Desenvolvimental com os três momentos de familiarização da Modelagem Matemática.

No terceiro capítulo, realizou-se os encaminhamentos metodológicos e didáticos necessários para o desenvolvimento do modelo pedagógico envolvendo a Modelagem Matemática desenvolvidos com os alunos do Ensino Médio à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

No quarto capítulo, apresentou-se o planejamento e aplicação do Modelo Pedagógico em uma turma do Ensino Médio, bem como a descrição das fases que foram percebidas durante o processo educacional. Identificou-se as fases da Modelagem Matemática com as ações de Davydov em cada momento de familiarização da Modelagem.

Já no quinto capítulo, fez-se a análise, discussão e interpretação dos dados coletados em um Grupo Focal realizado com os líderes dos grupos que participaram das atividades de Modelagem Matemática associadas às seis ações propostas por Davydov na Teoria do Ensino Desenvolvimental, utilizando, nesse processo, a Análise Textual Discursiva.

1 MODELAGEM MATEMÁTICA NA EDUCAÇÃO MATEMÁTICA

*“O que eu ouço, eu esqueço.
O que eu vejo, eu lembro.
O que eu faço, eu entendo.”*
(Provérbio Chinês do filósofo Confúcio).

A Modelagem Matemática na Educação Matemática conta com estudiosos da área que se destacam no cenário nacional, por isto, buscou-se conhecer os principais teóricos da Modelagem e seus entendimentos sobre a maneira de se desenvolver atividades desta natureza na sala de aula. Procurou-se identificar algumas características presentes nas metodologias ativas que favorecem o Processo de Ensino e Aprendizagem, principalmente em relação à Matemática na atualidade. Após o conhecimento dos principais entendimentos sobre Modelagem e dos elementos distintivos das metodologias ativas, destacou-se a concepção adotada nesta pesquisa, discorrendo sobre a contribuição da Modelagem Matemática para o desenvolvimento cognitivo dos alunos. Discutiu-se, também, sobre as concepções de Modelagem Matemática que fundamentaram vários trabalhos científicos realizados no Brasil, contribuindo, assim, para o desenvolvimento destas atividades em diferentes níveis de ensino.

1.1 PERSPECTIVAS DA MODELAGEM MATEMÁTICA NO ÂMBITO EDUCACIONAL

A Modelagem Matemática passou a ser utilizada no campo da Educação Matemática no final da década de 1970, tendo como pioneiros os professores Aristides Camargo Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney Carlos Bassanezi (BIEMBENGUT, 2003). O professor Aristides C. Barreto utilizou a Modelagem Matemática nas suas aulas da graduação na PUC/RJ, o professor Ubiratan D’Ambrósio promoveu cursos e coordenou projetos de Modelagem na UNICAMP/SP e o professor Rodney C. Bassanezi se tornou o principal disseminador da Modelagem Matemática, pois adotou-a em suas práticas de sala de aula na graduação, pós-graduação e na formação de professores (BIEMBENGUT, 2003). Estes três professores são referências nos estudos, pesquisas e investigações envolvendo atividades de Modelagem na Educação Matemática.

O professor Aristides C. Barreto influenciou alunos e professores ao divulgar suas atividades de Modelagem Matemática em seminários e congressos da área da Educação Matemática. Um dos professores influenciados por Barreto foi Rodney Bassanezi, que passou a divulgar as atividades de Modelagem Matemática e a escrever livros sobre o assunto,

apresentando as práticas desenvolvidas com seus alunos, como na publicação dos livros “Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática” e “Modelagem Matemática – Teoria e Prática”. Maria Salett Biembengut foi aluna de Bassanezi e destacou-se com trabalhos de Modelagem desenvolvidos no Ensino Básico, realizando publicações de livros que se tornaram referências para professores da Educação Básica, como, por exemplo, os livros com os títulos “Modelagem Matemática no Ensino” (livro escrito com Nelson Hein) e “Modelagem Matemática na Educação e na Ciência”.

Em nível internacional, as pesquisadoras Kaiser e Sriraman (2006) destacaram, em seus trabalhos sobre Modelagem Matemática, que a Perspectiva Educacional estava presente nos trabalhos de Blum e Niss (1991), pois integraram as ideias pragmáticas e científicas. Na Perspectiva Educacional, estas duas ideias se relacionavam de forma harmônica, considerando que a pragmática tinha um foco em trabalhar apenas com a Matemática que fosse útil para resolver problemas do dia a dia, enquanto que a científica enfatizava o relacionamento da Matemática com outras áreas da realidade, mas a necessidade de estudo deveria partir da própria Matemática (KAISER; SRIRAMAN, 2006). Assim, a pragmática focava na Matemática que fosse útil para o aluno, enquanto a científica enfatizava a necessidade de estudo dos conceitos matemáticos relacionados com a realidade, mesmo que não estivessem relacionados diretamente com o cotidiano dos alunos.

Outros pesquisadores brasileiros em Modelagem Matemática, como Jonei Barbosa, Dionísio Burak, Lourdes Werle de Almeida, Karina Silva, Rodolfo Vertuan e Tiago Klüber receberam influências de Aristides C. Barreto, Ubiratan D’Ambrósio e Rodney C. Bassanezi. Com o crescimento do número de pesquisadores na área, surgiram distintas definições de Modelagem Matemática que passaram a ser defendidas em congressos, livros e em trabalhos publicados. As concepções de Modelagem que surgiram desde 1970 favoreceram as discussões sobre a importância de seu desenvolvimento teórico e de sua aplicação na sala de aula.

Rodney Carlos Bassanezi contribuiu com a divulgação de atividades em Modelagem Matemática ao utilizá-la em suas turmas na graduação, pós-graduação e formação de professores, além da realização de palestras sobre esta temática. Para este teórico da Modelagem:

A tônica dos cursos de graduação é desenvolver disciplinas matemáticas “aplicáveis”, em especial aquelas básicas que já serviram como auxiliares na modelagem de fenômenos de alguma realidade como Equações Diferenciais Ordinárias e Parciais, Teoria do Controle Ótimo, Programação Linear e não Linear, [...]. Nos cursos de Mestrado e Doutorado, além de um aprofundamento das disciplinas matemáticas, o objetivo principal é desenvolver a criatividade

matemática do aluno no sentido de torná-lo um modelador matemático quando se dedica ao estudo de alguma situação fenomenológica (BASSANEZI, 2011, p. 35, grifos nossos).

A partir desta interpretação, foi possível observar em qual nível de ensino o professor Bassanezi prioriza desenvolver as atividades de Modelagem Matemática e qual o objetivo que se propõe ao aplicá-la. Tais atividades são direcionadas para os cursos de graduação, mestrado e doutorado com o objetivo de tornarem os alunos modeladores matemáticos, ou seja, alunos que sejam capazes de construir modelos matemáticos que resolvam situações-problema do cotidiano. Deixando evidenciado, assim, que o foco principal das atividades de Modelagem Matemática é a formação do modelo matemático em si. Neste entendimento, para que a atividade de Modelagem Matemática seja considerada satisfatória, é necessário que haja a formação de um modelo matemático, representado por uma expressão algébrica que seja capaz de resolver o problema, bem como solucionar outras situações-problema que tenham características semelhantes.

Rodney Bassanezi atuou também na formação continuada de professores, incentivando-os a desenvolverem atividades de Modelagem Matemática em suas salas de aula. Dessa forma, tornou-se um dos principais divulgadores da prática de Modelagem no Brasil (BIEMBENGUT, 2003).

Para Biembengut e Hein (2013, p. 23), o trabalho com Modelagem Matemática “tem como objetivo principal criar condições para que os alunos aprendam a fazer modelos matemáticos, aprimorando seus conhecimentos”. Esta afirmação aproxima-se da apresentada por Bassanezi (2011), em que se prioriza a formação de modelos capazes de representar as situações reais. Segundo Klüber (2009), a prática de modelagem, neste sentido, segue ritos específicos que não podem ser reproduzidos integralmente no ambiente escolar, pois valoriza mais o produto final do que o Processo do Ensino e Aprendizagem na sala de aula. Klüber (2007, p. 102) destaca ainda que “Biembengut e Bassanezi não apresentam concepção de ensino ou de aprendizagem explícita” e não há citações de teóricos que tratem destes temas em seus trabalhos. Observou-se que o desenvolvimento das atividades de Modelagem está fortemente relacionado a uma base epistemológica da Matemática Aplicada, ou seja, prioriza a formação de um modelo matemático que solucione a situação-problema sem a necessidade de se utilizar os conhecimentos dos teóricos que trabalham com o Processo de Ensino e Aprendizagem na sala de aula.

Além da concepção apresentada por Bassanezi e Biembengut, outra compreensão de Modelagem Matemática presente em vários trabalhos publicados em anais de congressos,

revistas científicas e em trabalhos de graduação ou pós-graduação é a de Barbosa (2001). Este teórico advoga que a Modelagem Matemática:

[...] pode ser entendida em termos mais específicos. Do nosso ponto de vista, trata-se de uma oportunidade para os alunos indagarem situações por meio da matemática sem procedimentos fixados previamente e com possibilidades diversas de encaminhamento. Os conceitos e idéias matemáticas exploradas dependem do encaminhamento que só se sabe à medida que os alunos desenvolvem a atividade. (...) **Modelagem é um ambiente de aprendizagem** no qual os alunos são convidados a indagar e/ou investigar, por meio da matemática, situações oriundas de outras áreas da realidade (BARBOSA, 2001, p. 6, grifos nossos).

Para Barbosa (2001), a Modelagem é um ambiente capaz de envolver os alunos na investigação e na busca de soluções de situações-problema originados em outras áreas do conhecimento. Neste ambiente, não há exigência de se fixar previamente o conteúdo matemático que será utilizado, ou seja, os conceitos matemáticos serão trabalhados de acordo com o surgimento das necessidades no decorrer do desenvolvimento das atividades. Neste sentido, Klüber e Burak (2008) concluíram que nesta concepção não há exigência da formação de um modelo matemático, principalmente para os alunos do Ensino Básico, pois nem sempre possuem conhecimentos suficientes para a construção de modelos algébricos para resolverem o problema. Neste sentido, há possibilidades dos alunos não chegarem em um modelo algébrico durante as atividades, mas se conseguirem interpretar e solucionar a situação-problema por meio da construção de tabelas, desenhos, gráficos, regras aritméticas ou outras expressões que auxiliem na resolução, tal atividade também será considerada de Modelagem Matemática.

Outro conceito de Modelagem, segundo Klüber (2009), é a apresentada por Burak (1992), que considera o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática como uma metodologia ou estratégia de ensino cujo foco está no Processo de Ensino e Aprendizagem. Neste caso, o objetivo principal não está na formação do modelo matemático, mas na construção do conhecimento matemático por parte dos alunos. O pesquisador Dionísio Burak afirma que:

A Modelagem Matemática constitui-se em um conjunto de procedimentos cujo objetivo é construir um paralelo para tentar explicar, matematicamente, os fenômenos presentes no cotidiano do ser humano, ajudando-o a fazer previsões e a tomar decisões (BURAK, 1992, p. 62).

Ademais, além destas características, Burak (1992) enriqueceu seus trabalhos sobre Modelagem Matemática com teóricos da área educacional, como A Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, a Pedagogia da Incerteza de Japiassu, a Teoria da Educação de Novak, a Psicologia do Ensino de Pentead, entre outros autores. Desta forma, observou-se que

houve uma mudança epistemológica na concepção deste pesquisador, pois seus trabalhos se direcionaram para um ensino contextualizado, fruto de influências recebidas das Ciências Sociais (KLÜBER; BURAK, 2008). Este entendimento colabora com o desenvolvimento das atividades em sala de aula, na medida em que traz contribuições de teóricos das Ciências Sociais para o Processo de Ensino e Aprendizagem, principalmente na Educação Básica, em que os alunos estão estudando os conceitos científicos dos fundamentos da Matemática.

Nas pesquisas realizadas por Klüber (KLÜBER, 2007; KLÜBER; BURAK, 2008; KLÜBER, 2009), ficaram evidenciados que alguns trabalhos de Modelagem Matemática foram fundamentados em uma epistemologia da Matemática Aplicada e das Ciências Naturais, onde a formação do Modelo Matemático foi o principal objetivo. Em outros trabalhos, estavam presentes concepções cognitivas do conhecimento com forte influência de uma epistemologia das Ciências Sociais, neste caso, o foco principal passou a ser a construção do conhecimento matemático durante as atividades de Modelagem Matemática. Observa-se que conhecer estas duas possibilidades de trabalhar atividades de Modelagem em sala de aula é fundamental para que o professor possa fazer a opção por aquela que considerar mais relevante para a aprendizagem de seus alunos ao desenvolvê-la na sala de aula.

Segundo Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 20) a Modelagem Matemática é uma “alternativa pedagógica na qual fazemos uma abordagem, por meio da Matemática, de um problema não essencialmente matemático”. Nesta concepção, o foco não está na formação do modelo matemático, mas nos encaminhamentos e procedimentos que são desenvolvidos durante as atividades. Assim, os alunos são incentivados a realizarem atividades de Modelagem em busca de um modelo, mas este não se restringe a uma fórmula algébrica, poderá ser uma tabela, um desenho que represente a situação, ou um determinado padrão que solucione o problema.

Outro conceito presente na literatura é aquela que compreende a Modelagem Matemática como meio para se “educar matematicamente”, pois nesta perspectiva a Matemática é conceituada “como regras e convenções que são estabelecidas dentro de determinado contexto social, histórico e cultural, permeados pelas relações de poder, diferentemente daquela vista como uma descoberta” (MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011, p. 33). Neste aspecto, os autores Meyer, Caldeira e Malheiros (2011) utilizam o termo “educar matematicamente” no sentido de relacionar a prática de modelagem com o desenvolvimento da cidadania dos alunos, buscando fortalecer o senso crítico e a capacidade de resolver situações-problema do cotidiano.

Estas são algumas das concepções de Modelagem Matemática que se apresentam na literatura brasileira que, apesar de serem conceituadas de modos distintos, contém um núcleo de aplicação comum, ou seja, a pesquisa, o estudo, a elaboração, a resolução e a compreensão de um problema da realidade, utilizando para isto conhecimentos matemáticos (MAGNUS, 2015).

Em relação à formação do modelo matemático dentro da Modelagem Matemática, há duas ideias que são predominantes, como visto anteriormente: a que prioriza a formação do modelo matemático e aquela que valoriza mais os encaminhamentos durante o Processo de Ensino e Aprendizagem do que a formação do modelo matemático propriamente dito. Os pesquisadores que valorizam mais a formação do modelo apresentam fortes influências da Matemática Aplicada, enquanto que os pesquisadores que dão ênfase aos procedimentos em sala de aula, durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com os alunos, são fortemente orientados por teóricos das ciências sociais da área educacional.

Para Bunge (2013, p. 16), “um modelo teórico é um sistema hipotético-dedutivo que concerne a um objeto-modelo, que é, por sua vez, uma representação conceitual esquemática de uma coisa ou de uma situação real ou suposta como tal”. A formação do modelo é uma das características da Modelagem Matemática que se utiliza de uma “representação conceitual esquemática” (BUNGE, 2013, p. 16), com o objetivo de colocar em evidência as principais características do objeto de estudo. Neste mesmo raciocínio, Bassanezi (2011, p. 19) enfatiza que o modelo é a formalização através de um sistema artificial, quando se reflete “sobre uma porção da realidade, na tentativa de explicar, de entender, ou agir sobre ela - o processo usual é selecionar, no sistema, argumentos ou parâmetros considerados essenciais”. Estas conceituações de modelos trazem a informação da necessidade de se representar o fenômeno real estudado da forma mais fiel possível, com isto, é utilizado um grande número de variáveis com o intuito de se apresentar um modelo que seja capaz de cumprir o objetivo de representar as situações reais. Este raciocínio é utilizado com maior frequência por pesquisadores da Matemática Aplicada, no entanto, é possível reduzir o número de variáveis para facilitar a construção de modelos matemáticos pelos alunos quando a Modelagem Matemática for desenvolvida no Processo de Ensino e Aprendizagem.

Desta forma, quando se utiliza a Modelagem Matemática na perspectiva da Educação Matemática, a formação do modelo representativo do objeto em análise não é o objetivo principal. Neste caso, a ênfase é dada durante todo o processo de estudos e de pesquisas desenvolvidos durante a realização das atividades de Modelagem. Observando que, mesmo que alguns alunos não consigam chegar na formação de um modelo matemático, as atividades

desenvolvidas em sala de aula serão valorizadas pelo professor, pois os conhecimentos científicos adquiridos durante o processo contribuirão para a realização de outras atividades. O incentivo do professor para que o aluno interprete a situação-problema é fundamental para que haja sua compreensão e, em seguida, realizem estudos para elaborar os modelos matemáticos ou encontrarem as estratégias necessárias para solucionarem os problemas.

1.2 PROCESSO DE ENSINO E APRENDIZAGEM DE FORMA ATIVA E A MATEMÁTICA NA ATUALIDADE

O Processo de Ensino e Aprendizagem de forma geral se sustenta em metodologias que visam a favorecer a aprendizagem dos conceitos científicos pelos alunos no ambiente escolar. A metodologia de ensino tradicional considera o professor como agente ativo do processo educacional enquanto que o aluno permanece em uma atitude passiva, apenas ouvindo e memorizando as informações fornecidas pelo professor. A metodologia ativa de ensino vem em oposição à metodologia tradicional, pois o aluno passa a participar ativamente na construção do processo de aprendizagem e o professor deixa a posição de mero transmissor para ser um mediador de conhecimentos.

Na metodologia tradicional de ensino, os alunos apresentam uma atitude passiva, sendo que, segundo Mizukami (1986, p.11), “Ao indivíduo que está adquirindo conhecimento compete memorizar definições, enunciados de leis, sínteses e resumos que lhe são oferecidos no processo de educação formal [...]”. Os alunos não podem tomar iniciativas durante as aulas, pois seria considerado como desrespeito com o professor, que é a autoridade máxima na sala de aula. Saviani (1991) destaca que no ensino tradicional se estruturou por meio de um método pedagógico chamado de:

[...] método expositivo, que todos conhecem, todos passaram por ele, e muitos estão passando ainda, cuja matriz teórica pode ser identificada nos cinco passos formais de Herbart. Esses passos, que são o passo da preparação, o da apresentação, da comparação e assimilação, da generalização e da aplicação, correspondem ao método científico indutivo, tal como fora formulado por Bacon, método que podemos esquematizar em três momentos fundamentais: a observação, a generalização e a confirmação (SAVIANI, 1991, p. 55).

O método expositivo valoriza a atuação do professor de forma ativa preparando o conteúdo para ser apresentado, realizando sua exposição monocrática dos conhecimentos científicos aos alunos, exigindo que decorem as informações transmitidas e realizem testes prioritariamente da forma escrita, como forma de avaliação dos conhecimentos. Os alunos são

considerados meros receptores das informações transmitidas pelo professor, sem participação ativa no processo educacional. Por causa disto, os alunos aprendem a resolver situações hipotéticas na sala de aula, mas não sabem como aplicar os conhecimentos adquiridos no seu cotidiano, pois adquiriram apenas uma habilidade de forma mecânica, sem significados.

As metodologias ativas apresentam características que vão de encontro à metodologia tradicional, como considerar o aluno parte ativa do processo de aprendizagem. O desenvolvimento destas metodologias não são recentes, pois, segundo Lovato *et al.* (2018), o filósofo e pedagogo norte-americano John Dewey (1859-1952) defendia um modelo educacional que valorizava a participação ativa dos alunos, apresentando novas técnicas pedagógicas que contrariavam os métodos tradicionais vigentes, ficando conhecido como Escola Nova ou Escola Progressista. Este movimento foi fortalecido por seus seguidores e focava nos alunos, fundamentada em metodologias ativas e inovadoras. Neste caso, o aluno deixava de ser passivo e passava a ser protagonista do processo de aprendizagem. O professor passava a ter novas atribuições no processo, como mediador, facilitador ou supervisor do processo educacional.

Para Bacich e Moran (2018), as ideias da Escola Nova possuem convergência com o pensamento de educação dialógica, participativa e conscientizadora de Freire (2003), desenvolvida por meio da problematização da realidade, na sua apreensão e transformação. Neste caso, o ensino deixa de ser baseado na mera transmissão de conhecimentos e envolve os alunos em atividades que estimulam a aprendizagem ativa, como a resolução de problemas e o desenvolvimento de projetos em que os estudos e as pesquisas são realizadas pelos alunos orientados pelo professor.

As metodologias ativas apresentam características que valorizam o envolvimento ativo do aluno durante o processo educacional. Silberman (1996) resume os princípios das metodologias ativas:

O que eu ouço, eu esqueço; O que eu ouço e vejo, eu me lembro; O que eu ouço, vejo e pergunto ou discuto, eu começo a compreender; O que eu ouço, vejo, discuto e faço, eu aprendo desenvolvendo conhecimento e habilidade; O que eu ensino para alguém, eu domino com maestria (SILBERMAN, 1996, p. 83).

Estes princípios reforçam a necessidade do envolvimento ativo dos alunos para que ocorra o aprendizado dos conceitos por meio de estudos, pesquisas, debates em grupos e apresentação do que aprenderam para outras pessoas. Reforça-se, desse modo, a importância de incentivar os alunos na realização das atividades propostas na sala de aula e de se

posicionarem de forma ativa para a resolução dos problemas. Mitre *et al.* (2008) destacam que as metodologias ativas:

[...] utilizam a problematização como estratégia de ensino-aprendizagem, com o objetivo de alcançar e motivar o discente, pois diante do problema, ele se detém, examina, reflete, relaciona a sua história e passa a ressignificar suas descobertas (MITRE *et al.*, 2008, p. 2136).

Assim, a problematização está presente nas diversas formas de metodologias ativas que surgiram ao longo dos anos. Lovato *et al.* (2018) citam alguns exemplos de metodologias ativas, como: a) Aprendizagem Baseada em Problemas (*Problem-Based Learning* - PBL); b) Problematização; c) Aprendizagem Baseada em Projetos (*Project-Based Learning*); d) Aprendizagem Baseada em Times (*Team-Based Learning* - TBL); e) Instrução por Pares (*Peer-Instruction*); f) Sala de aula Invertida (*Flipped Classroom*).

A Aprendizagem Baseada por Problemas surgiu no final da década de 1960 na escola de Medicina de McMaster, na cidade de Hamilton, província de Ontário, no Canadá, e foi inspirada no método de estudo de caso de *Harvard Business School*, nos Estados Unidos (BOROCHOVICIUS; TORTELLA, 2014). Neste método, os alunos seguem alguns procedimentos para sua realização como: a) os alunos recebem um problema e, a partir de então, utilizam seus conhecimentos prévios para organizar suas ideias; b) discutem a problemática, apresentando os aspectos que não compreenderam; c) fazem o planejamento para resolução da questão; d) se reúnem em novo encontro para discutirem o que já aprenderam de novo e que podem utilizar para resolver o problema; e) no final, os alunos avaliam a si mesmos e os outros colegas (LOVATO *et al.*, 2018). Os problemas são reais e propostos pelo professor ou por um grupo de educadores que iniciam os debates sobre o tema indicado.

A Problematização é uma metodologia ativa que possui regras semelhantes à Aprendizagem Baseada em Problemas, que envolvem a resolução de um problema real pelos alunos com orientação do professor. A principal diferença entre elas é que na Problematização o problema pode ser proposto pelo aluno e não tem restrição de conteúdo que venha a necessitar para solucioná-lo. Enquanto que na Aprendizagem Baseada em Problemas, a situação-problema é elaborado pelo professor ou por uma comissão que apresenta uma situação real em que, necessariamente, vai precisar de conhecimentos específicos do currículo (LOVATO *et al.*, 2018). Neste caso, os alunos terão que conhecer e dominar tais conteúdos a fim de que consigam resolver o problema de forma satisfatória para o professor ou para a comissão julgadora.

A Aprendizagem Baseada em Projetos também nasce através de um problema que pode partir da curiosidade ou necessidade de um aluno, um grupo de alunos, professor, professores e alunos ou uma organização. A utilização de projetos no campo educacional remonta ao século XIX a partir das ideias de John Dewey em 1897. John Dewey e William H. Kilpatrick são considerados os precursores da Aprendizagem Baseada em Projetos (BARBOSA; MOURA, 2013). As diretrizes da aprendizagem baseada em projetos de aprendizagem são: a) grupos de trabalhos com 4 a 6 participantes; b) prazo determinado, geralmente de 2 a 4 meses; c) os temas são definidos pelo diálogo entre professores e alunos; d) podem utilizar recursos variados para encontrar uma solução para o problema; e) tornar conhecido para a comunidade os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento do projeto (BARBOSA; MOURA, 2013).

Na metodologia ativa Projeto Baseado em Times, os alunos são reunidos em grupos de 5 a 8 componentes, que recebem um problema ou escolhem uma situação para solucionarem. Eles reúnem-se em grupos para discutirem o problema e o que será necessário para resolvê-lo. Há uma preparação individual de cada aluno estudando os conhecimentos necessários previamente para resolverem o problema e, em seguida, se reúnem para resolvê-lo em grupo. Depois, ocorre a apresentação dos conteúdos em sala de aula (LOVATO *et al.*, 2018).

A Instrução por Pares, desenvolvida pelo professor Eric Mazur da Universidade de Harvard, tem por objetivo o envolvimento dos alunos no desenvolvimento das atividades em sala de aula. Nesta atividade, os pares se tornam responsáveis para explicar os conteúdos estudados ou pesquisados ao seu colega, incentivando que cada aluno se empenhe em estudar e compreender o assunto de forma correta e, em seguida, possa explicar ao outro. O professor orienta os alunos, incentivando a realizarem as discussões e, no final, apresenta a solução do problema (LOVATO *et al.*, 2018).

A ideia da Sala de Aula Invertida foi de alguns professores do Ensino Médio Norte Americano que precisavam resolver o problema dos alunos que tinham que viajar, passando longos períodos de tempo em campeonatos (muitos eram atletas) e que, por isso, perdiam a maior parte das aulas. A solução encontrada foi gravar as aulas teóricas e enviá-las aos alunos faltosos que poderiam assistir e estudar os conteúdos das disciplinas em qualquer lugar e horários em que estariam disponíveis. Nos momentos que eles estivessem na escola, deveriam se reunir com os professores e passar as informações que aprenderam com as aulas gravadas, além de resolverem exercícios com os outros colegas da classe. Os professores decidiram, então, ampliar esta metodologia para todos os alunos de suas aulas, pois tinham obtido resultados satisfatórios, assim, os alunos deveriam assistir as aulas teóricas gravadas pelos

professores e depois se reuniram apenas para aplicar os conteúdos estudados, invertendo desta maneira, a lógica das aulas (SCHNEIDER *et al.*, 2013).

Essas são apenas algumas metodologias ativas que podem ser desenvolvidas na sala de aula, onde os alunos passam a se envolver diretamente no processo de aprendizagem, deixando de ter uma atitude passiva durante o processo educacional. Na aprendizagem passiva, os alunos apenas ouvem as palavras do professor, mas não interagem com o conhecimento e, muitas vezes, não compreendem o que está sendo falado na sala de aula. Na aprendizagem ativa, os alunos têm oportunidade de interagir, questionar, pesquisar, investigar as situações-problema para solucioná-las e, em seguida, ensinar o que aprenderam aos outros colegas.

Para Chagas (2005), o ensino de Matemática ainda apresenta forte influência do ensino tradicional em que se utiliza fundamentalmente o livro-texto, exposição oral pelo professor e a realização de exercícios relativo ao tema estudado. Neste aspecto, os alunos não se envolvem ativamente no processo educacional, pois estão apenas ouvindo o que está sendo explicado na sala de aula, sem estímulo para o desenvolvimento do pensamento reflexivo, autônomo e crítico. Neste mesmo entendimento, Libâneo (2013) argumenta que:

A atividade de ensinar é vista, comumente, como transmissão da matéria aos alunos, realização de exercícios repetitivos, memorização de definições e fórmulas. O professor “passa” a matéria, os alunos escutam, respondem o “interrogatório” do professor para reproduzir o que está no livro didático, praticam o que foi transmitido em exercícios de classe ou tarefas de casa e decoram tudo para a prova. Este é o tipo de ensino existente na maioria de nossas escolas, uma forma peculiar e empobrecida do que se costuma chamar de ensino tradicional (LIBÂNEO, 2013, p. 83).

Esta citação destaca que o ensino tradicional é predominante nas escolas brasileiras, onde os professores transmitem os conteúdos acadêmicos aos alunos, sem incentivá-los a terem atitudes reflexivas com o que estão aprendendo. Este tipo de ensino não tem sido favorável para o desenvolvimento cognitivo dos alunos, como pode ser observado nos resultados negativos obtidos pela maioria dos alunos do Brasil em avaliações de larga escala, principalmente os resultados envolvendo a disciplina de Matemática.

Podem ser citadas as avaliações nacionais, como o SAEB, e avaliações internacionais, como o PISA, em que os estudantes apresentam resultados insatisfatórios, especialmente na disciplina de Matemática do Ensino Médio. Observa-se a necessidade de se envolver os alunos em metodologias que despertem o interesse e a participação ativa durante as aulas. O Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, de forma ativa, apresenta características que incentivam os alunos a serem autônomos e criativos durante os estudos no ambiente de sala de

aula, diferentemente da metodologia tradicional que desenvolve atividades em que os alunos apenas reproduzem os conhecimentos científicos de forma descontextualizada.

Assim, é fundamental que os professores de Matemática conheçam as metodologias ativas para que possam utilizá-las em suas salas de aula e venham a contribuir com o Processo Ensino e Aprendizagem da Matemática. É importante destacar que as metodologias ativas não se restringem apenas a estas que foram citadas aqui nesta seção, mas são todas as atividades que alteram a forma em que o aluno aprende, passando da forma passiva para a forma ativa de aprendizagem. De acordo com as características das principais metodologias ativas aqui apresentadas, foi possível destacar alguns elementos que caracterizam um Processo de Ensino e Aprendizagem ativo que são:

- Alunos envolvendo-se no processo de forma ativa;
- Investigação de situações-problema;
- Elaboração, análise e resoluções de situações-problema;
- Realização de questionamentos durante as aulas;
- Compartilhar os conhecimentos científicos com os colegas da sala de aula;
- Professor como mediador, orientador dos conhecimentos na sala de aula;
- Alunos formando grupos para estudarem os conteúdos da disciplina.

Essas são algumas das características que foram identificadas nas atividades de metodologias ativas e que favorecem ao Processo de Ensino e Aprendizagem, pois motiva os alunos a serem ativos na busca por conhecimentos para resolverem as situações-problema. É importante destacar que não são apenas estas características citadas, mas qualquer ação pedagógica que mobilize os alunos a terem uma atitude ativa durante o processo educacional.

Para Zamboni (2019), as Metodologias Ativas ainda não estão presentes, de forma explícitas, na Educação Matemática, pois os professores não tiveram contato com estas metodologias em suas formações acadêmicas. Apesar disto, Zamboni (2019) afirma que existem estudos em ensino e aprendizagem que apresentam propostas metodológicas em que o aluno é incentivado a ser ativo na construção de seus conhecimentos. Desta forma, as metodologias de ensino e aprendizagem que apresentam características que favorecem o envolvimento ativo do aluno em sua aprendizagem podem se enquadrar em uma Metodologia Ativa, mesmo que este termo não esteja presente nos trabalhos de forma explícita.

O Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa contribui com o envolvimento dos alunos na realização das atividades escolares, pois os alunos têm oportunidade de agirem ativamente durante a realização das atividades, contribuindo com a

aprendizagem de conceitos científicos. Neste processo, o professor age, prioritariamente, na orientação dos alunos, nos estudos e nas pesquisas para favorecer o aprendizado dos conceitos matemáticos de forma autônoma e consciente, sendo que a utilização da contextualização é fundamental nestas atividades. Desta forma, as metodologias ativas favorecem o ensino e a aprendizagem da Matemática na atualidade, considerando que os alunos conseguem desenvolver uma atitude reflexiva e autônoma para enfrentar problemas do cotidiano.

A BNCC (2018) destaca a importância do conhecimento matemático para os alunos da Educação Básica, pois tem grande aplicação na sociedade hodierna e é capaz de potencializar a formação de cidadãos críticos e responsáveis socialmente. Neste aspecto, é importante que se apresente propostas pedagógicas que venham a contribuir com o processo educacional, apresentando orientações didáticas e metodológicas para que haja o envolvimento ativo dos alunos na aprendizagem dos conceitos matemáticos.

1.3 CONCEPÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COMO ALTERNATIVA PEDAGÓGICA

Entre as várias definições sobre Modelagem Matemática presentes no âmbito nacional, adotou-se a compreensão defendida por Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 17), que a entendem como uma “Alternativa Pedagógica”. Este termo significa que, entre as várias possibilidades pedagógicas disponíveis para se trabalhar a Matemática em sala de aula, a Modelagem Matemática é uma das opções pedagógicas possíveis de serem utilizadas no ambiente escolar. Assim, esta concepção incentiva a utilização das teorias dos pesquisadores das Ciências Sociais relacionadas ao Processo de Ensino e Aprendizagem na sala de aula, pois tais teorias apresentam resultados de estudos com informações relevantes para a prática educacional.

Em relação a trabalhos realizados no âmbito internacional, Kaiser e Sriraman (2006) apresentaram algumas perspectivas, ou seja, entendimentos sobre a Modelagem na Educação Matemática evidenciadas em suas pesquisas, como, por exemplo: modelagem realista, contextual, sociocrítica, epistemológica, cognitiva e educacional. A perspectiva realista apresentou características de resolver situações-problema que tinham sido retirados de ambientes de trabalho, indústria, comércio, ou seja, situações reais que pudessem ser resolvidas pela Modelagem Matemática. A perspectiva contextual foi evidenciada ao envolver situações-problema com aplicações de conteúdo matemático e foram amparadas em pesquisas da área psicológica. A perspectiva sociocrítica enfatizou a capacitação dos estudantes para exercerem a cidadania de forma autônoma e reflexiva por meio de atividades em Modelagem Matemática.

Na Perspectiva Epistemológica, a ênfase recaiu na utilização da Modelagem Matemática para desenvolver a Matemática enquanto teoria, destacando-se os conteúdos matemáticos. Outra perspectiva, a cognitiva, destacou a compreensão das ações cognitivas que surgiram durante as atividades de Modelagem Matemática. Para finalizar, tem-se a perspectiva Educacional que apresentou como principal finalidade a utilização de modelos matemáticos para favorecer o ensino e a aprendizagem de conteúdos matemáticos presentes no currículo, ou seja, com objetivos pedagógicos. Esta última perspectiva foi dividida em duas partes mais específicas: a) Didática, quando a ênfase foi desencadear a aprendizagem dos alunos utilizando teorias didáticas e teorias de aprendizagem; e a outra parte, b) Conceitual, quando o destaque foi a introdução e o desenvolvimento de conceitos.

Entre as perspectivas de Modelagem Matemática evidenciadas por Kaiser e Sriraman (2006), a Educacional apresenta características que mais se aproximam dos objetivos deste trabalho de pesquisa, principalmente a parte da Didática ao enfatizar a utilização de teorias de aprendizagem durante o processo educacional. Esta pesquisa buscou desenvolver atividades didáticas e metodológicas em Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov para compreender se tais atividades apresentam aspectos do Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa.

Em relação às atividades de Modelagem Matemática, os autores Almeida, Silva e Vertuan (2013) apresentam uma estrutura caracterizada por três momentos de familiarização dos alunos com estas atividades em sala de aula. No primeiro momento, os alunos resolvem situações-problema em que o professor fornece os dados e informações necessárias para a sua resolução, sendo que a investigação, a análise e a utilização do modelo são orientadas pelo professor no decorrer das fases da Modelagem. Os alunos podem realizar estas atividades em grupos no ambiente da sala de aula ou em encontros extraclasse, sendo que, nestes encontros, os alunos cooperam entre si e recebem orientações do professor. Ao concluírem as atividades, os alunos fazem as apresentações das resoluções das situações-problema aos demais alunos da classe.

Na Figura 1, estão apresentadas as fases da Modelagem Matemática com a indicação da participação do professor e dos alunos. Observa-se que o professor apresenta a situação-problema com todos os dados, participando ativamente nas fases de Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação e Validação, pois os alunos precisam perceber as ações que necessitam realizar a fim de que se habituem com as atividades de Modelagem Matemática. Sendo que os alunos, reunidos em seus grupos, resolvam a situação-problema e organizem a apresentação de suas questões aos colegas de sala de aula.

Figura 1 – Primeiro Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.



Fonte: Adaptação de Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Barbosa (2001).

Já no segundo momento, o professor sugere uma situação-problema, mas agora fica na responsabilidade dos alunos, divididos em grupos, fazerem a coleta de dados, a investigação, a definição de variáveis, as hipóteses, a obtenção do modelo e a sua validação. Neste segundo momento, os alunos são incentivados a desenvolverem maior independência na definição dos procedimentos matemáticos ou extramatemáticos adequados para a realização do processo investigativo.

Na Figura 2, estão apresentadas as fases da Modelagem Matemática, indicando o envolvimento dos alunos e dos professores. Destacando que o professor apresenta a situação-problema sem fornecer os dados, os alunos deverão ir a busca para preenchimento destas lacunas. O professor participa ativamente das fases de Inteiração e Matematização, porém nas fases de Resolução, Interpretação e Validação procura incentivar a independência dos alunos na busca em solucionar a situação-problema. Por fim, os alunos se preparam para realizar a apresentação do problema e sua resolução em sala de aula.

Figura 2 – Segundo Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.

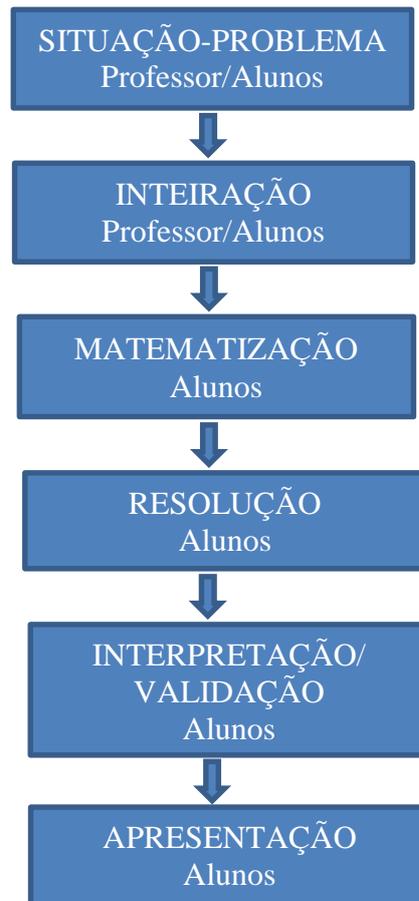


Fonte: Adaptação de Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Barbosa (2001).

No terceiro momento, os alunos divididos em grupos, iniciam as atividades identificando a situação-problema que desejam trabalhar, em seguida, realizam a coleta de dados e a análise das informações em todas as fases da modelagem para solucionar o problema inicial. Os grupos de alunos realizam as investigações necessárias para a solução da situação-problema e analisam a melhor forma de realizar a comunicação de suas descobertas para a comunidade escolar. Em todos os três momentos de familiarização desenvolvidos com os alunos, o professor estará presente na realização das atividades de Modelagem Matemática, incentivando-os a adquirirem autonomia no processo investigativo, principalmente nas fases de resolução, interpretação/validação e durante a apresentação dos trabalhos aos colegas da classe.

A Figura 3 representa as fases da Modelagem Matemática com a indicação do envolvimento dos alunos e professores nestas fases. Neste momento, o professor envolve-se mais na Situação-Problema e na Inteiração, pois nas demais fases incentiva maior independência dos alunos na investigação para solucionar o problema.

Figura 3 – Terceiro Momento de Familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.



Fonte: Adaptação de Almeida, Silva e Vertuan (2013) e Barbosa (2001).

Nestas três figuras anteriores, estão presentes as fases da Modelagem Matemática, os três momentos de familiarização dos alunos com esta alternativa pedagógica de Almeida, Silva e Vertuan (2013), bem como a relação dos professores e alunos durante a realização das atividades que foram adaptados dos três casos de Barbosa (2001). Em todos os momentos, o professor participa das orientações aos alunos durante o desenvolvimento das atividades, porém os alunos são incentivados a adquirirem autonomia a partir do momento em que vão se familiarizando com a Modelagem Matemática. Observa-se que em todos os três momentos os alunos são responsáveis pela apresentação na classe, no segundo momento os alunos passam a agir com maior independência a partir da fase de resolução do problema e, no terceiro momento, os alunos são incentivados a terem maior autonomia a partir da fase de Matematização. Assim, estas três figuras retratam uma orientação da maneira como estas atividades poderão ser desenvolvidas no ambiente escolar pelos professores e seus alunos. O desenvolvimento das atividades nestes três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática contribuirá com o envolvimento dos alunos durante o processo educacional, pois as atividades apresentam exigências cognitivas de forma gradativa.

Desta forma, as atividades de Modelagem Matemática desenvolvidas neste trabalho são compreendidas como uma “Alternativa Pedagógica”, pois o foco principal não está na formação do modelo matemático, mas nos “encaminhamentos e procedimentos que medeiam a transição da situação inicial para a situação final” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 20). A partir deste conhecimento, os professores poderão desenvolver estas atividades em suas salas de aula e acompanhar os alunos durante os três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática.

1.3.1 Importância da Modelagem Matemática para desenvolvimento cognitivo dos alunos

Para Almeida, Silva e Vertuan (2013), as fases da Modelagem Matemática são as seguintes: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação e Validação. Estes nomes podem sofrer alterações, dependendo do teórico adotado nas atividades, no entanto, o objetivo do desenvolvimento da Modelagem Matemática na sala de aula permanece o mesmo, ou seja, incentivar os alunos a realizarem estudos investigativos que contribuam para o seu desenvolvimento cognitivo.

Bassanezi (2011) apresenta as fases da Modelagem Matemática com os seguintes nomes: Experimentação, Abstração, Resolução, Validação e Modificação. Na fase de Experimentação, os alunos buscam os dados do problema em livros, internet, bibliotecas e/ou pesquisas de campo, desta forma, familiarizam-se com o objeto de estudo. Para Bassanezi (2011, p. 26-27), “os métodos experimentais, quase sempre são ditados pela própria natureza do experimento e objetivo da pesquisa”, sendo assim, as atividades de Modelagem Matemática iniciam com a procura de informações relacionadas ao cotidiano dos alunos que possam contribuir para se compreender o problema a partir de seu objetivo. A Abstração é a fase em que os alunos procuram formular um modelo matemático que possa ser utilizado para resolver o problema, com a formulação de hipóteses e a realização de simplificações deste modelo. Em seguida, inicia-se a fase de Resolução em que ocorre a substituição da linguagem natural pela linguagem Matemática que represente as ideias contidas na situação-problema. Na fase de Validação, são realizados os testes necessários para se aceitar ou refutar o modelo proposto, sendo que, tal modelo será avaliado por meio da comparação dos resultados obtidos com os dados coletados do sistema real. E por fim, a Modificação, fase na qual os alunos podem alterar o modelo, caso haja necessidade de melhorar a precisão dos resultados encontrados, ou quando se observa que resultados obtidos no modelo não estão corretos.

Biembengut e Hein (2013) destacam três fases subdivididas em seis subfases, que as denominam por: a) Interação (reconhecimento da situação-problema; familiarização com o assunto a ser modelado - referencial teórico), b) Matematização (formulação do problema - hipótese; resolução do problema em termos do modelo), c) Modelo matemático (interpretação da solução; validação do modelo - avaliação). Estas fases podem ser desenvolvidas em sala de aula, baseadas em um tema escolhido pelos alunos dentro do conteúdo programático da disciplina ou outro assunto envolvendo o cotidiano deles, sendo que isto pode ser combinado entre o professor e sua classe.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2013), as fases de uma atividade de Modelagem Matemática são caracterizadas por: Inteiração, Matematização, Resolução, Interpretação dos Resultados e Validação. Nesta pesquisa, adotou-se a compreensão de Modelagem Matemática como “Alternativa Pedagógica”, ou seja, a Modelagem Matemática é considerada uma das estratégias pedagógicas disponíveis que o professor pode desenvolver em sua sala de aula. Durante o desenvolvimento destas atividades, “a tônica da discussão está no cenário pedagógico e as questões relativas ao ensino e aprendizagem ocupam lugar de destaque” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 17). Desta forma, para a execução das atividades, estes autores utilizam as fases da Modelagem Matemática apresentadas na Figura 4.

Figura 4 – Fases da Modelagem Matemática.



Fonte: Adaptação de Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 15).

A fase de Inteiração corresponde ao primeiro contato do aluno com a situação-problema que se deseja resolver e, para isto, deve-se buscar as informações necessárias por meio de coletas de dados para estruturar estratégias de resolução. Na fase de Matematização, ocorre a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática, organizando o problema para ser resolvido com as regras e os conceitos matemáticos adequados para a situação em estudo. Em seguida, apresenta-se a fase de Resolução, na qual os alunos irão utilizar um modelo matemático que seja útil para resolver o problema, ou seja, nesta fase os alunos podem construir ou escolher um modelo matemático que seja capaz de responder as perguntas formuladas inicialmente. E a última fase corresponde à Interpretação de Resultados e sua Validação em que os alunos irão analisar a resposta encontrada na fase de Resolução e fazer verificações a fim de garantir que os conhecimentos matemáticos foram utilizados de forma correta.

Nas atividades de Modelagem Matemática, desenvolvidas nesta compreensão, pode ser identificado um conjunto de ações dos estudantes durante o processo na sala de aula. Observa-se que na primeira fase da Modelagem, na Inteiração, os alunos têm contato com a situação-problema e iniciam a busca de dados quantitativos e qualitativos para que possam solucioná-la. Para Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 17), “o indivíduo realiza ações cognitivas tanto implicitamente (por meio de procedimentos) como explicitamente (por meio de representações, de modo geral simbólicas)”. Nesta fase, os alunos interagem com os colegas, professores, pais, coordenadores, ou seja, qualquer pessoa que entenda sobre o assunto que está sendo estudado para que seja organizado e, neste envolvimento, os alunos apreendam os conhecimentos científicos necessários para interpretar o problema. Segundo Vygotsky (2005), o ensino precede o desenvolvimento interno, neste caso, o estímulo do meio social torna possível a aprendizagem do aluno, ocorrendo o desenvolvimento das funções mentais superiores, ou seja, os conhecimentos passam para o plano cognitivo individual.

Após este contato inicial, os alunos passam para a fase da Matematização, em que realizam a escolha dos conteúdos matemáticos que serão utilizados para resolução do problema, fazendo a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática. Nesta fase, Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 18) destacam que ocorre “uma ação cognitiva também caracterizada de matematização, uma vez que a transição que busca uma linguagem Matemática evidencia um problema matemático a ser resolvido”, assim, a ação de passar para a linguagem Matemática estimula o desenvolvimento de habilidades e competências cognitivas dos alunos. Na passagem da linguagem natural para a linguagem Matemática, ocorre o desenvolvimento das funções mentais superiores, como a percepção, atenção, memória, pensamento, linguagem, que, para Vygotsky (2005), inicia-se no nível social, nas relações interpessoais, e em seguida, passa a ser internalizada pelo indivíduo no nível intrapessoal.

Em seguida, os alunos passam para a fase da Resolução com a construção do modelo matemático, que será utilizado para responder aos questionamentos apresentados na situação-problema. Nesta fase, apresenta-se uma operação lógica que Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 18) denominaram de “síntese” em que “torna-se necessário o uso de conceitos, técnicas, métodos e representações, a solução de problemas específicos usando conhecimentos prévios, a visão de padrão, o uso de ideias conhecidas para criar novas ideias, [...]”. Para Vygotsky (2005, p. 130), “o único tipo positivo de aprendizado é aquele que caminha à frente do desenvolvimento, servindo-lhe de guia; deve voltar-se não para as funções já maduras, mas principalmente para as funções em amadurecimento”. Neste sentido, as atividades de ensino

devem priorizar a Zona de Desenvolvimento Proximal (ZDP), a qual está entre o Nível de Desenvolvimento Real (NDR) e o Nível de Desenvolvimento Potencial (NDP).

O NDR corresponde ao momento em que a pessoa é capaz de resolver determinadas situações-problema de modo independente, enquanto que no NDP a pessoa ainda não consegue resolver sem a ajuda de um companheiro que tenha mais conhecimentos científicos. A distância entre o NDR e o NDP é chamada de ZDP, onde ocorre a mediação, levando o aprendiz à aquisição de novos conhecimentos. Para Vygotsky (2005), a aprendizagem antecede o desenvolvimento, fazendo-o progredir ao favorecer a aquisição de ferramentas culturais e dos conceitos científicos. Neste caso, Vygotsky (2005) afirma que:

[...] o conceito desenvolvido pressupõe algo além da unificação. Para formar esse conceito também é necessário abstrair, isolar elementos, e examinar os elementos abstratos separadamente da totalidade da experiência concreta de que fazem parte. Na verdadeira formação de conceitos, é igualmente importante unir e separar: a síntese deve combinar-se com a análise (VYGOTSKY, 2005, p. 95).

No processo da formação de conceitos, a análise e a síntese desempenham operações mentais importantes, assim na análise ocorre a decomposição do todo em partes e na síntese a recomposição do todo por meio das partes que foram decompostas pela análise (SOUZA, 2015). Os conceitos devem ser trabalhados em sala de aula de maneira a levar os alunos a construir suas conclusões por meio das operações de análise e síntese, deixando de lado a simples apresentação direta dos conceitos científicos.

É importante ressaltar que a formulação da ZDP por Vygotsky trouxe relevantes contribuições para o Processo de Ensino e Aprendizagem dos conceitos, pois a partir destes conhecimentos, o professor pode organizar o ensino de forma a favorecer o alcance do NDP por seus alunos. Sendo assim, para que ocorra a aprendizagem é necessário que haja a interação com o meio, o NDR, a ZDP, o NDP e a mediação.

A mediação é fundamental para que as novas gerações tenham ciência dos conhecimentos acumulados pelas gerações anteriores, apreendendo-os e, se necessário, reformulando-os para adequar às necessidades atuais. Moreira (2011) destaca que Vygotsky caracterizou dois tipos de elementos mediadores, os instrumentos e os signos. Sendo que “um instrumento é algo que pode ser usado para fazer alguma coisa; um signo é algo que significa alguma outra coisa” (MOREIRA, 2011, p. 109). Desta forma, os instrumentos são mediadores da relação dos homens com os objetos direcionados ao meio externo, enquanto os signos são mediadores que orientam determinada ação e são direcionados ao plano interno do indivíduo, ou seja, ao plano psicológico (SOUZA, 2015). No campo educacional, o professor tem uma

importante função na mediação entre os conhecimentos já construídos pela humanidade e sua comunicação aos alunos, visando potencializar a apropriação dos conhecimentos e dos processos investigativos pelos alunos.

Outra importante fase da Modelagem Matemática é a Interpretação de Resultados e a sua Validação, neste caso, serão avaliadas todas as relações Matemáticas escolhidas, sua eficiência e aplicabilidade em outros contextos. Neste momento, os alunos se deparam com uma ação relacionada à análise “da representação Matemática associada ao problema, tanto em relação aos procedimentos matemáticos quanto em relação à adequação da representação para a situação” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 18).

Depois de realizada a Interpretação e Validação, os alunos terão a oportunidade de apresentar suas descobertas aos demais colegas de sala. Almeida, Silva e Vertuan (2013, p. 19) entendem que “nesta ação, o aluno necessita expor para outros o julgamento do valor de teorias e métodos, apresentar e justificar suas escolhas baseados em argumentos racionalmente fundamentados”. A comunicação das descobertas e a argumentação de sua validade fazem parte das ações cognitivas dos alunos, sendo que neste momento de socialização, a mediação dos conhecimentos entre os alunos e, entre o professor e os alunos, ocorre de forma contínua. A mediação é fundamental para que ocorra o desenvolvimento cognitivo, pois a solução de problemas sob a orientação de um professor ou de um companheiro mais capaz é favorável a promover a internalização de conhecimentos e comportamentos sociais, históricos e culturais (MOREIRA, 2011). Este envolvimento no ambiente escolar promove a aprendizagem dos alunos, principalmente no momento em que lhes são concedidos a oportunidade de compartilhar os conhecimentos adquiridos durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática.

Desta forma, a realização de atividades de Modelagem no âmbito da Educação Matemática visam o desenvolvimento cognitivo dos alunos na medida em que incentivam a formação de conceitos científicos no momento em que os alunos estão reunidos em grupos para resolverem as situações-problema elaboradas por eles ou propostas pelo professor. Neste mesmo sentido, a Teoria de Vygotsky destaca a interação social como fundamental para o desenvolvimento cognitivo do indivíduo. Ademais, a mediação do professor ou do colega mais capaz, durante as atividades em grupos, tem o objetivo de favorecer o desenvolvimento cognitivo dos alunos ao interagirem entre si. É muito importante que os envolvidos no processo educacional aprendam e apliquem os conhecimentos relacionados ao Nível de Desenvolvimento Real, Nível de Desenvolvimento Potencial e da Zona de Desenvolvimento Proximal.

1.4 CONCEPÇÕES DE MODELAGEM MATEMÁTICA PRESENTES EM PESQUISAS NO BRASIL

A prática de Modelagem Matemática na Educação Matemática se fortaleceu na década de 1990 e houve a necessidade da realização de eventos específicos, por isto, com o objetivo de aprofundar os debates sobre este assunto, foi realizada a primeira Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática (CNMEM) em 1999 na UNESP/Rio Claro-SP e deliberou-se, em plenária, a sua realização a cada dois anos.

Nesta pesquisa, foram analisados os trabalhos publicados na décima edição da Conferência Nacional sobre Modelagem e Educação Matemática que ocorreu na Universidade Estadual de Maringá-PR em novembro de 2017. No evento, foram publicados 46 Relatos de Experiências e 54 Comunicações Científicas. Os pesquisadores e estudiosos da área consideram este evento o mais importante de Modelagem Matemática em Educação Matemática que ocorre no país, pois são apresentados os resultados das pesquisas mais recentes já concluídas ou que estão em desenvolvimento, envolvendo esta temática.

Os trabalhos apresentados neste evento trazem relevantes contribuições teóricas e práticas para os diversos níveis de ensino. As contribuições teóricas são apresentadas no formato de Comunicações Científicas, enquanto as contribuições práticas recebem o nome de Relatos de Experiências. Nestes trabalhos, os autores geralmente optam por uma das concepções de Modelagem Matemática presentes no cenário nacional para fundamentarem a realização de suas pesquisas científicas.

As concepções de Modelagem Matemática que são acolhidas nos trabalhos estão fortemente relacionadas com o objetivo que se pretende enfatizar durante o desenvolvimento da Modelagem Matemática no ambiente educacional. D'Ambrosio (1986, p. 11) enfatiza que a Modelagem “é um processo muito rico de encarar situações e culmina com a solução efetiva do problema real e não com a simples resolução formal de um problema artificial”. Neste sentido, a prática de modelagem procura incentivar a aprendizagem da Matemática envolvendo os alunos na pesquisa, na elaboração, na organização e na resolução de situações-problema do seu cotidiano.

Considerando que o Ensino Médio é a fase da Educação Básica que apresenta o maior percentual de alunos com nível insuficiente de conhecimentos em Matemática (SAEB, 2017), enfatizou-se os trabalhos desenvolvidos nesta última fase da Educação Básica. Nessa compreensão, foram analisadas as concepções de Modelagem Matemática presentes nos 100 trabalhos publicados na X CNMEM, destacando aqueles que foram aplicados com alunos do

Ensino Médio. Os resultados obtidos estão descritos na Tabela 1, onde está apresentada a relação das concepções presentes nos artigos da modalidade Comunicação Científica (CC):

Tabela 1 – Número de artigos da Modalidade de CC e concepções adotadas.

CONCEPÇÃO	NÚMERO DE TRABALHOS	PERCENTUAL
Ambiente de Aprendizagem	9	16,7 %
Alternativa Pedagógica	15	27,8 %
Perspectiva de Ensino	3	5,6 %
Estratégia de Ensino e Aprendizagem	2	3,7 %
Resolver Problemas Reais com Auxílio de Modelos Matemáticos	2	3,7 %
Alternativa Metodológica	2	3,7 %
Não Apresentaram a Concepção Adotada	21	38,9 %

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Nestes trabalhos analisados, a maioria não apresentou explicitamente a concepção adotada, apesar de realizarem um breve comentário sobre os principais teóricos e suas definições sobre Modelagem Matemática. Observou-se um percentual de 38,9% de CC que não apresentaram explicitamente um conceito sobre o tema, também não desenvolveram aplicações práticas, apenas levantamento de discussões teóricas sobre a Modelagem.

A concepção que mais se apresentou nestes artigos foi a “Alternativa Pedagógica” defendida por Lourdes Werle de Almeida e outros autores da Modelagem Matemática que, juntos, escreveram sobre o assunto (ALMEIDA; BRITO, 2005; ALMEIDA; DIAS, 2004; ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013). No desenvolvimento destes trabalhos, percebeu-se que a formação do modelo não era a prioridade, mas, sim, o ensino e a aprendizagem durante o processo de desenvolvimento das atividades. Uma das características desta “Alternativa Pedagógica” diz respeito aos três momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, nos quais os alunos são incentivados gradativamente a terem maior autonomia no processo investigativo. Neste contexto, a formação do aluno para o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática é colocada em destaque, já que se deseja que “o aluno seja responsável por todas as ações nas diferentes fases da modelagem” (ALMEIDA; SILVA; VERTUAN, 2013, p. 27).

Observando a Tabela 1, pode-se verificar que a concepção “Ambiente de Aprendizagem”, conceituada por Barbosa (2001), foi adotada em 16,7% dos artigos de CC, sendo que ela foi a segunda mais utilizada pelos autores destes trabalhos pesquisados. Neste “Ambiente de Aprendizagem”, os alunos são convidados a resolverem situações da realidade utilizando conhecimentos matemáticos, mas não apenas isto, os alunos são despertados a realizarem uma análise crítica em relação ao que está sendo estudado. Neste sentido, está

diretamente relacionada à perspectiva sócio crítica, na qual procura refletir as situações-problema que estão sendo estudadas de modo reflexivo e que traga um olhar para o contexto social. Sendo assim, a maioria dos trabalhos que adotou esta compreensão citou o principal teórico da perspectiva Educação Matemática Crítica, o educador matemático Ole Skovsmose. Este teórico argumenta que a Matemática não pode ser utilizada apenas para o desenvolvimento de um ensino e aprendizagem que se fundamente em testes e exercícios, mas que explorem experiências que ultrapassem os contornos limitantes da Matemática, levando os alunos a uma atitude crítica e cidadã (SKOVSMOSE, 2000).

Os outros trabalhos, que indicaram em seus artigos algum conceito de Modelagem Matemática, totalizaram nove trabalhos, sendo que apresentaram as concepções como a “Perspectiva de Ensino”, “Estratégia de Ensino e Aprendizagem”, “Resolver problemas reais com auxílio de modelos matemáticos” e “Alternativa Metodológica” com os seguintes teóricos principais: Burak, Bassanezi, Blum e Biembengut, respectivamente.

Estas seis concepções de Modelagem Matemática, apresentadas na Tabela 1, evidenciam algumas diferenças em relação aos objetivos da atividade, como por exemplo, na ênfase que se dá à formação do modelo matemático ou à utilização das atividades de Modelagem Matemática para o desenvolvimento do ensino, da aprendizagem ou de ambos. As atividades que enfatizam o modelo matemático geralmente não utilizam teorias do ensino e aprendizagem em seus trabalhos, enquanto que em outras pesquisas o modelo matemático faz parte do processo, mas o principal objetivo está relacionado às ações desenvolvidas durante as atividades que favoreçam a aprendizagem dos alunos. Os seis teóricos da Modelagem Matemática apresentados nestas compreensões enfatizam ações específicas em que acreditam ser o principal objetivo das práticas em Modelagem no âmbito educacional. Sendo que uma forma de se identificar o que cada teórico mais valoriza é analisando os conceitos de Modelagem Matemática que enunciam em seus trabalhos publicados.

Estes trabalhos apresentaram aplicações em sala de aula enquanto outros contribuíram apenas no campo teórico. Em 50% dos artigos (27 trabalhos), ocorreu a aplicação da Modelagem Matemática em algum nível de ensino, como o Ensino Fundamental, Médio, Superior, formação continuada de professores ou em turmas de mestrado. Enquanto que os outros 27 trabalhos apresentaram contribuições teóricas para o campo de estudo da Modelagem Matemática, sem aplicação em qualquer nível de ensino.

A literatura brasileira, sobre Modelagem Matemática, revela que a origem da aplicação destas atividades foi no Ensino Superior na década de 1970 pelo professor Aristides Camargo Barreto, sendo que os trabalhos da X CNMEM apresentaram 11 artigos (20,4%) desenvolvidos

neste nível de ensino. Observou-se também que o número de trabalhos com aplicações no Ensino Básico foi significativo, pois registraram 14 artigos, sendo seis (11,1%) no Ensino Fundamental e oito (14,8%) no Ensino Médio. Um artigo foi desenvolvido com professores em formação continuada e outro artigo com alunos de uma turma de mestrado.

Desta forma, estes dados revelam que a Modelagem Matemática tem sido desenvolvida nos mais diferentes níveis de ensino, com uma grande parcela sendo ainda desenvolvida no nível superior. No entanto, foi possível constatar que estão crescendo o número de trabalhos desenvolvidos no Ensino Médio e no Ensino Fundamental, considerando que na década de 1970 eram desenvolvidos apenas em nível superior.

Na modalidade Relato de Experiência (RE), os pesquisadores e/ou professores apresentaram na Conferência suas experiências ao vivenciarem atividades com a Modelagem Matemática na Educação Matemática. Estes artigos foram analisados, pois se buscou conhecer em quais concepções de Modelagem Matemática os seus trabalhos foram fundamentados. O resultado desta pesquisa foi colocado na Tabela 2 a seguir:

Tabela 2 – Número de artigos da Modalidade de RE e concepções adotadas.

CONCEPÇÃO	NÚMERO DE ARTIGOS	PERCENTUAL
Ambiente de Aprendizagem	11	23,9 %
Estratégia de Ensino	3	6,5 %
Processo de Ensino e Aprendizagem	4	8,7 %
Alternativa Pedagógica	12	26,1 %
Estratégia de Ensino e Aprendizagem	5	10,9 %
Não Especificou	11	23,9 %

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Observando os dados revelados na Tabela 2, a concepção “Alternativa Pedagógica” de Almeida, Silva e Vertuan (2013) e a “Ambiente de Aprendizagem” de Barbosa (2001) foram as mais utilizadas nos trabalhos de RE. Estes resultados não foram diferentes em relação à análise feita nos artigos de CC, pois estas duas concepções de Modelagem Matemática se apresentaram com maior incidência nestes artigos.

Estes resultados mostraram que a compreensão da Modelagem Matemática como “Alternativa Pedagógica” tem sido utilizada por um número maior de pesquisadores e/ou professores em suas atividades na sala de aula. Situação diferente da que foi apresentada por Klüber (2009), em que o teórico mais referenciado em sua pesquisa, na V CNMEM, tinha sido Jonei Barbosa, enquanto Lourdes Werle de Almeida se apresentava na terceira posição. Essa pesquisadora, em 2004, já apresentava trabalhos defendendo a concepção de “Alternativa Pedagógica” para a Modelagem Matemática, conforme se verifica em Almeida e Dias (2004).

As outras concepções como: “Estratégia de Ensino”, “Processo de Ensino e Aprendizagem” e “Estratégia de Ensino e Aprendizagem” estão diretamente relacionadas aos teóricos Biembengut, Burak e Bassanezi, respectivamente. Sendo que 23,9 % dos artigos de RE não assumiram uma concepção de Modelagem Matemática para o desenvolvimento de suas atividades, apesar de apresentarem, em suas fundamentações teóricas, os autores de Modelagem com suas respectivas concepções.

Evidenciou-se, nesta pesquisa, que as atividades de Modelagem Matemática estão sendo desenvolvidas nos diversos níveis de ensino e, por conseguinte, resultaram na construção de vários artigos na modalidade RE no X CNMEM. Neste sentido, observou-se que dois artigos (4,3%) foram desenvolvidos com aplicação na formação continuada de professores, quatro artigos (8,7%) relataram atividades com alunos de pós-graduação, seis artigos (13%) desenvolvidos com alunos do Ensino Médio, 12 artigos (26,1%) com alunos do Ensino Fundamental e 22 artigos (47,8%) com alunos do Ensino Superior.

Estes dados revelaram que a maioria dos artigos, da modalidade RE, foram desenvolvidos no Ensino Superior, com predominância dos trabalhos realizados com alunos das Licenciaturas em Matemática. A Educação Básica foi contemplada com 18 (dezoito) artigos, sendo que destes, apenas 6 (seis) artigos foram desenvolvidos no âmbito do Ensino Médio.

Sabe-se, por meio dos resultados do SAEB (2017) e PISA (2018), que o desempenho da maior parte dos alunos da Educação Básica brasileira na disciplina de Matemática se encontra no nível insuficiente, principalmente em relação aos alunos do Ensino Médio. Neste aspecto, as atividades de Modelagem Matemática podem contribuir para o ensino e a aprendizagem de Matemática neste nível educacional, pois procura relacionar os conhecimentos matemáticos com situações-problema do cotidiano, incentivando os alunos a terem autonomia. Desta forma, observou-se que a utilização da Modelagem na sala de aula, revelada nestes artigos, contribuiu para o ensino e aprendizagem da Matemática. Assim, apesar das atividades de Modelagem terem chegado ao Ensino Médio, ainda se apresentam de forma tímida, pois apenas 14,8% dos artigos de CC e 13% dos artigos de RE utilizaram a Modelagem Matemática neste nível de ensino.

Considerando relevante, para a comunidade científica e acadêmica, o conhecimento das concepções de Modelagem Matemática presentes nos artigos da modalidade CC e RE publicados na X CNMEM a nível do Ensino Médio, construiu-se a Tabela 3 com os dados a seguir:

Tabela 3 – Número de artigos da Modalidade CC e RE e as concepções adotadas no Ensino Médio.

CONCEPÇÃO	Nº DE ARTIGOS – CC	Nº DE ARTIGOS – RE
Ambiente de Aprendizagem	5	2
Alternativa Pedagógica	1	3
Estratégia de Ensino	1	0
Não Apresentou	1	0
Processo de Ensino e Aprendizagem	0	1

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Observou-se que sete artigos adotaram a concepção “Ambiente de Aprendizagem” defendida por Barbosa (2001), sendo que seis destes artigos utilizaram o Cenário de Investigação proposto por Skovsmose (2000), o principal representante da Educação Matemática Crítica. Em Barbosa (2004), encontra-se a referência à utilização da Modelagem Matemática na perspectiva sócio crítica, na qual o ambiente de aprendizagem é criado por meio de questões problemas do contexto social do aluno. Neste entendimento, a realização destas atividades prioriza o desenvolvimento da cidadania durante o processo de estudos.

A compreensão da Modelagem como “Alternativa Pedagógica” foi evidenciada em quatro artigos com foco no Ensino Médio, sendo um na modalidade CC e três na modalidade RE. Nesta concepção, os autores defendem que o desenvolvimento da Modelagem Matemática colabora com a aprendizagem dos alunos, pois os conceitos matemáticos são abordados por meio de situações-problema contextualizados, nos quais os alunos são incentivados a serem investigadores perspicazes na busca de soluções. Para Almeida e Silva (2015), a ênfase desta concepção não está na formação do modelo matemático relacionado apenas na construção de expressões algébricas, mas pode ser apresentado na forma de um gráfico, uma tabela, uma imagem ou um texto que retrate as relações Matemáticas evidenciadas pelos alunos na situação-problema. Um dos artigos da modalidade CC adotou o entendimento de “Estratégia de Ensino” e seguiu a construção de modelos matemáticos envolvendo as três fases e as seis subfases de acordo com Biembengut e Hein (2013). Nesse artigo, foi citada a ideia de Bassanezi (2011) sobre modelagem, no qual considera um processo rico e dinâmico na formação e validação do modelo matemático, porém as atividades foram desenvolvidas de acordo com as ideias apresentadas por Biembengut e Hein (2013).

Outro artigo apresentado na Tabela 3 não destacou a sua concepção de Modelagem Matemática, pois desenvolveu uma modelagem dos fenômenos físicos com uma turma de terceiro ano em uma escola particular na cidade de São Paulo, compreendendo a modelagem como estratégia para o ensino de física. Os pesquisadores deste artigo concluíram que o professor deverá promover atividades de modelagem com maior frequência para que os alunos

se habituem a utilizar a linguagem algébrica na solução das situações-problema. Esta conclusão foi apresentada em virtude de alguns grupos encontrarem muita dificuldade na realização das atividades propostas e, em alguns casos, não conseguirem chegar à solução do problema.

O entendimento de Modelagem como um “Processo de Ensino e Aprendizagem” foi desenvolvida em um dos artigos da modalidade RE defendida por Burak (1992). Nesta atividade, os alunos pesquisaram os preços de um mesmo produto para diferentes massas e tamanhos de embalagens. Os 30 alunos da primeira série do Ensino Médio realizaram as atividades e a conclusão foi que o principal benefício para estes alunos, segundo os autores, foi a postura de pesquisadores que experimentaram, passando a terem maior autonomia na busca de soluções. Os autores deste artigo utilizaram este entendimento, pois ensinaram o conteúdo de regra de três e proporção por meio das atividades de Modelagem após a coleta dos dados nos supermercados e a realização da comparação de preços, analisando, assim, as embalagens que realmente eram mais vantajosas para o consumidor.

Diante do exposto, pode-se dizer que os trabalhos desenvolvidos no Ensino Médio trouxeram contribuições para os professores e seus alunos. Uma importante contribuição para os professores ocorreu quando inseriram esta prática na sala de aula, pois os auxiliaram no ensino de Matemática neste nível educacional, resultando em uma aprendizagem com maior significado para os alunos. Evidenciou-se que o contato com a Modelagem Matemática os incentivou a desenvolverem um pensamento autônomo e reflexivo, além de despertarem a terem atitudes investigativas para solucionarem os problemas.

2 TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV

“O único ‘bom aprendizado’ é aquele que vem pelo avanço do desenvolvimento.”
(VYGOTSKY, 1991, p. 60).

A Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov possui seus fundamentos na Teoria Histórico Cultural de Vygotsky, a qual reconhece que o contexto social, em que o indivíduo está inserido, influencia no seu desenvolvimento cognitivo. É importante destacar que os fundamentos da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov são fruto de um experimento pedagógico em escolas soviéticas por um período de vinte e cinco anos, realizado em parceria com outros pesquisadores da área da psicologia do ensino e da educação. Assim, este capítulo faz uma análise sobre a Teoria Histórico-Cultural, para em seguida, realizar explicações sobre a Teoria do Ensino Desenvolvidor, com destaque para as ações desenvolvidas e aplicadas por Davydov no âmbito escolar.

2.1 A TEORIA HISTÓRICO-CULTURAL

A Teoria Histórico-Cultural teve sua origem nos estudos de Lev Semenovich Vygotsky (1896-1934), o qual procurou demonstrar que a natureza humana é um produto do contexto social, das circunstâncias culturais e do período histórico em que o indivíduo se desenvolve. Vygotsky teve vários seguidores que continuaram com seus estudos após a sua morte precoce em 1934, entre eles podem ser citados alguns, como: Lúria, Leontiev, Elkonin, Davydov, Majmutov.

Vygotsky procurou fundamentar sua teoria no Materialismo Histórico Dialético de Marx e Engels, que defende que “as funções mentais superiores (processos cognitivos) são concretamente influenciadas e determinadas pelas condições materiais de existência e que são a expressão das relações materiais diretas que os indivíduos têm com o mundo físico e social” (MERIB, 2017, p. 48).

O materialismo defende a priorização da matéria em relação à ideia, ao contrário do idealismo, em que a prioridade é da ideia em relação à matéria. Neste contexto, para o materialismo, o homem entra em contato com o meio externo, a matéria, e esta influencia as ideias do indivíduo em suas relações sociais. O termo histórico está relacionado à compreensão dos acontecimentos sociais e científicos que ocorreram em um determinado período histórico e suas influências para o desenvolvimento humano. Já a dialética, para Marx “coincide com as

contradições concretas da realidade social e seu desenvolvimento” (MERIB, 2017, p. 52). Desta forma, a dialética materialista vai em busca da compreensão de que as contradições estão presentes na natureza e no mundo material como um todo.

O materialismo histórico dialético de Marx e Engels fundamenta a Teoria Histórico Cultural de Vygotsky e esta teoria apresenta conhecimentos que favorecem o Processo de Ensino e Aprendizagem, como, por exemplo, a utilização da lógica dialética como método do conhecimento da realidade, sendo que suas categorias fundamentais são os conceitos de Reflexo e da Unidade e Luta de Contrários (MAJMUTOV, 1983). Neste entendimento, Majmutov (1983) destaca que o ensino é um processo que se desenvolve dialeticamente, pois apresenta elementos internos contraditórios, no qual existem aspectos opostos como: o ensino e a aprendizagem, a forma e o conteúdo, o velho e o novo, o único e o geral, a essência e o fenômeno, entre outros.

A Categoria do Reflexo constitui o fundamento da Teoria Maxista-Leninista do conhecimento, sendo que o conhecimento científico não é outra coisa senão um tipo de reflexo da realidade (MAJMUTOV, 1983). Esta categoria apresenta-se em alguns níveis, como: o reflexo da natureza não viva (reflexo mecânico, físico e químico), reflexo da natureza viva (irritabilidades, sensibilidades, sensações, percepções, entre outras) e reflexo socialmente condicionado ao conhecimento humano. No ser humano, o reflexo pode ser caracterizado como psíquico e antecipado, pois o homem é capaz de primeiro planejar suas ações mentalmente para, em seguida, executá-las reflexamente no mundo físico (MAJMUTOV, 1983). É esta antecipação psíquica das ações do ser humano que o diferencia dos demais animais que agem por instinto.

Já a Lei Dialética da Unidade e Luta de Contrários é o fundamento do desenvolvimento dialético, segundo a filosofia marxista (MAJMUTOV, 1983). A Unidade de Contrários ocorre como uma condição do conhecimento em todos os processos de desenvolvimento da vida, apresentando-se, assim, como uma Luta de Contrários. Os fenômenos e processos da realidade geralmente se apresentam de forma interna e externa, fundamentais e secundárias. Destaca-se que as contradições internas são consideradas a força motriz para o desenvolvimento do homem (MAJMUTOV, 1983). Neste sentido, a Luta de Contrários pode ser utilizada no Processo Ensino e Aprendizagem durante o desenvolvimento das atividades em sala de aula ao estimular os alunos a pensarem, principalmente com a utilização de questionamentos sobre a situação-problema em estudo. Com isto, busca-se estimular a apreensão da essência dos fenômenos e não de sua aparência, pois se compreende que o conhecimento do objeto de forma imediata nem sempre corresponde à realidade objetiva.

Para esclarecer melhor os conceitos de tarefa, situação-problema e problema, Majmutov (1983) apresenta o entendimento destes conceitos à luz da Teoria Histórico Cultural. A tarefa se constitui uma contradição entre o que se tem e o que se deseja alcançar, sendo que na escola pode aparecer em um material docente por meio de dados, exigências, condições, incógnitas e desconhecimento do resultado. Ou seja, uma contradição objetiva entre o conhecido e o desconhecido. Precisamente, esta contradição é que faz avançar o pensamento (MAJMUTOV, 1983). O professor planeja uma tarefa considerando uma contradição objetiva entre o conhecido e o desconhecido como uma atividade cognitiva externa a ser colocada para o estudante, mas quando ele assume a contradição, esta, então, passa a ser subjetiva e, neste momento, surge a situação-problema. A tarefa é como a capa, expressão externa do problema (MAJMUTOV, 1983). Neste aspecto, Davydov (1988a, p. 168) destaca que “a tarefa é a união do objetivo com a ação das condições para o seu alcance”, assim, quando o aluno assume a responsabilidade de fazer o que for necessário para solucionar a tarefa, surge então a situação-problema.

Já o problema, segundo Majmutov (1983), reflete uma esfera da realidade que se tornou uma contradição subjetiva para o aluno, após ter sido apresentada pelo professor através de uma tarefa. Este processo de ensino traz contribuições para as descobertas de novas regularidades ou um aperfeiçoamento das que já se conhecem. Neste aspecto, Majmutov (1983) destaca que:

A contradição objetiva de uma tarefa, entre os dados e as condições, pode converter-se na força motriz do pensamento somente em caso de que se transforme na consciência do estudante, na contradição entre o conhecido e desconhecido. Por conhecido se tem em consideração os dados da tarefa, os conhecimentos anteriores e a experiência pessoal do estudante; por desconhecido, não só aquilo que não se dá nas condições e nos objetivos, senão na incógnita, e no procedimento para alcançar o objetivo, ou seja, o método de resolver o problema. Isto significa que a tarefa, depois de receber na consciência do estudante um conteúdo novo, se transforma em um fenômeno totalmente novo, o problema do discente (MAJMUTOV, 1983, p. 132, tradução nossa).

Neste sentido, a tarefa proposta pelo professor só se converterá em problema no momento em que o aluno assumir a tarefa de forma subjetiva, ou seja, quando ele possui motivos particulares para se empenhar em resolver a tarefa proposta. Assim sendo, o professor tem um papel fundamental na orientação dos alunos para que haja o favorecimento da passagem da contradição objetiva para a contradição subjetiva.

Outro conceito importante é o de Atividade, que foi desenvolvido por Leontiev e que não deve ser confundido com tarefas ou problemas. Para Leontiev (1978), o sujeito se relaciona com o mundo externo (objeto) por meio da Atividade, que, por sua vez, está formada por um sistema de ações através de operações com estudantes motivados para alcançar um objetivo. O

motivo dos alunos deve coincidir com o objetivo da tarefa proposta, a fim de que estejam na Atividade propriamente dita. Sendo que a Atividade se relaciona com a necessidade e o motivo, as ações com os objetivos e as operações com as condições desta Atividade. Para Leontiev (1947a apud TALÍZINA, 1988, p. 21, tradução nossa), “a Atividade real une o organismo com a realidade circundante, o que determina o desenvolvimento tanto da consciência em seu conjunto, como de algumas funções mentais”. Nessa perspectiva, os professores Delgado e Mendoza (2016) explicam que:

Através da atividade o sujeito se relaciona com o objeto respondendo a suas necessidades e adotando uma atitude. A interação entre o objeto e sujeito, possibilita ao último internalizar o objeto e dá solução às tarefas. A vida humana está formada por um sistema de atividades e elas não existem sem o objeto, mas este último pode-se apresentar independente do sujeito ou como reflexo de sua interação. (DELGADO; MENDOZA, 2016, p. 359).

Neste sentido, a Atividade propriamente dita ocorrerá quando o motivo coincidir com o objetivo, caso contrário será apenas uma ação. Sendo que a Atividade de Estudo apresenta um objetivo vinculado ao aprendizado de determinado conteúdo escolar. Neste entendimento, os professores Delgado e Mendoza (2016, p. 360) enfatizam que “O aluno necessita realizar um conjunto de ações para ter uma eficiência na assimilação dos conteúdos, manifestando as habilidades de planejar, controlar, resumir, corrigir, entre outras”.

As ações da Atividade de Estudo têm as funções de “orientação, execução e controle” (DELGADO; MENDOZA, 2016, p. 360). Neste aspecto, é fundamental que as ações docentes orientem os alunos na execução das tarefas propostas para garantir a transformação dos objetos das ações, sendo que o controle visa garantir a qualidade da execução das ações e, se houver necessidade, poderá ser realizada uma reorientação.

Dentro da Teoria Histórico Cultural, a “Atividade” compreende um conjunto de ações e operações envolvendo elementos psicológicos e lógicos, diferente do termo “atividade”, que é utilizado com o sentido de tarefa. Neste aspecto, optou-se, neste trabalho, utilizar o termo “Atividade” grafada com letra inicial maiúscula quando for relacionada com a Teoria da Atividade de Leontiev e o termo “atividade” grafada com letra inicial minúscula quando for utilizada com o sentido de tarefa.

2.2 TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV

Vasily Vasilyevich Davydov é “um dos mais destacados pesquisadores da psicologia pedagógica” (FREITAS, 2017, p. 389), sendo um dos estudiosos russos pertencentes à terceira geração da escola vygotskiana. Davydov tanto seguiu as ideias de Vygotsky com a Teoria Sócio-Interacionista, como também de Leontiev com a Teoria da Atividade Humana, tendo como base a tradição dialética de Hegel e Marx (FERREIRA, 2016).

Vasily V. Davydov, juntamente com Daniil B. El’Konin, supervisionaram uma equipe de pesquisadores soviéticos que estudaram problemas psicológicos do ensino e da educação desenvolvimentais sobre a base do experimento formativo durante vinte e cinco anos (1959 a 1984) em várias escolas russas. Davydov (1988a) destaca que:

O projeto foi basicamente desenvolvido na Escola de Pesquisa Experimental n° 91 da Academia de Ciências Pedagógicas da União Soviética e nas escolas n° 17 e 4 em Kharkov. O trabalho experimental foi predominantemente conduzido nas séries iniciais [primeira à terceira], embora em algumas matérias escolares (língua natal e literatura, matemáticas, física e biologia) este trabalho tenha sido efetuado, também, em séries mais avançadas (da quarta à oitava série) (DAVYDOV, 1988a, p. 189).

A pesquisa de Davydov foi desenvolvida com objetivo de confirmar a proposição teórica de Vygotsky, o qual defende que o ensino tem um papel essencial para o desenvolvimento mental das crianças (DAVYDOV, 1988a, p. 189). A pesquisa trouxe várias contribuições para o sistema de ensino soviético como, por exemplo, a elaboração de métodos de ensino, sistemas de tarefas de aprendizagem, manuais pedagógicos, entre outras contribuições educacionais. Assim, este trabalho apresentou a confirmação de que as Atividades de Estudo produzem melhores resultados quando os alunos interagem ativamente entre si durante a realização das atividades escolares.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental defende que o foco no ensino tem que ser o processo de formação dos conceitos para que haja efetivamente o desenvolvimento dos alunos (SOUZA, 2015). As atividades de ensino devem favorecer a formação dos conceitos teóricos e não se limitar aos conceitos empíricos que se restringem ao conhecimento superficial do objeto. Souza (2015, p. 48) entende “o pensamento empírico como uma maneira de pensar baseada, sobretudo, nas características exteriores dos objetos, dadas na contemplação viva, isto é, na dimensão visível e aparente das coisas”. Neste entendimento, Davydov e Márkova (1987) reforçam que o ensino não pode se limitar ao pensamento empírico, pois este é insuficiente para a formação dos conceitos, da autonomia, da criatividade e para o desenvolvimento integral dos

alunos. No pensamento empírico, ocorre apenas a transmissão dos conhecimentos prontos, que são insuficientes para o aprendizado e limitam a formação dos conceitos pelos alunos. Neste sentido, Vygotsky (2005) argumenta que:

A experiência prática mostra também que o ensino direto de conceitos é impossível e infrutífero. Um professor que tenta fazer isso geralmente não obtém qualquer resultado, exceto o verbalismo vazio, uma repetição de palavras pela criança, semelhante à de um papagaio, que simula um conhecimento dos conceitos correspondentes, mas que na realidade oculta um vácuo (VYGOTSKY, 2005, p. 104).

Desta forma, quando os alunos são expostos aos conteúdos científicos de forma direta, sem reflexão, não conseguem compreender a essência dos fenômenos, muito menos suas relações e conexões internas. Sendo, por isso, insuficientes para o aprendizado, pois restringe a formação dos conceitos. Para que haja aprendizagem, é necessário que ocorra uma intensa atividade intelectual do aluno associada à organização do ensino desenvolvida pelo professor, na qual se valorize o processo investigativo do objeto de estudo (SOUZA, 2015). Para Hedegaard (2013), existe um movimento duplo no ensino entre professores e alunos, em que os professores são responsáveis em estruturar o ensino com base nas leis gerais da disciplina e os alunos devem se ocupar na investigação das manifestações destas leis da forma mais clara possível, com o objetivo de reelaboração dos conhecimentos para si.

A Teoria do Ensino Desenvolvimental enfatiza as diferenças entre o pensamento teórico e pensamento empírico, destacando o que cada um representa para o desenvolvimento das funções mentais superiores dos alunos (FREITAS, 2017). O pensamento teórico parte do conhecimento abstrato (geral, mais simples, unilateral) para o conhecimento concreto (particular, mais completo, multilateral), levando os alunos à formação de ações cognitivas necessárias para o seu desenvolvimento. O pensamento empírico enfatiza o conhecimento superficial do objeto ao obter informações prontas e definitivas de forma a se limitar às experiências sensoriais imediatas (SOUZA, 2015). Não há um incentivo à análise e à reflexão do conhecimento adquirido, enfatizando apenas a descrição e a classificação, sem uma compreensão aprofundada do objeto. Neste sentido, Lefebvre (1991, p. 113) argumenta que “o conhecimento mediato é abstrativo. É preciso passar pelas etapas intermediárias a fim de ir da ignorância ao conhecimento. E o intermediário, o meio, nada mais é que o nosso poder de abstração”. Neste aspecto, o conhecimento abstrato é considerado apenas um grau de penetração do conhecimento concreto, ou seja, o abstrato pode ser entendido como “um momento do movimento, uma etapa, um meio para captar, analisar e determinar o concreto” (LEFEBVRE, 1991, p. 113).

Desta forma, o conhecimento abstrato é superficial, mas tem sua importância no processo de aquisição do conhecimento concreto, que corresponde ao conhecimento completo de determinado objeto de estudo. Neste sentido, Davydov (1999) destaca que tanto o pensamento teórico quanto o pensamento empírico são importantes para o desenvolvimento dos alunos:

O pensamento teórico ajuda os alunos a se orientarem entre as relações gerais e permite-lhes derivar dessas relações várias consequências específicas. Tal pensamento não exclui a necessidade do pensamento empírico – este tipo de pensamento deveria ser visto como um tipo de pensamento dirigido a outros tipos de tarefas (DAVYDOV, 1999, p. 10).

Neste entendimento, o pensamento empírico pode ser considerado como degrau para que se chegue ao pensamento teórico (SOUZA, 2015). O pensamento teórico não surge na vida das pessoas em suas atividades do cotidiano, mas se desenvolve em um “currículo baseado em conceitos dialéticos do pensamento” (DAVYDOV, 1999, p. 10). Este tipo de ensino é que realmente promove um efeito desenvolvimental (DAVYDOV, 1999). Este efeito só é possível se os alunos tiverem a consciência dos métodos investigativos do objeto ensinado e, desta forma, promoverá a formação do pensamento teórico (SOUZA, 2015). Sendo assim, não se pode desprezar o pensamento empírico, pois é um primeiro passo para se chegar ao pensamento teórico por meio de um ensino com fundamentos em conceito dialéticos.

Davydov (1988a) traz esclarecimentos sobre o conhecimento abstrato e o conhecimento concreto, sendo que, para ele:

Se o fenômeno ou o objeto é examinado pelo homem independentemente de certa totalidade, como algo isolado e autônomo, trata-se somente de um conhecimento abstrato, por mais detalhado e visível que seja, por mais “concretos” que sejam os exemplos que o ilustram. Ao contrário, se o fenômeno ou objeto é tomado em unidade com o todo, se é examinado na sua relação com outras manifestações, com sua essência, com a origem universal (lei), trata-se de um conhecimento concreto, mesmo que seja expresso com a ajuda dos signos e símbolos mais “abstratos” e “convencionais” (DAVYDOV, 1988a, p. 151).

Neste sentido, o conhecimento abstrato é considerado mais simples, singular e superficial, enquanto o conhecimento concreto ocorre quando o objeto é estudado de forma contextualizada e aprofundada. Neste aspecto, Davydov (1988a, p. 142) destaca que “o abstrato e o concreto são momentos do desmembramento do próprio objeto, da realidade mesma, refletida na consciência e por isso são derivados do processo da Atividade mental”. Sendo que os processos de redução (do concreto ao abstrato) e o de ascensão (do abstrato ao concreto)

estão unidos, porém para Davydov (1988a, p. 147), o processo de ascensão é governante, pois “expressa a natureza do pensamento teórico”.

Para melhor estudar o processo de ascensão do abstrato ao concreto, Davydov recorreu à estrutura da Atividade Humana desenvolvida por Leontiev, um dos principais colaboradores de Vygotsky. Esta estrutura “corresponde a determinada necessidade e as ações correspondem aos motivos” (DAVYDOV, 1988a, p. 168). A estrutura da Atividade Humana é constituída de necessidade, motivo, objetivo, ações, operações e condições, sendo que Davydov acrescentou o elemento desejo, enquanto núcleo básico da necessidade. A importância do acréscimo do desejo nesta estrutura é em colocar em evidência a relação entre a afetividade e a cognição (LIBÂNEO, 2004).

Assim, é fundamental a compreensão da estrutura da Atividade Humana desenvolvida por Leontiev e o acréscimo realizado por Davydov em Atividades de Estudo na sala de aula, a fim de que o professor possa fazer intervenções de forma consciente e que favoreçam a aprendizagem dos alunos. Para Davydov (1999), as necessidades e os desejos compõem a base sobre a qual as emoções funcionam, diferentemente das bases apresentadas por Leontiev, as quais são compostas pelas necessidades e pelos motivos. Na Figura 5, foram inseridos os componentes que compõem a estrutura da Atividade Humana desenvolvida por Leontiev na Teoria da Atividade, sendo que o elemento “desejo” foi inserido por Davydov nesta estrutura.

Figura 5 – Estrutura da Atividade Humana.



Fonte: Adaptado de Libâneo (2004).

Nesta estrutura, Leontiev defende que a Atividade real é o que une o sujeito com a realidade, determinando, assim, o desenvolvimento da consciência (NÚNEZ, 2009). A interação social é fundamental para o desenvolvimento cognitivo do ser humano, pois neste relacionamento comunitário, o ser humano entra em Atividade capaz de transformar e ser transformado cognitivamente.

Segundo Núñez (2009, p. 81), Leontiev destaca que “o que caracteriza a verdadeira Atividade é a coincidência entre seu objetivo e seu motivo”. Neste sentido, nem toda ação desenvolvida é realmente uma Atividade, mas apenas aquelas em que o objetivo coincide com o seu motivo. Na Modelagem, podem ser desenvolvidas ações que busquem favorecer o

desenvolvimento cognitivo dos alunos ao incentivar a coincidência entre os motivos dos alunos ao realizarem as atividades com os objetivos do objeto.

Leontiev (1978) apresenta um exemplo para melhor compreensão da Atividade real, neste exemplo, um aluno lê um livro para um exame, sendo que depois de algum tempo realizando as leituras um colega revela a ele que o livro não será mais útil para o exame. A partir deste momento, o aluno pode tomar duas atitudes; pode interromper a leitura do livro ou continuar lendo, caso o conteúdo do mesmo lhe tiver interessado. O que motivou, a princípio, a leitura do livro pelo aluno foi a necessidade de conhecer seu conteúdo por causa do exame, após o colega lhe revelar que o livro não teria utilidade para o exame, ele poderia tomar uma destas duas atitudes. A primeira atitude seria deixar de ler o livro, neste caso, o aluno não estaria em Atividade propriamente dita, pois o seu motivo que era passar no exame, não coincidiu com o objetivo em que o livro foi escrito, qual seja, transmitir determinado conhecimento. A segunda atitude seria continuar a leitura se o conteúdo do livro lhe tivesse interessado, neste caso, o aluno estaria em Atividade real segundo Leontiev (1978), pois o motivo do aluno passou a coincidir com o objetivo do objeto. Sendo assim, quando o objetivo e o motivo coincidirem, é possível afirmar que o aluno está em Atividade propriamente dita, caso contrário o aluno está realizando apenas uma ação (LEONTIEV, 1978).

A intervenção do professor pode ser realizada por meio de tarefas de estudos que levem os alunos a desenvolver as ações mentais necessárias para que haja a formação do conceito teórico ao trabalhar com o objeto e, desta forma, os alunos entrem em Atividade. Nesta Atividade de Estudo, os alunos são orientados a investigarem o objeto para que realizem, pelo menos de forma abreviada, o caminho percorrido pelos cientistas ao descobrirem sobre o assunto em estudo. Os alunos formam ou criam para si ações mentais da maneira pela qual os cientistas realizaram as descobertas do objeto em estudo (FREITAS, 2017). Na Atividade de Estudo, Davydov (1988a) destaca que:

O pensamento dos alunos, no processo da atividade de estudo, de certa forma, se assemelha ao raciocínio dos cientistas, que expõem os resultados de suas investigações por meio das abstrações, generalizações, e conceitos teóricos substantivas, que exercem um papel no processo de ascensão do abstrato ao concreto (DAVYDOV, 1988a, p. 165).

Neste sentido, é importante que o professor não apresente aos alunos as conclusões científicas finais, mas incentive os alunos a percorrerem o raciocínio trilhado pelos cientistas, mesmo de forma abreviada, na produção do conhecimento científico. Esta orientação pode ser apresentada aos alunos por meio da exposição baseada em problemas que despertem a

curiosidade e os levem a realizarem investigações dentro e fora da sala de aula. Nestas atividades investigativas, surgem uma atitude consciente nos alunos em relação ao estudo e que se apoiam na “necessidade, desejo e capacidade de estudar” (DAVYDOV, 1988a, p. 163).

Para a realização das Atividades de Estudo, Davydov (1988a) destaca seis ações para que possam ser realizadas com o objetivo de favorecer a aprendizagem dos alunos. Mas, antes do desenvolvimento destas ações, algumas condições devem ser consideradas, tais como, a análise do conteúdo, a mobilização de motivos, as necessidades, o desejo de aprender e o caráter investigativo da organização da Atividade de Estudo (FREITAS, 2017).

O professor deve analisar o conteúdo que será estudado, destacando suas características universais e particulares que possam auxiliar os alunos a desenvolverem uma compreensão crítica durante o processo educacional. Após esta análise prévia, o professor precisa ter em mente outra questão de fundamental importância: como despertará a necessidade de aprender nos alunos? Pois, se a necessidade de aprender não for despertada nos alunos, estes não entrarão em Atividade de Estudo, deste modo, os alunos poderão até aprender, mas não realizarão as transformações criativas do objeto de estudo (FREITAS, 2017). Quando o aluno se envolve ativamente com o objeto de estudo, há transformação do conceito pelo aluno, resultando na formação de um novo saber. Para que haja a mobilização da necessidade e do desejo dos alunos, o professor pode levar em consideração alguns princípios quando for elaborar a Atividade de Estudo:

Desenvolver situações de ensino-aprendizagem motivadoras ligando-as a fontes de conhecimentos cotidianos dos alunos; relacionar conceitos acadêmicos gerais a situações cotidianas e locais, possibilitando aos alunos o uso dos conceitos acadêmicos científicos para pensar e agir, compreendendo-os como conceitos sociais ricos e ativos (FREITAS, 2017, p. 409).

Outra condição importante para o desenvolvimento das Atividades de Estudo é o caráter investigativo que o professor deve levar em consideração ao planejar o ensino. Por meio de Atividades de Estudo o aluno recebe o incentivo para agir de forma semelhante aos pesquisadores quando realizaram suas descobertas, “a diferença é que os alunos não criam os conceitos, imagens, valores e normas, e sim se apropriam deles” (FREITAS, 2017, p. 410).

As seis ações de Davydov (1988a) são: a) Transformações dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado, onde se introduz um questionamento aos alunos referente ao assunto que se deseja estudar; b) Modelação da relação universal, nesta ação os alunos buscarão representar o modelo de forma literal, gráfica ou objetivada; c) Transformação do modelo para estudar suas propriedades de forma pura, em que busca levar o

aluno a compreender o objeto de estudo em sua forma concreta e não apenas abstrata; d) Construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral, neste momento os alunos resolvem várias tarefas de forma particular, mas reconhecendo a presença da relação universal; e) Controle (ou monitoramento) da realização das ações anteriores, onde se procura assegurar a execução correta das operações realizadas, assim como o desenvolvimento dos alunos; f) Avaliação da aprendizagem, onde o professor avalia os alunos verificando o que aprenderam sobre o assunto em estudo.

A primeira ação é a transformação dos dados da tarefa e identificação da relação universal do objeto estudado. Nesta ação, o professor apresenta um problema a ser resolvido pelos alunos, que irão reunir as informações fornecidas pelo problema para análise. Durante o desenvolvimento, o professor irá incentivar a reflexão dos alunos por meio de questionamentos, envolvendo o tema apresentado. Segundo Davydov (1988a, p. 174), esta é a principal ação, pois é o momento em que ocorre a “transformação orientada por uma finalidade dos dados da tarefa, dirigida a buscar, descobrir e distinguir uma relação completamente definida de certo objeto integral”.

Em seguida, os alunos são orientados para realizarem a modelação da relação universal, buscando criar modelos que são a base para análise posterior do objeto. Este modelo pode ser representado por variadas formas, como, por exemplo, a literal, gráfica, algébrica, entre outras. Desta forma, o modelo tem que se apresentar como “uma representação da relação universal, identificada e diferenciada no processo de transformação dos dados da tarefa escolar, o conteúdo deste modelo estabelece as características internas do objeto” (DAVYDOV, 1988a, p. 175). Neste momento, os alunos são incentivados a investigarem o processo de descoberta realizado por cientistas no estudo do objeto, assim eles estarão refazendo o caminho já trilhado por outros pesquisadores para que possam aprender e tenham condições de agir de forma crítica em relação ao que está sendo estudado.

Na transformação do modelo para estudar suas propriedades de forma pura, ocorre o incentivo aos alunos para que reconheçam os elementos nucleares do modelo, ou seja, as principais características que não alteram a essência do objeto de estudo. Neste aspecto, os alunos irão fazer experimentos com o modelo construído de tal forma que reconheçam que, ao retirar determinados elementos do modelo, alteram os resultados, descaracterizando, assim, o objeto de estudo. Observarão, também, que determinadas transformações não alteram de modo significativo a estrutura do objeto, mantendo suas propriedades fundamentais. Davydov (1988a, p. 175) destaca que “transformando e reconstruindo o modelo, os escolares são capazes de estudar as propriedades da relação universal como tal, sem o ‘ocultamento’ produzidos por

circunstancias presentes”. Este processo tem o importante papel de fortalecer a compreensão dos alunos durante o processo da formação do conceito para si.

Durante a ação de construção do sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral, o professor poderá apresentar aos alunos algumas tarefas para serem resolvidas, que sejam capazes de despertar, nos alunos, a identificação do que é fundamental ou não no modelo construído. Os alunos também podem fazer experimentos, ao elaborarem tarefas para o grupo, para fortalecer o conhecimento sobre o núcleo do objeto de estudo. Esta ação possui um caráter eficaz, segundo Davydov (1988a), pois o procedimento de resolver tarefas particulares faz com que os alunos identifiquem a relação geral e apliquem o modelo de maneira correta.

O professor realizará o monitoramento ou controle das tarefas realizadas pelos alunos e suas operações, verificando se eles estão cumprindo os objetivos que foram propostos nas tarefas. Segundo Davydov (1988a, p. 176), “o controle consiste em determinar a correspondência entre outras ações de aprendizagem e as condições e exigências da tarefa de aprendizagem”. É importante destacar que os alunos serão orientados a realizarem uma avaliação de si próprios, ao analisarem os objetivos propostos no início das atividades e o que realizaram efetivamente, o que irá favorecer a autonomia dos alunos durante o processo educacional.

A sexta ação da Atividade de Estudo de Davydov é a avaliação da aprendizagem realizada pelo professor com o objetivo de verificar o que foi assimilado pelos alunos durante o processo educacional. Para Davydov (1988a, p. 176), “a avaliação não consiste na simples constatação destes momentos, mas no exame qualitativo substantiva do resultado da assimilação [...], em confrontação com a finalidade”. O professor poderá escolher as técnicas para que possa avaliar os alunos, sendo que esta avaliação é realizada durante todo o desenvolvimento das atividades em sala de aula. Davydov (1988a, p. 176) enfatiza que a atenção dos alunos “deve ser dirigida ao conteúdo das próprias ações e ao exame dos seus fundamentos, do ponto de vista da correspondência com o resultado exigido pela tarefa”. Sendo assim, é fundamental que os alunos sejam orientados a realizarem uma autoavaliação para refletirem sobre suas ações durante a realização dos estudos e da resolução das tarefas propostas. Ademais, esta ação de avaliação pode ser utilizada pelo professor durante os encontros realizados pelos alunos e durante as suas apresentações aos demais colegas de sala de aula, pois Davydov (1988a) enfatiza que os melhores resultados de sua pesquisa foram obtidos quando os alunos interagiram intensamente entre si durante o processo educacional.

Esta interação pode ser incentivada pelo professor em todos os momentos de estudos por meio de questionamentos e orientações.

A Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov é rica em conceitos e em orientações pedagógicas, sendo que, neste trabalho, estão sendo enfatizadas as seis ações de Davydov e suas orientações para ascensão do conhecimento empírico para o conhecimento teórico. Acredita-se que o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvidor de Davydov irá favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática.

3 PROPOSTA DESTA PESQUISA: A TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV E SUA PERSPECTIVA NA MODELAGEM MATEMÁTICA

“A educação é um processo social, é desenvolvimento. Não é a preparação para a vida, é a própria vida.”
(DEWEY, 1967, p. 7).

Para se conhecer sobre a produção de trabalhos envolvendo a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov no Brasil, foi realizada uma pesquisa no Banco de Teses e Dissertações da CAPES com as palavras-chave “Teoria do Ensino Desenvolvidor” e foram encontradas 38 dissertações e 14 teses. A seguir, apresenta-se na Tabela 4, a disposição da quantidade de trabalhos a cada três anos.

Tabela 4 – Quantidade de Trabalhos publicados no Banco de Teses e Dissertações da CAPES envolvendo a Teoria Desenvolvidor.

Período	Quantidade
2005 - 2007	3
2008 - 2010	8
2011 - 2013	8
2014 - 2016	19
2017 - 2018	14

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Esta tabela revela que a partir do ano de 2005 foram evidenciadas publicações, no Banco de Teses e Dissertações da CAPES, envolvendo a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov e que a cada ano tem aumentado o número de trabalhos utilizando esta teoria. Observou-se que dos 52 trabalhos encontrados neste banco de teses e dissertações, nove deles foram direcionados aos alunos do Ensino Médio e, destes, sete estavam diretamente relacionados com a disciplina de Matemática. Isto revela que é um campo de estudos recente no Brasil, pois apresentam poucas publicações, sendo que não foram encontrados trabalhos que envolvessem a Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov com as atividades de Modelagem Matemática.

No Quadro 1, a seguir, apresenta-se os trabalhos que foram desenvolvidos no Ensino Médio com o título, autor, Instituição do Ensino Superior (IES) e o ano em que os trabalhos foram defendidos.

Quadro 1 – Título da Dissertação, autores, IES e ano de defesa.

Título	Autor (a)	IES	Ano
<i>Volume de sólidos geométricos um experimento de ensino baseado na teoria de V. V. Davydov</i>	PERES, T. F. C.	PUC-Goiás	2010
<i>Aprendizagem do conceito de estética: contribuições da Teoria do Ensino Desenvolvidor de artes visuais.</i>	PEIXOTO, L. L. M.	PUC-Goiás	2011
<i>O software geogebra como elemento mediador na formação do conceito de polígonos semelhantes: um estudo na perspectiva do ensino desenvolvimental.</i>	MELO, T. F. O.	IFG	2014
<i>Ensino de estatística: uma proposta fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental.</i>	CUNHA, A. L. A.	PUC-Goiás	2014
<i>Ensino desenvolvimental: um experimento didático formativo para o estudo dos números complexos.</i>	AZEVEDO, D. P.	IFG	2016
<i>Ensino desenvolvimental e investigação matemática com o geogebra: uma intervenção pedagógica sobre o teorema de Tales</i>	REZENDE, S. R. A.	PUC-Goiás	2016
<i>Formação do conceito de juros: uma proposta fundamentada na teoria do ensino desenvolvimental.</i>	SILVA, R. G.	IFG	2017
<i>A formação do pensamento teórico na Teoria do Ensino Desenvolvidor: Contribuições para o ensino de química.</i>	SILVESTRE, A. A.	UFG	2017
<i>Trigonometria no triângulo retângulo: um experimento didático-formativo fundamentado na teoria do ensino desenvolvimental.</i>	OLIVEIRA, K. H.	IFG	2018

Fonte: Banco de Teses e Dissertações da CAPES.

Estes trabalhos mostram que os conhecimentos apresentados pela Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov têm importantes orientações pedagógicas para o ensino de conceitos científicos na contemporaneidade. Os sete trabalhos que aplicaram esta teoria na disciplina de Matemática mostraram o quanto é importante que os professores conheçam estas ideias defendidas por Davydov para, em seguida, desenvolverem em sala de aula.

Um percentual significativo, destes 52 trabalhos, recebeu orientações dos professores Raquel Aparecida Marra da Madeira Freitas e José Carlos Libâneo da Pontifícia Universidade Católica de Goiás, sendo que, tal percentual correspondeu a cerca de 41% dos trabalhos presentes no Banco de Teses e Dissertações da CAPES. Assim, estes dois professores desenvolveram, em seus grupos de pesquisas, estudos sobre a Teoria de Ensino Desenvolvidor de Davydov com a tradução de obras deste autor, como: *Problems of developmental Teaching – The experience of theoretical and experimental psychological research.*

Levando em consideração as contribuições apresentadas nessas pesquisas sobre a Teoria de Ensino Desenvolvidor de Davydov e a necessidade de se encontrar alternativas pedagógicas para favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, realizou-se aproximações didáticas e metodológicas desta Teoria com a Modelagem Matemática. As fases

da Modelagem Matemática apresentam orientações que incentivam o envolvimento dos alunos na busca pelo conhecimento científico por meio de um processo investigativo de situações-problema do cotidiano. Porém, pesquisadores da Educação Matemática (CEOLIM; CALDEIRA, 2017; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; MAGNUS, 2012; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011; entre outros) têm constatado que existem dificuldades de se envolver os alunos em atividades de Modelagem Matemática nas salas de aula, assim, uma maneira de se contribuir para resolver este problema é a utilização de conhecimentos da área pedagógica durante o desenvolvimento destas atividades. Este capítulo se propõe a apresentar o Modelo Pedagógico em que envolve a Modelagem Matemática com inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov.

3.1 MODELO PEDAGÓGICO GERAL DA ASSOCIAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM A TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV

Para favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática é que se apresenta um modelo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática com as ações concretas da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Neste modelo, alunos e professores recebem orientações didáticas e metodológicas para se envolverem nas pesquisas, estudos e resoluções de problemas do cotidiano utilizando os conhecimentos matemáticos.

Este modelo envolve atividades de Modelagem Matemática com inserções das ações de Davydov na Teoria do Ensino Desenvolvimental com o propósito de analisar se tais atividades apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa. Esta associação apresenta uma estrutura de fácil compreensão aos professores e aos alunos a fim de incentivar o envolvimento deles na realização das tarefas no ambiente educacional.

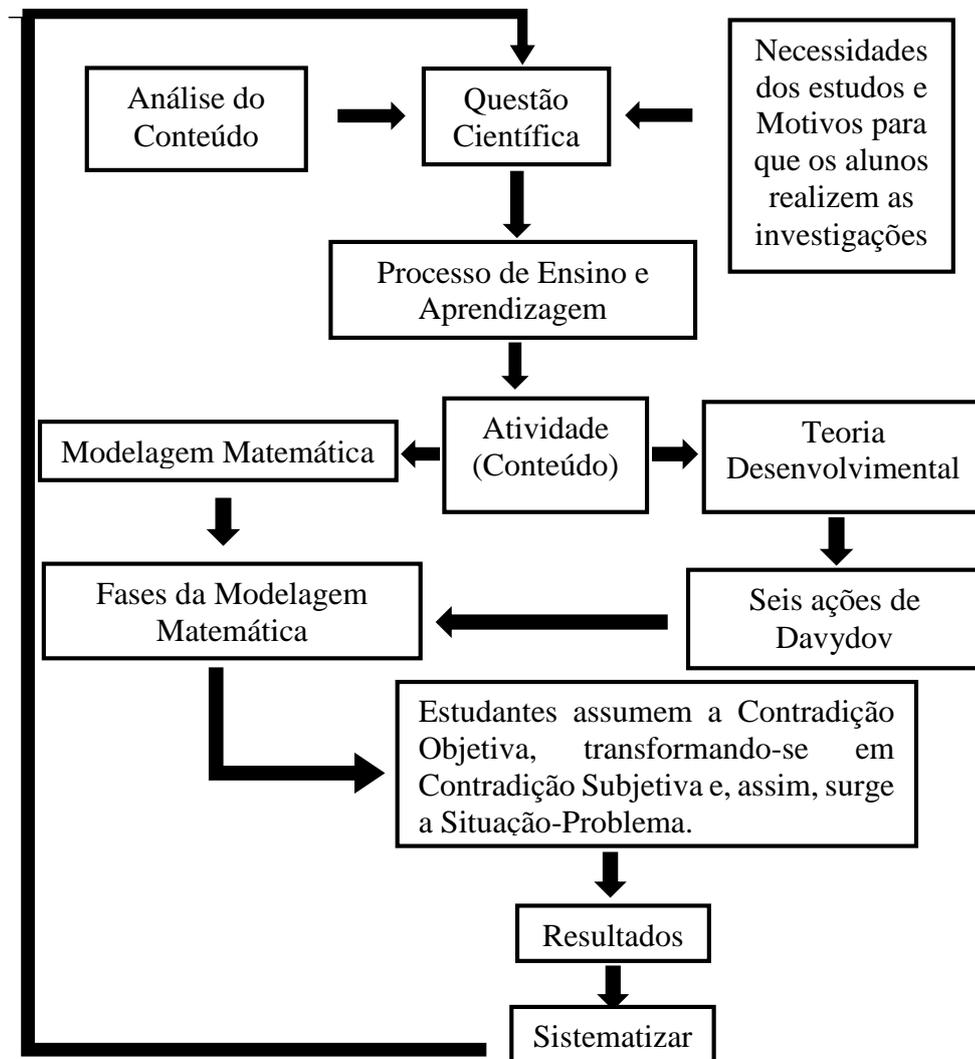
Neste sentido, os professores irão planejar as tarefas como uma contradição objetiva e quando o estudante assumir a contradição objetiva, ela passa a ser subjetiva, aparecendo a situação-problema e o problema. A Atividade de Estudo é o que relaciona o estudante com a tarefa, ou seja, a Atividade externa deve transformar-se em uma Atividade interna, sendo que o planejamento é formado por um sistema de tarefas.

Realmente, as atividades de Modelagem Matemática estão estruturadas em fases que orientam os alunos na pesquisa, na construção, na elaboração e na resolução de uma situação-problema do cotidiano. Os trabalhos de Davydov compreendem Atividades de Estudo em seis

ações que valorizam o processo investigativo, o qual deve ser desenvolvido pelos alunos, mas orientados pelo professor, visando à descoberta dos objetos do conhecimento para si.

As fases da Modelagem Matemática e as ações da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov foram associadas de maneira concomitante com o objetivo de colaborar com o processo educacional. Defende-se que esta associação contribuirá com o envolvimento investigativo dos alunos nas atividades e, conseqüentemente, favorecerá para o aprendizado deles durante os estudos da Matemática. A associação da Modelagem Matemática (MM) com as ações da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov (TEDD) é representado pelo modelo pedagógico geral, apresentado na Figura 6.

Figura 6 – Modelo Pedagógico Geral da Associação da Modelagem Matemática com a Teoria Desenvolvidor de Davydov.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Neste modelo, estão inseridos os passos a serem desenvolvidos durante as atividades. O modelo pedagógico surge da necessidade de se organizar uma estrutura de forma didática e metodológica em que haja a associação das fases da Modelagem Matemática com as seis ações da Teoria de Ensino Desenvolvidor de Davydov.

Assim, o professor inicialmente elabora uma questão científica para nortear a pesquisa e que será respondida após a realização das atividades de Modelagem Matemática associadas às ações de Davydov. É importante que o professor justifique o desenvolvimento dos estudos para os alunos, apresentando as necessidades e os motivos para a realização das atividades e, em seguida, analise o conteúdo que será necessário para que os alunos realizem as Atividades de Estudo e de pesquisas. Durante a análise do conteúdo, o professor poderá selecionar um dos assuntos do conteúdo programático da série em que ministrará as aulas para, em seguida, planejar o desenvolvimento das atividades em sala de aula. O objeto de estudo, neste caso, é o Processo de Ensino e Aprendizagem (PEA) que se apresentará durante a realização das atividades de Modelagem Matemática associadas às ações da Teoria de Ensino Desenvolvidor de Davydov. Tais atividades serão desenvolvidas incentivando o caráter investigativo da pesquisa e procurando despertar o desejo de aprender nos alunos durante o processo educacional.

O conteúdo poderá ser escolhido de acordo com a ementa da disciplina de Matemática da série em que a atividade de Modelagem será desenvolvida. Em seguida, o professor orientará os alunos a desenvolverem atividades de Modelagem Matemática de forma interdisciplinar, pois a questão em estudo poderá ser contextualizada com outras áreas do conhecimento. Durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem, o professor irá interagir com os alunos utilizando as ações da Teoria de Ensino Desenvolvidor de Davydov em cada uma das fases que constituem a Modelagem Matemática.

No desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática com associação das ações da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov, o professor apresentará, inicialmente, a tarefa a ser realizada pelos alunos que, a princípio, é apenas uma contradição objetiva, pois o aluno ainda não assumiu a responsabilidade de resolver o problema. A partir do momento em que o aluno assume a contradição objetiva para si, ou seja, passa a ter motivações intrínsecas para a realização dos estudos e das investigações, a contradição passa a ser subjetiva. Neste aspecto, surge, para os alunos, o problema ou a situação-problema, assim, os alunos passam a entrar em Atividade propriamente dita ao assumirem para si a necessidade de pesquisar maneiras para solucionar a tarefa inicialmente proposta.

Após a realização destas atividades, deve-se analisar os resultados obtidos no processo educacional em sala de aula. Em seguida, realiza-se a sistematização dos dados e, depois, o processo será refinado ao se analisar os resultados com as informações da questão da pesquisa inicialmente levantada e as demais etapas do modelo. Para finalizar o ciclo, é fundamental que os alunos apresentem os resultados aos demais colegas da sala de aula, possibilitando ao professor avaliar o aprendizado dos alunos durante o processo.

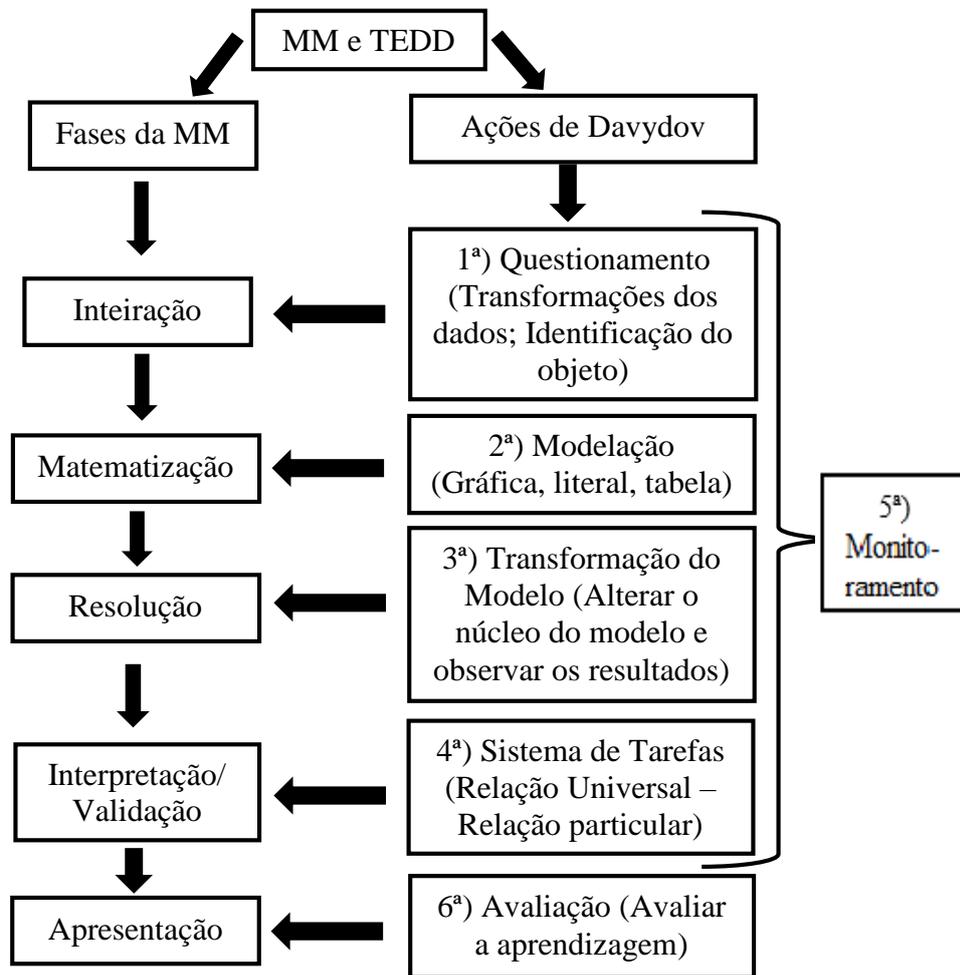
A sugestão é que este ciclo se repita três vezes, pois as atividades serão desenvolvidas nos três momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática. Desta forma, os alunos terão condições de participar mais ativamente nas atividades propostas, pois a cada momento de familiarização da Modelagem Matemática estarão mais envolvidos na realização das atividades de pesquisas e na investigação da tarefa proposta.

3.2 MODELO PEDAGÓGICO DA ASSOCIAÇÃO DAS FASES DA MODELAGEM MATEMÁTICA COM AS AÇÕES DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL DE DAVYDOV

O Modelo Pedagógico da associação da Modelagem Matemática com as seis ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresenta um detalhamento para professores e alunos do momento em que se prioriza cada ação de Davydov nas fases da Modelagem. As orientações presentes neste modelo são apresentadas de forma clara para facilitar a utilização pelos professores durante o processo educacional, pois fornece os passos a serem realizados em cada fase da Modelagem e as ações que necessitam ser realizadas em cada momento. Os professores irão, portanto, orientar os alunos nas investigações e na busca por compreensões do que deverão fazer nas fases da Modelagem e quais as ações que utilizarão em cada momento, com a finalidade de solucionarem os problemas.

A Figura 7 mostra o esquema que representa a ideia do modelo com o objetivo de favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática. Em seguida, realiza-se a explicação do que deve ser feito em cada fase da Modelagem e qual a contribuição de cada ação de Davydov durante o desenvolvimentos das atividades em sala de aula.

Figura 7 – Modelo Pedagógico da associação das fases da Modelagem Matemática com as ações da Teoria Desenvolvidora de Davydov.



Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

No modelo da Figura 7, estão apresentados os momentos em que cada ação de Davydov poderá ser utilizada nas fases da Modelagem Matemática. Observa-se que as ações não são compreendidas como exclusivas de cada fase indicada, mas, sim, como uma sugestão para o seu desenvolvimento, ou seja, as ações poderão ser aplicadas em outras fases da Modelagem se houver necessidade. Sendo assim, a primeira ação de Davydov é o questionamento para que haja a transformação dos dados da tarefa, o qual pode ser aplicado na fase de Inteiração da Modelagem Matemática, pois este é o momento em que os alunos estão tendo o primeiro contato com a tarefa a ser desenvolvida e precisam ser instigados para que realizem os estudos.

A segunda ação de Davydov é a Modelação que pode ser desenvolvida na fase de Matematização, desta forma, os alunos podem fazer a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática e praticar a ação de Davydov realizando a busca por modelos já descobertos pelos estudiosos que podem ser úteis para resolver a situação problema. Além disto,

na Modelação, os alunos são incentivados a realizarem a construção de tabelas, gráficos, desenhos ou outras estratégias que possam ser utilizadas para melhor compreender o que foi proposto inicialmente.

Após superarem a fase de Matematização, os alunos passam para a fase de Resolução do problema, e, para contribuir nesta fase, será utilizada a terceira ação de Davydov, que corresponde à Transformação do Modelo. Nesta ação, os alunos irão realizar o estudo do modelo escolhido na segunda ação de Davydov e verificar se haverá necessidades de realizarem alterações neste modelo para atender a situação em estudo. Para isto, é importante que se analisem as características universais do modelo, a fim de que não se alterem, e assim, este modelo possa ser utilizado na questão estudada e em outras questões que apresentem situações-problema semelhantes.

A quarta ação de Davydov é a construção de um Sistema de Tarefas que venham a contribuir na fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática. Estas tarefas estão relacionadas a uma ou várias ações, realizadas por cada componente do grupo, capazes de contribuir para a resolução da questão, mas também pode estar relacionada à elaboração de questões, pelo professor ou pelos alunos, que sejam semelhantes ao que está sendo estudado em grupo. Tais tarefas visam familiarizar os alunos na resolução de questões que envolvam o mesmo raciocínio, bem como contribuir com a interpretação do problema e sua posterior validação.

O Monitoramento corresponde à quinta ação de Davydov, que deve estar presente em todas as fases da Modelagem Matemática e nas demais ações da Teoria Desenvolvidora de Davydov. Esta quinta ação é fundamental para que o professor oriente os seus alunos durante o desenvolvimento das atividades, incentivando-os no cumprimento das tarefas, bem como redirecionando as ações que estiverem se distanciando do objetivo inicial.

Finalmente, a sexta ação de Davydov, a Avaliação de Aprendizagem, deve ser realizada em todas as fases da Modelagem Matemática, principalmente durante as apresentações dos trabalhos realizados pelos alunos na sala de aula. Esta avaliação ocorrerá de forma contínua durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, observando os aspectos relacionados ao envolvimento dos alunos no processo, como o interesse, a iniciativa em buscar informações, a elaboração de questões, a busca e/ou construção de modelos matemáticos, apresentação dos conhecimentos adquiridos durante os estudos, entre outros.

As atividades de Modelagem Matemática associadas às ações da Teoria Desenvolvidora de Davydov podem ser realizadas pelos professores iniciando com os questionamentos, primeira ação de Davydov, relacionados à situação-problema para que ocorra

a transformação dos dados e a identificação do objeto. Além disso, levar o professor a entender a Zona de Desenvolvimento Proximal dos alunos, realizando a mediação a fim de que eles atinjam o Nível de Desenvolvimento Potencial e se tornem mais ativos durante o Processo educacional.

O modelo pedagógico da Figura 7 apresenta as orientações das atividades em sala de aula, indicando as possíveis intervenções das ações da Teoria Desenvolvimental de Davydov durante o desenvolvimento das fases da Modelagem Matemática. Acredita-se que a realização destas atividades contribua para a aquisição de ações mentais que organizem o pensamento empírico dos alunos para a formação de pensamentos teóricos.

Para melhor compreensão do desenvolvimento destas atividades, é importante que os alunos permaneçam nos mesmos grupos durante a realização de todas as três atividades e, com isto, tenham mais facilidade para se envolverem nas tarefas propostas. Durante o processo, os alunos devem ser incentivados a terem uma atitude desenvolvimental através de questionamentos constantes, relacionados ao assunto pesquisado. Em seguida, deve-se analisar as respostas dadas pelos alunos aos questionamentos, desta forma, será possível compreender e refletir sobre as ideias que surgirem na mente dos alunos durante as atividades.

Ao surgirem questionamentos dos alunos em relação aos problemas, o professor pode responder diretamente às dúvidas ou solicitar que os alunos realizem investigações para que procurem as respostas em grupo. As tarefas particulares podem ser construídas pelos alunos, orientados pelo professor, com o objetivo de compreender melhor a utilização do modelo construído para a resolução de problemas semelhantes. Ademais, os alunos podem mudar os dados das tarefas construídas para verificarem a eficácia deste modelo ao resolverem outros problemas semelhantes. Tais ações serão analisadas na fase de validação e interpretação dos resultados dentro das atividades de Modelagem Matemática.

Assim, este modelo pedagógico, que envolve atividades em Modelagem Matemática com inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, traz contribuições para o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática ao apresentar orientações didáticas e metodológicas para serem desenvolvidos por professores e alunos no ambiente educacional.

3.3 METODOLOGIA DESENVOLVIDA NA PESQUISA

Esta pesquisa possui uma abordagem qualitativa, pois realizou-se um estudo envolvendo atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov durante o Processo de Ensino e Aprendizagem na disciplina de Matemática do

Ensino Médio, buscando compreender se estas atividades evidenciavam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem de forma Ativa. A pesquisa qualitativa apresenta características, tais como: ser conduzida em um ambiente natural, uma fonte de dados para uma estreita interação; baseia-se no pesquisador como instrumento-chave na coleta de dados; envolve o uso de múltiplos métodos; envolve raciocínio complexo que circula entre o indutivo e o dedutivo; tem seu foco nas perspectivas dos participantes, seus significados, suas múltiplas visões subjetivas; está situada dentro do contexto ou ambiente dos participantes; envolve um projeto emergente e em evolução, em vez de um projeto rigidamente prefigurado; é reflexiva e interpretativa (isto é, sensível às biografias/identidades sociais do pesquisador); apresenta um quadro holístico complexo (CRESWELL, 2014).

A Observação Participante, segundo Mónico *et al.* (2017), apresenta características importantes, tais como: o observador ou observadores partilham papéis e hábitos dos grupos observados, tendo condições favoráveis para observar as situações, fatos e comportamentos; é apropriado para estudos exploratórios, estudos descritivos e estudos que visam à generalização de teorias interpretativas; foca-se na atribuição de significados às práticas e vivências humanas; observa fatos que acontecem, analisa o que é dito e questionando às pessoas ao longo de um período de tempo; proporciona uma aproximação dos indivíduos e de suas representações sociais, da sua dimensão histórica, sociocultural e de seus processos.

Na Observação Participante, o investigador está interessado em compreender a dinâmica realizada pelo grupo no seu meio natural, e não apenas em recolher informações às questões propostas. Busca-se uma compreensão holística e natural das matérias a serem estudadas, sendo que é importante que não fique apenas na observação, mas que complemente com entrevistas e registros dos fenômenos observados (MÓNICO *et al.*, 2017).

Os participantes da pesquisa foram trinta e dois estudantes do Ensino Médio Integrado ao Técnico em um Campus do Instituto Federal do Maranhão, além do pesquisador que desenvolveu as Atividades de Estudo em Modelagem à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Decidiu-se trabalhar com alunos do Ensino Médio, pois existem pesquisas que evidenciam algumas dificuldades em se desenvolver atividades de Modelagem Matemática na Educação Básica, tais como a dificuldade de envolverem os alunos nestes estudos e a insegurança dos professores em desenvolver tais atividades na sala de aula (CEOLIM; CALDEIRA, 2017; SILVEIRA; CALDEIRA, 2012; MAGNUS, 2012; MEYER; CALDEIRA; MALHEIROS, 2011). Neste aspecto, antes do início da coleta de dados, entrou-se em contato com a direção da escola, que autorizou a realização da pesquisa ao assinar o Termo de Consentimento da Instituição (Apêndice A). Ademais, foi realizada a solicitação de

autorização ao Comitê de Ética e Pesquisa da Universidade Federal do Pará, enviando toda a documentação solicitada pela mesma (Apêndices A ao J) e sendo aprovada pelo Comitê conforme o número 3.697.067 do parecer (Anexo C).

Almeida, Silva e Vertuan (2013) destacam que as atividades de Modelagem Matemática são desafiadoras e não usuais para os estudantes, já que estão habituados em aulas de Matemática centradas apenas no professor. Para favorecer a autonomia dos alunos, as atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas de forma gradativa, neste sentido, elas foram realizadas em três momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem.

No primeiro momento, o professor-pesquisador colocou os alunos diante de uma tarefa com todos os dados e informações necessárias para sua resolução. Os alunos reunidos em grupos de quatro ou cinco componentes, assumiram a responsabilidade de responderem a tarefa, fizeram a investigação, a dedução, a análise e a utilização do modelo matemático para resolverem a situação-problema, sempre sob orientação do professor-pesquisador. O desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática associadas com as ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental visavam compreender se tais atividades apresentavam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma Ativa. As ações de Davydov e as fases da Modelagem Matemática foram identificadas durante a realização das atividades em sala de aula, sendo que os elementos da Estrutura da Atividade Humana, formulada por Leontiev, composta por necessidade, motivo, objetivos, ações, operações e condições, estiveram presentes no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática. Davydov acrescentou o elemento “desejo” como núcleo básico da necessidade, pois acreditava que o desejo é um elemento fundamental para a realização das Atividades Humanas. Os grupos receberam tarefas diferentes e no final da atividade, todos eles apresentaram os seus resultados aos alunos da classe e ao professor-pesquisador.

Em um segundo momento, foi sugerido um tema para cada grupo de alunos que realizaram as investigações necessárias, coletarem os dados e as informações com o objetivo de resolver o problema. Os alunos definiram as variáveis, formularam hipóteses, obtiveram e validaram o modelo matemático. O professor-pesquisador esteve presente na orientação aos alunos, sendo que, neste momento, os alunos tiveram mais independência na investigação e na resolução da situação-problema. Durante este processo, foram analisados o desenvolvimento das Atividades de Estudo em Modelagem Matemática associadas às seis ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Todos os grupos socializaram os resultados de suas pesquisas aos colegas da classe.

Finalmente, no terceiro momento das atividades com modelagem, foi destacado que os alunos deveriam permanecer no mesmo grupo que participaram nos dois momentos iniciais e incentivou-se a escolha de temas para a resolução das tarefas. Neste momento, cada grupo foi responsável pela condução de todas as fases da Modelagem Matemática, desde a escolha do tema à aplicação do modelo matemático. As fases da Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental orientou todo o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática em sala de aula, destacando que os elementos da estrutura da Atividade Humana de Leontiev influenciaram nas atividades, pois sua utilização serviu para compreender as ações dos alunos durante o processo. No final, os grupos apresentaram o resultado de suas atividades para o professor-pesquisador e a todos os colegas da classe.

As ações de planejamento das atividades foram resumidas em um quadro e colocados no Apêndice L, em que foram apresentadas as fases da Modelagem Matemática associadas às ações de Davydov durante os três momentos de familiarização da Modelagem.

Conforme o quadro do Apêndice L, realizou-se a associação das ações de Davydov em cada fase da Modelagem Matemática, em que foram levados em consideração os três momentos de familiarização da Modelagem. É importante destacar que as fases da Modelagem e as ações de Davydov podem ser flexibilizadas em sua ordem, ou seja, a sequência apresentada não é rígida, pode ser alterada de acordo com a necessidade apresentada na questão e com as características do grupo formado.

As atividades foram registradas por meio de relatórios dos alunos, áudios, diário de campo do pesquisador; posteriormente, este material foi tratado por meio de Análise Textual Discursiva. Além disso, foram utilizados como instrumentos de produção de dados a entrevista semiestruturada realizada com os alunos, sendo que este material produzido subsidiou as compreensões quanto à utilização de Atividades de Estudo em Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental.

Após a realização de todos os trabalhos, os seis líderes dos grupos foram convidados para que falassem sobre o desenvolvimento dos trabalhos em suas equipes. Foi utilizada a técnica do Grupo Focal, pois esta técnica se utiliza de entrevistas realizadas com alguns participantes da pesquisa, selecionados para formar um grupo com a finalidade de comentar sobre as atividades desenvolvidas, buscando compreender as contribuições e dificuldades percebidas durante o processo. Segundo Gomes (2005),

O Grupo Focal é uma técnica qualitativa de coleta de dados, originalmente proposta pelo sociólogo estadunidense Robert King Merton (1910-2003), com a finalidade de obter respostas de grupos a textos, filmes e questões. A proposta inicial era conseguir,

pela introspecção de diferentes sujeitos, informações sobre a vida diária e como cada indivíduo é influenciado por outros em situação de grupo e de que maneira ele próprio influencia o grupo, utilizando uma “entrevista focalizada”, com roteiros de questões e respostas de um grupo de indivíduos selecionados pelos investigadores, tendo em vista um tópico de pesquisa (GOMES, 2005, p. 279).

É importante destacar que os participantes possuem mais oportunidades para esclarecer os acontecimentos em foco do que a maioria das entrevistas estruturadas (GOMES, 2005), pois no Grupo Focal os componentes do grupo podem opinar em relação às informações apresentadas por qualquer dos participantes durante seus discursos. O objetivo desta técnica é obter informações por meio de comunicações e interações dos participantes do grupo. Para Trad (2009, p. 780), a entrevista realizada no Grupo Focal “busca colher informações que possam proporcionar a compreensão de percepções, crenças, atitudes sobre um tema, produto ou serviços”. Sendo assim, para a coleta das informações dos alunos que participaram do Grupo Focal foi utilizado o roteiro de entrevista semiestruturada do Apêndice G. Este roteiro serviu de base para o diálogo, porém durante a entrevista surgiram novos questionamentos com o objetivo de esclarecer dúvidas que emergiram na ocasião.

O material produzido referente ao processo de Atividades de Estudo em Modelagem Matemática associadas às ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov foi explorado com base na Análise Textual Discursiva (ATD) envolvendo a unitarização, categorização e metatexto (MORAES; GALIAZZI, 2016). Após a produção do material de análise obtido por meio das gravações e entrevistas, foram, então, efetuadas as transcrições de todos estes documentos. Em seguida, todo o material foi lido, tratado e interpretado para que se obtivessem compreensões sobre os acontecimentos registrados durante as atividades. Na ATD, procura-se interpretar os episódios discursivos recorrendo à análise do conteúdo e à análise do discurso (MORAES; GALIAZZI, 2016).

Com a demarcação dos documentos, constituiu-se o corpus de análise, que é o conjunto de documentos tidos em conta para serem submetidos ao procedimento analítico, sendo que se integram as transcrições das entrevistas, observações, anotações, depoimentos e outros registros escritos produzidos durante a pesquisa. Após a constituição do corpus, seguiu-se a unitarização, em que ocorreu a leitura cuidadosa deste corpus para que fossem identificadas as unidades de significados. Para Moraes e Galiazzi (2016), na unitarização são formadas as unidades de significação a partir do desmembramento do texto, em seguida, transforma-se em unidades menores discriminando os sentidos obtidos e os significados que são relevantes para a pesquisa. Logo após, ocorreu a categorização que, para Moraes e Galiazzi (2016, p. 97), “corresponde a simplificações, reduções e sínteses de informação da pesquisa, concretizadas por comparação

e diferenciação de elementos unitários, resultando em formação de conjuntos de elementos que possuem algo em comum”. Após a categorização, houve a construção de um metatexto que apresentou uma síntese, a partir de um conjunto de textos, com o objetivo de “expressar as novas compreensões atingidas em relação ao seu objeto de pesquisa” (MORAES; GALIAZZI, 2016, p. 111).

4 DESENVOLVIMENTO DO MODELO PEDAGÓGICO

“O aprendizado é mais do que a aquisição da capacidade para pensar; é a aquisição de muitas capacidades especializadas para pensar sobre várias coisas.”
(VYGOTSKY, 1991, p. 55).

Os alunos de uma turma do Ensino Médio Integrado ao técnico de um campus do Instituto Federal do Maranhão foram convidados para participar de atividades envolvendo os três momentos de Modelagem Matemática associadas às ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental no período matutino, considerando que suas aulas regulares ocorriam no período vespertino. A turma era composta por trinta e dois alunos e, após receberem os esclarecimentos sobre o desenvolvimento das atividades, assinaram o Termo de Assentimento (Apêndice J), termo que alunos menores de 18 anos assinam para participar de pesquisas, e levaram para seus pais e/ou responsáveis o Termo de Consentimento Livre e Esclarecido (Apêndice B), sendo que este último termo foi devolvido em momento posterior com as assinaturas dos responsáveis.

No primeiro encontro, além de apresentar os passos para o desenvolvimento das atividades, foi escolhido o conteúdo de Juros Simples e Juros Compostos para ser trabalhado em sala de aula, já que fazia parte do conteúdo programático da terceira série do Ensino Médio que iriam estudar. As atividades foram desenvolvidas de acordo com as três momentos de familiarização da Modelagem Matemática apresentada por Almeida, Silva e Vertuan (2013). Durante estas atividades, as seis ações apresentadas por Davydov foram inseridas nas fases da Modelagem Matemática.

No primeiro encontro, o professor-pesquisador fez a apresentação de como seriam desenvolvidas as atividades de Modelagem Matemática e depois explicou alguns exemplos de juros simples e compostos presentes no cotidiano, tais como os juros utilizados pelos bancos e pelas lojas ao oferecerem seus produtos e serviços. Em seguida, os alunos foram divididos em seis grupos, quatro grupos com cinco componentes e dois grupos com seis, sendo que cada grupo recebeu um roteiro para orientação do desenvolvimento das atividades (Apêndice H) e um roteiro para a organização do relatório final (Apêndice I). Este relatório foi entregue pelos alunos ao professor-pesquisador no dia da apresentação dos trabalhos com as informações solicitadas. É importante destacar que os relatórios dos apêndices H e I foram entregues no início de cada uma das três atividades de Modelagem Matemática.

Os grupos permaneceram com os mesmos componentes durante os três momentos de familiarização da Modelagem Matemática, sendo que os nomes dos alunos foram trocados por

letras e números para que se mantivesse o sigilo da identificação dos alunos. Por exemplo, o código A1G1 representa o aluno 1 (A1) do Grupo 1 (G1), assim os seis grupos foram representados por G1 até o G6 e os grupos foram formados por no máximo seis alunos identificados por A1 até o A6.

4.1 DESENVOLVIMENTO DO PRIMEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

O primeiro encontro teve a duração de três horas, pois iniciou-se às oito horas da manhã e terminou às onze horas. Neste encontro, o professor-pesquisador apresentou aos alunos o conteúdo de Juros Simples e Compostos, que é um dos conteúdos exigidos para se trabalhar na terceira série do Ensino Médio. Nesta ocasião, foram levantados alguns questionamentos sobre a importância de se estudar Juros Simples e Compostos e sua aplicação no sistema financeiro, bem como nos empréstimos bancários, aplicações de rendas fixas ou variáveis, compras de bens móveis e imóveis por meio de parcelamentos, entre outros exemplos. Foram realizadas algumas explicações deste conteúdo, utilizando, para isto, as regras de três simples para resolver as situações-problema inicialmente enunciadas. Em seguida, foi apresentada a explicação dos modelos gerais existentes envolvendo os Juros Simples e Compostos. No primeiro momento de familiarização, procurou-se desenvolver o modelo pedagógico envolvendo aplicações financeiras, o seu uso no dia a dia e a sua utilização do mercado financeiro. A questão a ser respondida para este momento foi: Qual a importância dos Juros nas atividades financeiras?

Neste primeiro momento de familiarização da Modelagem Matemática associada à Teoria do Ensino Desenvolvimental, os alunos, reunidos em grupos, receberam uma questão (Anexo A) com os dados prontos para que realizassem a investigação e sua resolução. E, desta forma, cada um dos seis grupos se envolveram em atividades em sala de aula e em encontros extraclasse com o objetivo de solucionarem o problema e se prepararem para explicar suas conclusões aos demais colegas de sala de aula.

As atividades de Modelagem Matemática foram desenvolvidas priorizando o ensino contextualizado do conteúdo matemático, pois, segundo Davydov (1988a), o aprendizado ocorre quando o objeto é tratado em unidade com o todo, ou seja, quando é relacionado dentro de um contexto que esclarece seus elementos constitutivos, bem como a sua aplicação concreta. A contextualização é fundamental para mostrar aos alunos que os conhecimentos matemáticos são necessários para resolver diversas situações-problema da atualidade.

Os alunos receberam orientações durante o primeiro encontro, continuaram os estudos em encontros extraclasse para solucionarem a situação-problema e uma semana depois foi marcado um outro encontro para que apresentassem o que aprenderam aos outros colegas de sala de aula. O segundo encontro na sala de aula teve a duração de três horas, pois todos os grupos tiveram a oportunidade de realizar as explicações das soluções dos problemas.

4.1.1 A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov

Nesta primeira fase da Modelagem Matemática, os alunos receberam uma questão com todos os dados prontos para que, juntos, encontrassem a melhor estratégia de resolução. Antes de iniciarem a leitura e análise da questão que receberam, o professor-pesquisador fez uma apresentação de Juros Simples e Compostos com o objetivo de esclarecer a importância deste assunto em aplicações práticas na sociedade e os recursos matemáticos que podem ser utilizados para a solução das situações-problema. Nessa apresentação, houve a contextualização da Matemática Financeira, pois isso é fundamental para que seja despertado o desejo e a necessidade dos alunos pelo estudo prático e teórico deste conteúdo. Em relação à compreensão dos caminhos lógicos para resolver o problema e não ficar dependendo exclusivamente das fórmulas matemáticas, o aluno A4G5 comentou que:

A aula proporcionou ao grupo uma ideia mais vasta sobre as diversas possibilidades de se resolver uma questão que envolvia o mesmo assunto. Além do mais, a mesma nos possibilitou uma ideia de usarmos mais a lógica do que nos prendermos a fórmulas. O uso da lógica nos permite uma maior facilidade ao responder questões porque nem sempre lembramos de fórmulas (ALUNO - A4G5 – RELATÓRIO DO GRUPO 5).

O professor-pesquisador enfatizou a importância da análise das questões para a compreensão correta dos dados nela inseridos a fim de que encontrassem meios para resolvê-las, priorizando a interpretação lógica Matemática para solucioná-las em vez de sempre recorrer às fórmulas algébricas. Destaca-se que as fórmulas são recursos importantes, mas que devem ser utilizadas de forma consciente, sendo que, no esquecimento da fórmula, pode-se buscar outros meios para resolver o problema. Neste aspecto, o aluno A4G5 destacou o aprendizado da aplicação dos juros simples e compostos em questões utilizando mais de uma estratégia e, com isto, facilitou a aprendizagem dos aspectos nucleares do conceito de juros ao utilizar as fórmulas ou a lógica para resolver as situações-problema.

Foi possível constatar que os alunos iniciaram a coleta dos dados nesta fase de Inteiração, inicialmente leram a questão e procuraram os conteúdos matemáticos que seriam úteis para resolvê-la. Em seguida, o professor-pesquisador realizou questionamentos para instigar a imaginação dos alunos na busca por soluções, como por exemplo, quais são os dados presentes na questão? Vocês identificam o que a questão deseja? Quais os passos a serem tomados para iniciarem a resolução da questão? Na Inteiração, os alunos identificaram e colheram os dados da questão para análise e, em seguida, iniciaram o processo de resolução. Nesta fase inicial, foi possível observar a fala do aluno A2G5 ao ler a questão (Anexo A) de seu grupo:

15. O dono de um restaurante por quilo costuma semanalmente encomendar de um fornecedor 12kg de arroz, 8kg de feijão e 15kg de batata.
- a) sabendo que os preços do quilograma do arroz, do feijão e da batata em certa semana são de R\$4,00, R\$3,40, R\$2,00 respectivamente. Determine o gasto correspondente a esse pedido.
- b) na semana seguinte, os preços do quilograma do arroz, feijão e da batata sofreram as seguintes variações, respectivamente: +3%, -5%, +6%. Qual foi a variação percentual do gasto do mesmo pedido? (ALUNO – A2G5 – RELATÓRIO DO GRUPO 5).

Ao concluir a leitura e a coleta dos dados da questão, o professor-pesquisador questionou ao grupo sobre as maneiras possíveis para se resolver o problema e as possibilidades de apresentar as soluções dos aumentos e reduções sucessivas. Assim, nesta fase de Inteiração da Modelagem Matemática, houve a transformação dos dados da tarefa, organização e identificação dos conhecimentos matemáticos necessários para resolverem a questão, sendo que tais ações fazem parte da primeira ação de Davydov.

4.1.2 A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov

Nesta fase, os alunos convertem da linguagem natural para a linguagem Matemática, pois já passaram pela fase de Inteiração na qual identificaram os conhecimentos matemáticos necessários para iniciarem a resolução da questão. Sendo assim, os alunos apresentaram estratégias para resolverem o problema entregue ao grupo 1 (Anexo A), como pode ser observado na fala do aluno A4G1 a seguir:

E o primeiro passo que devemos tomar é impor um valor x ao determinado produto. Na solução eu coloquei o produto com o valor de R\$ 50,00, e como ele diz 50% de desconto na aquisição do segundo produto, vamos calcular qual o valor que ficaria dos dois, no caso 50 que é o valor do produto + 25 que é já no segundo passo, nós vamos calcular o valor por unidade de produto, que basta apenas pegar o valor total e

dividir por 2, já que são duas unidades, o valor final será a de R\$ 37,50 por cada produto (ALUNO – A4G1 – RELATÓRIO DO GRUPO 1).

Este aluno apresentou uma estratégia para resolver a questão, em que calculou cinquenta por cento de desconto na compra do segundo produto. Neste aspecto, o aluno apresentou a sua interpretação da questão e propôs um meio para solucioná-la seguindo cálculos percentuais. Em seguida, respondeu ao questionamento inicial, no qual pedia o valor final dos dois produtos, já que um deles seria comprado com o valor normal (R\$ 50,00) e o outro com 50% de desconto. Este comentário realizado pelo aluno A4G1 revela a relevância dos questionamentos para incentivar os alunos a raciocinarem, debater com seus colegas e colocá-los em uma perspectiva desenvolvimental. É possível verificar que a fase de Matematização está exatamente na exposição dos caminhos possíveis para se resolver o problema, neste caso, utilizando o cálculo percentual.

Nesta fase da Modelagem Matemática, observou-se a segunda ação de Davydov realizada pelos alunos, que correspondeu à Modelação. Nessa ação, o professor-pesquisador orientou os alunos procurar um modelo já construído ou estruturar uma estratégia que fosse útil para resolver a presente questão. Na fala do aluno A4G1 acima citado, não foi apresentado um modelo algébrico, mas um raciocínio lógico que foi suficiente para solucionar o problema. Tal raciocínio pode ser apresentado como um modelo, pois 50% pode ser interpretado como uma divisão do valor dado por 2 ($\text{valor}/2$), e isto, pode ser aplicado em qualquer situação em que se solicite o cálculo de 50%.

Outro exemplo foi o apresentado pelo grupo 6 ao responder à questão entregue ao grupo (Anexo A) e que, após a leitura e coleta de dados, os alunos explicaram como resolveram a letra “a” da mesma. O aluno A4G6 fez o seguinte comentário ao expor suas ideias sobre a questão:

Bem, aqui nós não sabemos o valor exato do salário de Cláudio. A prestação consome 30% de X, que é o salário dele. Então, a partir de agora esse salário dele foi multiplicado por 1,1, ou seja, ela passará a representar 30 vezes 1,1 que vai totalizar em 33%, portanto, a prestação sem aumentos de salário vai ser de 33% (ALUNO – A4G6 – RELATÓRIO DO GRUPO 6).

O aluno A4G6 evidenciou a fase de Matematização ao declarar que o cálculo do aumento de 10% é representado pela multiplicação do valor da prestação pelo fator 1,1. Neste sentido, ele interpretou as informações da questão, que estão na linguagem natural, e, logo após, utilizou a linguagem Matemática, especificamente a percentual, para indicar um caminho para resolver a situação-problema apresentada. A segunda ação de Davydov, a Modelação, pode ser identificada no momento em que apresentou o fator 1,1 que é resultado do aumento de 10%

$(100\% + 10\% = 110\% = \frac{110}{100} = 1,1)$. Este raciocínio pode ser utilizado em outras questões que solicitem reajustes percentuais de 10%. Sendo assim, este modelo não apresentou uma estrutura algébrica, mas revelou um raciocínio que pode ser considerado um modelo prático para cálculos percentuais.

Portanto, os alunos passaram pela segunda fase da Modelagem Matemática, a Matematização, ao realizarem a mudança da linguagem natural para a linguagem Matemática, encaminhando, assim, para a resolução do problema. Os alunos passaram para a segunda ação de Davydov, a Modelação, que não se restringiu apenas a modelos algébricos, mas envolveu também um raciocínio lógico, que poderá ser utilizado analogamente em questões que requeiram soluções similares.

4.1.3 A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov

A fase de Matematização e a fase de Resolução são bem próximas entre si, pois após a identificação do conteúdo matemático necessário para resolver a questão, os alunos iniciaram, logo em seguida, a fase de Resolução do problema. Nessa fase, o modelo matemático foi utilizado como ferramenta para resolver a situação proposta. Durante a fase de Resolução, pode ser utilizada a terceira ação de Davydov, que é denominada de Transformação do Modelo.

Neste primeiro momento de familiarização da Modelagem Matemática, os alunos utilizaram raciocínio lógico e regras de três para resolverem os problemas, desta forma, não recorreram aos modelos algébricos de Juros Simples e Compostos. A Transformação do Modelo ocorreu no momento em que os alunos identificaram a regra de três diretamente proporcional como um caminho possível de resolução e que ela poderia ser utilizada para resolver outras questões de raciocínios semelhantes. Assim, reconheceram os elementos fundamentais da regra de três e que não seria possível resolver pela regra de três inversamente proporcional. Para melhor ilustrar este comentário, pode-se apresentar a fala do aluno A1G1 ao resolver a questão do seu grupo (Anexo A):

No segundo caso a gente vai ter o seguinte: leve 3 e pague 2 ou pague 2 e leve 3, o que ficar melhor, a gente levaria 3 produtos por 30 reais, por exemplo, mas estamos levando por 20 reais, podemos fazer por regra de três simples novamente, colocando 30 como 100% e 20 que é o valor que pagaremos como X%, daí teremos um valor que vai dar 66,666...% disso a gente vai subtrair de 100% que aí chegamos finalmente ao valor do nosso desconto, ou seja, $100\% - 66,66\% = 33,333\%$ (ALUNO – A1G1 – RELATÓRIO DO GRUPO 1).

O aluno A1G1 destacou a estratégia escolhida para resolver a questão ao utilizar a regra de três para encontrar o desconto oferecido pela loja durante a promoção. A partir das ideias envolvendo a regra de três, pode-se chegar aos modelos algébricos, mas o grupo não chegou a estruturar tal modelo. O modelo ficou restrito aos cálculos proporcionais da regra de três simples que foram suficientes para resolver corretamente a questão proposta.

Na terceira ação de Davydov, a Transformação do Modelo, os alunos analisaram a construção do modelo como estratégia Matemática utilizada para resolver a situação-problema. No caso deste grupo, o modelo se restringiu à regra de três associada ao raciocínio dos alunos para solucionar o problema. Assim, foi possível observar a propriedade geral desta regra, em que poderá ser utilizada em situações semelhantes futuramente. Houve, portanto, a compreensão do raciocínio empregado para resolver o problema de forma concreta e não apenas abstrata, ou seja, em um sentido mais amplo e não apenas restrito a uma situação particular.

4.1.4 A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov

Nesta fase da Modelagem Matemática, os alunos se envolveram em interpretar e validar as resoluções obtidas no grupo. Alguns grupos optaram por responder a questão por caminhos distintos, utilizando, para isto, razões, proporções, regra de três e cálculos percentuais. Outros grupos resolveram validar suas respostas olhando a resposta no final do livro, já que a questão proposta aos alunos, neste primeiro momento da Modelagem Matemática, foi retirada do livro texto utilizado por eles na escola. Para melhor ilustrar a validação utilizada por um dos grupos, pode-se observar a maneira como o aluno A1G1 resolveu a questão do seu grupo (Anexo A):

No terceiro caso teremos o seguinte enunciado “pague 4 leve 5”, bom, nós pagaríamos 50 reais, mas com o desconto pagaremos somente 40 reais, para descobrir o desconto podemos usar regra de três simples, 50 como 100%, 40 como X%, e assim descobrimos que temos um desconto de 20% ou podemos usar a lógica, onde temos um total de 5 produtos onde um é de graça, então para descobrir o desconto total podemos pegar esse um e dividir pelo total dos produtos que é 5, ou seja, $1/5=0,2$ ou 20% de desconto (ALUNO – A1G1 – RELATÓRIO DO GRUPO 1).

Neste caso, o aluno utilizou duas maneiras para confirmar que o valor percentual encontrado é o valor correto. No primeiro caso, ele atribuiu um valor fixo e a partir desse valor encontrou um valor com desconto, realizando em seguida a regra de três. No segundo caso, realizou a razão entre a quantidade de produtos gratuitos e a quantidade total de produtos que

receberia efetivamente. Deste modo, encontrou-se o mesmo valor percentual do desconto, validando, assim, a resposta encontrada pelo grupo.

Estas estratégias para validação podem ser reforçadas pela quarta ação apresentada por Davydov, a construção de um Sistema de Tarefas. Nesta ação, os alunos podem agir formulando tarefas que contribuam para resolver o problema, bem como verificar se as mesmas estratégias utilizadas podem resolver questões semelhantes. No caso do Grupo 1, os alunos decidiram resolver a questão de duas maneiras distintas, ou seja, a tarefa foi resolvida por regra de três proporcional simples e pela divisão da quantidade do produto gratuito pelo total de produtos adquiridos.

Desta maneira, os alunos apresentaram maneiras distintas para resolver um mesmo problema, com o objetivo de validar o resultado encontrado. Utilizou-se o mesmo raciocínio para resolver outras questões que apresentaram situações semelhantes. Sendo assim, a construção de um Sistema de Tarefas que possam ser resolvidas por um procedimento geral, como regra de três por exemplo, pode potencializar a aprendizagem dos alunos durante a realização das atividades em grupo.

4.1.5 A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov

Após a fase de Interpretação/Validação, os alunos realizaram a apresentação de seus trabalhos aos demais colegas de sala. Os alunos utilizaram o data show para projetar as questões na parede enquanto realizavam as resoluções no quadro branco. No final das apresentações, o professor-pesquisador e os alunos puderam fazer perguntas aos grupos que defenderam seus trabalhos.

A quinta ação de Davydov está relacionada ao Monitoramento das ações dos alunos durante o processo educacional. Esta ação não ocorreu apenas em um momento específico, mas durante o desenvolvimento de todas as atividades realizadas pelos alunos. O professor-pesquisador acompanhou os alunos nos encontros na sala de aula, orientando-os, com o objetivo de contribuir para a realização das tarefas propostas.

A sexta ação da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov correspondeu à Avaliação, na qual o professor-pesquisador avaliou a aprendizagem dos alunos durante a realização das atividades. A avaliação foi contínua, ocorrendo em todas as fases da Modelagem Matemática, mas principalmente no momento em que os alunos estavam apresentando as resoluções das suas questões aos demais colegas da sala de aula. Neste caso, pode ser

exemplificado a apresentação do grupo 2, em que os alunos explicaram a questão que receberam (Anexo A) e foram questionados pelos colegas e pelo professor-pesquisador após a exposição. Sendo assim, o professor-pesquisador questionou sobre a melhor forma de explicar sobre o desconto na expressão “leve 6 pague 5”, então o aluno A5G2 fez o seguinte comentário:

Um jeito mais simples que eu acho para fazer esta questão aí, é fazer uma regra de três em que 6 está para 100% e 5 está para x%. Aí eu vou fazer ..., aí eu vou saber a porcentagem daqui e vou pegar a porcentagem e subtrair do 100%. [O aluno A5G2 fez o cálculo no quadro para explicar a todos os colegas da sala]. Ele vai pagar apenas aproximadamente 83% do valor, que fica aproximadamente 17% de desconto (ALUNO – A5G2 – RELATÓRIO DO GRUPO 2).

Nesta explicação, o aluno A5G2 apresentou uma estratégia para resolver uma questão de desconto promocional, ou seja, o desconto embutido na compra destes produtos. Este aluno apresentou tal comentário após ser questionado pelo professor-pesquisador. Deste modo, o aluno e seu grupo estavam sendo avaliados pelo professor-pesquisador durante a explicação da questão proposta, bem como, ao serem questionados sobre a melhor forma para a resolução de uma questão dentro do mesmo contexto que tinham apresentado.

Ao concluírem as apresentações das questões aos colegas da sala de aula, os alunos reconheceram as importantes aplicações dos juros compostos nas atividades financeiras, principalmente aquelas que se relacionam às operações econômicas, como os empréstimos e os investimentos. Assim, os alunos pesquisaram, estudaram, resolveram e apresentaram situações-problema que envolviam os conhecimentos de porcentagens, regras de três, aumentos e reduções percentuais, além dos juros simples e compostos em relevantes operações que ocorrem no cotidiano.

4.2 DESENVOLVIMENTO DO SEGUNDO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Após a conclusão do primeiro momento, foi marcado outro encontro com os mesmos alunos no turno matutino no mesmo campus, onde houve a continuidade dos estudos sobre juros simples e compostos. Para este segundo momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática à luz da Teoria Desenvolvimental de Davydov, foi comentado sobre empréstimos e investimentos, além de analisar as suas vantagens e desvantagens. Neste encontro, que teve duração de três horas, houve estudos sobre juros e, em seguida, os alunos iniciaram o processo de investigação em grupos para encontrar os dados para uma situação-

problema proposta pelo professor-pesquisador. A pergunta que norteou a realização destas atividades foi: Como são utilizados os juros em empréstimos e investimentos?

Neste estudo, os alunos participaram da construção dos modelos algébricos das fórmulas de juros simples e compostos utilizando, inicialmente, exemplos aritméticos. Em seguida, o professor-pesquisador solicitou que preenchessem uma tabela sobre o rendimento mensal quando um determinado valor fosse investido na caderneta de poupança com um rendimento mensal de 0,6% ao mês (Anexo B). O professor-pesquisador comentou sobre a importância do conhecimento de juros simples e compostos na resolução de problemas financeiros que surgem no dia a dia, bem como a sua aplicação no mercado financeiro mundial. Este comentário foi realizado com objetivo de mostrar aos alunos a necessidade de conhecerem o assunto e estarem motivados para começar e concluir as atividades propostas na sala de aula envolvendo este conteúdo.

Na questão (Anexo B), os alunos tiveram orientação do professor-pesquisador para que pudessem resolvê-la em sala de aula. Todos os alunos preencheram a tabela com os dados e os rendimentos da caderneta de poupança e fizeram a retirada mensal para pagar parcelado, bem como observaram qual situação era mais conveniente para o consumidor, de acordo com as circunstâncias presentes no problema.

Alguns alunos apresentaram dificuldades, como a falta de compreensão para o preenchimento da planilha, mas isso foi superado a partir do momento em que realizaram atividades em grupos e com a orientação do professor-pesquisador na sala de aula. Após o comentário sobre aplicação na caderneta de poupança, o professor-pesquisador solicitou aos alunos que fizessem uma pesquisa sobre pacotes de viagens em agências de turismo e realizassem um comparativo sobre um investimento do dinheiro. Analisaram, assim, qual seria a opção mais vantajosa; se seria pagar à vista ou fazer uma aplicação financeira e mensalmente retirar o valor das parcelas. Todos os grupos de alunos ficaram responsáveis para pesquisar, colocar os dados de acordo com a realidade, analisar o problema e apresentar as melhores opções que observaram durante a realização das atividades de pesquisa.

Neste segundo momento de familiarização da Modelagem Matemática, os alunos receberam uma situação-problema do professor-pesquisador com os questionamentos e as ideias da situação a serem solucionadas, mas sem os dados explícitos. Sendo assim, os alunos precisaram realizar investigações pela internet, por meio de ligações a algumas empresas, ou até mesmo, pessoalmente. Os alunos, reunidos em grupo, realizaram encontros na sala de aula para resolverem o problema e com orientação do professor-pesquisador, mas também,

realizaram encontros extraclasse com o objetivo de concluírem as análises da questão e prepararem o material para apresentar aos colegas da sala de aula.

Os grupos iniciaram os estudos na sala de aula e marcaram outros encontros extraclasse para concluírem os estudos e se prepararem para apresentar os resultados aos demais colegas da sala de aula. Uma semana depois, houve o encontro com todos os seis grupos de alunos que apresentaram a solução dos problemas aos demais colegas, sendo que este encontro teve a duração de três horas e trinta minutos aproximadamente.

4.2.1 A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov

Nesta fase, os alunos reuniram-se em seus respectivos grupos para pensarem em uma questão que fosse semelhante à que foi discutida na sala de aula. Analisaram situações possíveis para a elaboração da questão e a coleta de dados na internet ou pessoalmente em empresas que ofereciam serviços de pacotes de viagens turísticas. O grupo 1 coletou os dados e apresentou a seguinte situação-problema para que fosse resolvida:

Severiano do Vrau Silva Enzo procura fazer um viagem inesquecível. Sua agência de viagens internacional, Agency Three Two Two, recomendou uma viagem, de tirar água da boca, para a África do Sul. Como Severiano do Vrau Silva Enzo é um sócio majoritário, ele consegue a viagem pelo melhor preço disponível na agência. Severiano, ao longo do ano, conseguiu fazer uma reserva de dinheiro que lhe permite pagar a viagem à vista. Ele pode, alternativamente, aplicar esse dinheiro em uma caderneta de poupança e, a cada mês, fazer retiradas (saques) dessa poupança para pagar a prestação da viagem. Levando em consideração que o rendimento da poupança é de 0,34% por mês. Lembre-se também que não há incidência de imposto sobre esse rendimento.

a) Vamos simular a situação de uma possível compra a prazo, destacando, em cada mês, o saldo inicial, os juros recebidos pela caderneta de poupança, a retirada para o pagamento de prestação, e o saldo final da poupança (QUESTÃO DO GRUPO 01).

O aluno A2G1 leu a questão acima e acrescentou que o valor da viagem era de R\$ 3.350,00 e que poderia efetuar os pagamentos em 10 parcelas mensais iguais de R\$ 335,00. Sendo assim, nesta fase de Inteiração, os alunos deste grupo criaram uma questão e colocaram dados reais encontrados na internet ou em agências de turismo. Os alunos discutiram as ideias aqui apresentadas antes de divulgarem aos demais colegas da classe.

Durante a Inteiração, os alunos se questionaram e foram questionados pelo professor-pesquisador sobre a estrutura da questão, sobre os dados e sobre a comparação dos rendimentos na caderneta de poupança e no Tesouro Direto Selic. Por isto, os alunos acrescentaram um outro

questionamento para que fosse possível realizar a comparação entre os rendimentos da caderneta de poupança e do Tesouro Direto Selic. Sendo assim, surgiu a seguinte questão:

b) Severiano do Vrau Silva Enzo começou a assistir O Primo Rico, que em um vídeo faz um declaração inesperada. O Primo Rico declarou na justiça que quem provar para ele que a poupança rende mais que a Selic, via tesouro direto, ganhará 1 milhão. Após fazer uma simulação na plataforma da Easynvest, ele avaliou que a Selic rende bem mais que a poupança e começou seu investimento. Severiano agora está “manjando das economia”. Levando em consideração que o rendimento da Selic é de 0,52% por mês. Vamos simular a situação da compra a prazo, destacando, em cada mês, o saldo inicial, os juros recebidos pela caderneta de poupança, a retirada para o pagamento de prestação, e o saldo final da poupança. E no final, iremos comparar o rendimento tanto da Selic, quanto da Poupança (QUESTÃO DO GRUPO 01).

A ideia apresentada nesta letra “b” motivou os alunos deste grupo a realizarem uma comparação entre estes dois tipos de investimentos, além de realizarem leituras mais detalhadas sobre a caderneta de poupança e o Tesouro Direto Selic. Assim, nesta fase de inteiração, os alunos realizaram pesquisas a fim de esclarecer aspectos relacionados aos investimentos, bem como a associação dos valores com o planejamento de uma viagem turística.

Observou-se que a primeira ação de Davydov, os questionamentos para a transformação dos dados da tarefa, contribuiu para motivar os alunos na elaboração, investigação, produção de dados e resolução da questão envolvendo aplicações financeiras.

4.2.2 A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov

O grupo 5 realizou alguns encontros para estudar a questão proposta na sala de aula, bem como para realizar a elaboração de uma questão coletando dados reais de uma empresa que realiza viagens turísticas. O grupo propôs resolver a seguinte questão:

Brtt decide fazer uma viagem para Porto de Galinhas para fazer um bootcamp. Comprando sua passagem pela empresa turística CVC, Brtt pagaria R\$ 5.536,50, entretanto, ele pode parcelar em 5 vezes, pois não incidem juros sobre as parcelas. Ele decide aplicar na poupança, porém seu amigo Flanalista diz que seria uma melhor opção investir no tesouro direto.

- a) Montar tabela com investimento na Poupança.
- b) Analisar qual melhor opção, à vista ou parcelado.
- c) Montar tabela com investimento no Tesouro Direto (QUESTÃO DO GRUPO 05).

Após a fase de Inteiração, onde os alunos pensaram em uma questão, pesquisaram os dados reais e discutiram as ideias, eles passaram para a fase de Matematização, em que procuraram estratégias para propor uma possível resolução do problema. Nesta fase, os alunos

optaram em construir uma tabela e preencher os seus dados mensalmente, para isto, decidiram utilizar os cálculos percentuais. Os dados da Tabela 5 foram preenchidos pelos alunos como apresentados a seguir.

Tabela 5 – Simulação de investimento na Caderneta de Poupança detalhando a situação inicial de cada mês, os juros cobrados, a parcela retirada mensalmente e a situação final.

Situação Inicial	Juros	Parcela	Situação Final
R\$ 5.536,53	R\$ 19,61	R\$ 1.107,30	R\$ 4.448,84
R\$ 5.536,53	R\$ 15,76	R\$ 1.107,30	R\$ 3.357,30
R\$ 5.536,53	R\$ 11,89	R\$ 1.107,30	R\$ 2.261,89
R\$ 5.536,53	R\$ 8,01	R\$ 1.107,30	R\$ 1.162,60
R\$ 5.536,53	R\$ 4,12	R\$ 1.107,30	R\$ 59,42
R\$ 5.536,53	R\$ 0,21	R\$ -	R\$ 59,63

Fonte: Relatório do grupo 5 (2020).

Nesta Tabela 5, os alunos calcularam a Situação Inicial, os Juros, as Parcelas e a Situação Final quando ocorreu o investimento na Poupança com rendimentos de 0,35% ao mês. A Matematização correspondeu nesta passagem dos dados naturais para as informações numéricas expostos na Tabela 5. Estas informações estão relacionadas à resolução do primeiro questionamento do problema elaborado pelos alunos. Pode-se observar que a fase de Matematização e fase de Resolução são muito próximos, ocorrendo quase que simultaneamente no processo de Modelagem Matemática.

Em relação à segunda ação de Davydov, a Modelação, os alunos optaram por esclarecer os questionamentos com a modelação dos dados em uma tabela e utilizaram os cálculos percentuais de juros simples e regras de três em cada mês do investimento e, em seguida, retiraram as parcelas necessárias. Deste modo, os alunos obtiveram informações sobre o primeiro questionamento ao se envolverem no preenchimento da tabela, contribuindo na motivação dos alunos nos estudos da Matemática.

Para a compreensão do último questionamento, os alunos preencheram a Tabela 6, que apresentou as seguintes informações.

Tabela 6 – Simulação de investimento no Tesouro Direto Selic detalhando a situação inicial de cada mês, os juros cobrados, a parcela retirada mensalmente e a situação final.

Situação Inicial	Juros	Parcela	Situação Final
R\$ 5.536,53	R\$ 19,61	R\$ 1.107,30	R\$ 4.448,84
R\$ 4.448,84	R\$ 15,76	R\$ 1.107,30	R\$ 3.357,30
R\$ 3.357,30	R\$ 11,89	R\$ 1.107,30	R\$ 2.261,89
R\$ 2.261,89	R\$ 8,01	R\$ 1.107,30	R\$ 1.162,60
R\$ 1.162,60	R\$ 4,12	R\$ 1.107,30	R\$ 59,42
R\$ 59,42	R\$ 0,21	R\$ -	R\$ 59,63

Fonte: Relatório do grupo 5 (2020).

Com as Tabelas 5 e 6 preenchidas, os alunos deste grupo foram capazes de compreender e de explicar aos demais colegas de sala de aula qual dos investimentos seria mais favorável ao consumidor. É importante destacar que os alunos inicialmente resolveram uma questão em sala de aula, em seguida, foram incentivados pelo professor-pesquisador a elaborarem questões envolvendo o assunto estudado e, para isto, tiveram que coletar os dados necessários em empresas de turismo, sites da internet, além de pesquisarem sobre a caderneta de poupança e do Tesouro Direto Selic com suas respectivas taxas de juros que na ocasião dos estudos eram de aproximadamente 0,35% ao mês e 0,50% ao mês, respectivamente. Portanto, nesta fase de Matemática, os alunos passaram as informações, que estavam na linguagem natural, para a linguagem Matemática e as colocaram em uma tabela que, neste caso, ficou evidenciada a Modelagem, correspondendo à segunda ação de Davydov.

4.2.3 A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov

Na fase de Resolução, os alunos procuraram estratégias para resolver o problema que surgiu durante suas pesquisas envolvendo o tema de Matemática Financeira. Neste momento, ocorreu a terceira ação de Davydov, a Transformação do Modelo, em que os alunos construíram tabelas, analisaram o modelo algébrico dos juros compostos e pensaram em estratégias que contribuíssem para a resolução do problema.

O grupo 6 realizou pesquisas na internet com o objetivo de coletar dados para elaborar uma questão envolvendo investimento financeiro e compras de pacotes turísticos. A questão envolvia juros compostos, por isto os alunos construíram tabelas para visualizarem o que ocorria a cada mês e realizaram os cálculos utilizando a fórmula algébrica dos juros compostos: $M = C(1 + i)^n$. A questão elaborada por eles foi a seguinte:

A Decolar Agência de Turismo, vende pacotes turísticos. Um cliente decide compra um pacote para Maceió/AL, o pacote completo custa R\$ 9.024,00 por pessoa ou em 5 parcelas mensais de R\$ 1.804,80, sendo a primeira parcela um mês após o fechamento do pacote. Ele tem uma reserva que lhe permite pagar a viagem à vista. Ele pode também aplicar esse dinheiro na empresa A2 TRADER. Essa empresa tem rendimento de 20% a cada mês, porém tem desconto de 5% do dinheiro retirado por conta dos juros da empresa que transfere o dinheiro para conta. Qual a melhor opção, pagar à vista ou investir na A2 TRADER e fazer retiradas mensais do valor correspondente a parcela? (QUESTÃO DO GRUPO 6).

Os alunos do grupo 6 resolveram construir uma tabela com os valores do investimento inicial, bem como seus rendimentos e as retiradas mensais para efetuar o pagamento

mensalmente. Para isto, utilizaram porcentagens, regra de três e a fórmula algébrica dos juros compostos: $M = C(1 + i)^n$. Com isto, eles preencheram a Tabela 7 com os seguintes dados.

Tabela 7 – Simulação de investimento realizado na empresa A2 TRADER detalhando o tempo, o saldo inicial de cada mês, os juros recebidos, a parcela retirada mensalmente e o saldo final.

Tempo	Saldo Inicial	+ Juros recebidos	Retirada para pagar a prestação	Saldo final
Ato da compra	9.024,00	0	0	9.024,00
1º mês	9.024,00	1.804,80	1.895,04	8.930,76
2º mês	8.930,76	1.786,15	1.895,04	8.821,87
3º mês	8.821,87	1.764,37	1.895,04	8.691,20
4º mês	8.691,20	1.738,24	1.895,04	8.534,40
5º mês	8.534,40	1.706,88	1.895,04	8.346,24

Fonte: Relatório do grupo 6 (2020).

Os alunos calcularam os juros de 20% e colocaram na coluna dos juros recebidos, em seguida, retiraram o valor da prestação que deveriam pagar todos os meses. Observaram que o valor da prestação mensal era de R\$ 1.804,80 por um período de 5 meses e que deveriam retirar um valor suficiente para pagar esta parcela e o valor que a empresa cobrava pela transferência, correspondendo a 5% do valor sacado. Sendo assim, calcularam o valor a ser retirado e colocaram na tabela o valor de R\$ 1.895,04. No momento da discussão, o professor-pesquisador questionou aos alunos do grupo se este valor R\$1.895,04 era suficiente para se retirar o valor da taxa 5% do valor sacado e o valor da parcela R\$ 1.804,80. Então, o aluno A5G6 fez o cálculo $0,95 \times 1.895,04$ e encontrou R\$ 1.800,28, ou seja, não era suficiente para pagar a parcela de R\$ 1.804,80. Desta forma, os alunos perceberam que tinham incidido a porcentagem em cima da parcela R\$1.804,80 e não em cima do valor sacado, por isto houve uma diferença no resultado final.

O grupo tinha feito o cálculo de 5% em cima da parcela R\$ 1.804,80 ($1,05 \times 1.804,80 = 1.895,04$), mas ao retirar os 5% do valor sacado (R\$ 1.895,04) não sobrava o valor da parcela que era de R\$ 1.804,80, resultava apenas R\$ 1.800,28. Sendo assim, os alunos perceberam que tinha algo errado e, ao serem questionados pelo professor-pesquisador, resolveram se reunir novamente para analisar a questão. Observaram que o cálculo correto deveria ser $R\$ (1.804,80)/(0,95)$ resultando no valor de R\$ 1.899,79 a ser sacado mensalmente. Sendo assim, ao retirar os 5% para a empresa, o valor restante correspondeu exatamente ao valor da parcela e, a Tabela 8, a seguir, mostra os dados atualizados.

Tabela 8 – Simulação de investimento realizado na empresa A2 TRADER com dados atualizados detalhando o tempo, o saldo inicial de cada mês, os juros recebidos, a parcela retirada mensalmente e o saldo final.

Tempo	Saldo Inicial	+	Juros recebido	Retirada para pagar a prestação	Saldo final
Ato da compra	9.024,00		0	0	9.024,00
1º mês	9.024,00		1785,802	1.899,79	8.930,76
2º mês	8.929,01		1785,802	1.899,79	8.815,02
3º mês	8.815,02		1763,004	1.899,79	8.678,24
4º mês	8.678,24		1735,647	1.899,79	8.514,09
5º mês	8.514,09		1702,819	1.899,79	8.317,12

Fonte: Relatório do grupo 6 (2020).

Esta Tabela 8 apresenta os dados corretos após a análise da incidência dos 5% que a empresa recolhe por cada saque. Todos os alunos do grupo se empenharam em resolver a questão depois da observação realizada pelo professor-pesquisador. Nesta fase de Resolução, os alunos aplicaram a terceira ação de Davydov, a Transformação do Modelo, ao corrigirem a incidência dos 5% em cima do valor sacado e a construção da Tabela 8 com os novos resultados encontrados. Assim, o modelo algébrico $M = C(1 + i)^n$ foi aplicado no início e em cada momento após a retirada do valor da parcela com incidência dos 5%, ocorrendo a compreensão dos elementos fundamentais dos juros compostos em cada operação.

Durante o desenvolvimento desta atividade, o aluno A1G6 apresentou as propostas de rendimentos da empresa A2TRADER, que ofereceu 20% de retorno mensal. Pode-se observar na tabela que, mesmo com as retiradas mensais, o saldo final ficou com um valor muito próximo do inicial, ou seja, quase não houve redução do valor original. Por causa disto, o aluno A3G6 desconfiou da alta taxa de retorno da empresa e questionou se a mesma era confiável, já que esta empresa estava oferecendo um rendimento muito acima do valor de mercado. O aluno A1G6 então respondeu:

Eu conheço uma pessoa que investiu nesta empresa, ela investiu R\$ 3.000,00 na empresa e dizendo ela que eles estão pagando em dia. Não sei se a empresa está pagando os demais clientes, mas com ela pelo menos deu certo né. Eu não sou nem doido de investir um valor desse em uma empresa, mas estou investindo um valor menor (ALUNO – A1G6 – RELATÓRIO DO GRUPO 6).

Nestas discussões, durante a resolução e análise da questão e da empresa sugerida pelo aluno A1G6, surgiram questionamentos dentro do próprio grupo sobre a confiabilidade desta empresa para se fazer um investimento. Neste caso, observou-se que os alunos utilizaram um senso crítico e reflexivo em relação a esta empresa, pois os percentuais de rendimento ofertados por ela estavam bem acima da média percentual presentes no mercado naquela ocasião. Apesar

das discussões no grupo, os alunos continuaram a resolver a questão, considerando que os investimentos realmente tivessem um retorno garantido e que tudo realmente desse certo durante o investimento.

Portanto, nesta fase de Resolução, os alunos se empenharam para resolver o problema idealizado por eles, com dados reais coletados em empresas e em sites da internet. Realizaram a terceira ação de Davydov, a Transformação do Modelo, ao compreenderem a importância da incidência percentual e a correção dos dados da tabela, analisando, assim, os pontos universais da resolução.

4.2.4 A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov

Nesta fase da Modelagem Matemática, os alunos interpretaram as informações encontradas na fase de Resolução e precisaram validar os resultados obtidos. Alguns grupos, como o Grupo 6, fizeram os cálculos percentuais manualmente na formação das tabelas, sendo que, para validar, realizaram os mesmos cálculos com auxílio das calculadoras e da fórmula algébrica dos juros compostos: $M = C(1 + i)^n$. Outros grupos, como o Grupo 2, realizaram os cálculos com calculadoras e validaram os resultados utilizando simulações disponíveis na internet, nos sites onde se realizam investimentos financeiros.

Em relação à quarta ação de Davydov, os Sistemas de Tarefas, os alunos distribuíram tarefas para cada componente do grupo para que pudessem realizar as atividades com maior agilidade. Depois, marcaram encontros para compartilhar as tarefas realizadas por cada um deles.

Sendo assim, os grupos realizaram cálculos percentuais, regras de três e os modelos prontos de juros simples e compostos para resolverem o problema e, para validar suas resoluções, recorreram a outras formas de resolução, como os sites financeiros disponíveis na internet e a solicitação de ajuda a outros colegas que não faziam parte do grupo, bem como ao professor-pesquisador.

4.2.5 A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov

Os grupos se reuniram para apresentar suas resoluções aos colegas de sala e, nesta fase de apresentação, o professor-pesquisador realizou a avaliação da aprendizagem dos alunos, isso

corresponde à sexta ação defendida por Davydov. Durante as apresentações, os alunos defenderam a importância do estudo da Matemática Financeira associadas às aplicações no mercado financeiro, como pode ser verificado na fala do aluno A1G1:

Eu acho muito importante apresentar estas formas de investimentos e estas ideias porque nós somos jovens e como a gente viu, a economia do Brasil não está muito boa, então é bastante viável, sabe? Na verdade esta ideia de investimento diferente da poupança é muito distante, tanto dos adultos de hoje, como da gente que vai ser o futuro do Brasil. Então assim, eu vejo essa questão como tendo bastante importância na vida da gente. Onde descobrimos novas formas de investimento. E, podemos começar desde cedo, podemos nos tornar economistas, grandes empreendedores, enfim, só tivemos ganhos (ALUNO – A1G1 – RELATÓRIO DO GRUPO 1).

Nesta fala, o aluno A1G1 ressalta a importância do estudo dos conhecimentos curriculares sendo utilizado no mercado financeiro com comparação de aplicações na caderneta de poupança, bem como em outras aplicações disponíveis como o Tesouro Direto pela Selic. Os alunos do grupo 1 se mostraram empenhados em investigar as formas de aplicações financeiras disponíveis na internet, bem como conhecer a maneira de se calcular os juros embutidos nas parcelas de compras a prazo.

A quinta ação de Davydov, o monitoramento, foi realizada durante todas as demais fases da Modelagem Matemática com o objetivo de orientar os alunos na pesquisa e na resolução da questão elaborada pelo grupo. Neste sentido, em todas as reuniões realizadas em sala de aula, o professor-pesquisador esteve auxiliando os alunos em suas pesquisas e resoluções. Por exemplo, durante a resolução de uma questão do grupo 4, os alunos deste grupo estavam com dificuldades de entender uma informação da questão, então o professor-pesquisador ajudou-os na compreensão da mesma:

Professor-pesquisador: No sexto mês? Mas, é porque aqui houve as retiradas, e teve quantas retiradas?

A1G4: Ah tá, entendi, têm que ser cinco retiradas de R\$ 500,00. Saiu uma, duas, três, quatro e a quinta retirada (RELATÓRIO DO GRUPO 4).

O professor-pesquisador orientou os alunos durante as reuniões que ocorreram na sala de aula, monitorando as suas ações, bem como incentivando na pesquisa e na análise das situações apresentadas. Algumas orientações foram realizadas por meio de questionamentos, como nesse exemplo citado, com a finalidade de incentivar os alunos a se tornarem mais ativos no processo de aprendizagem da Matemática. Os questionamentos e os esclarecimentos sobre a necessidade dos conhecimentos da Matemática Financeira foram fundamentais para motivar os alunos na continuidade das pesquisas. As dúvidas que surgiram em reuniões extraclasse

foram levadas ao professor-pesquisador na aula seguinte para que fossem feitas as ponderações necessárias.

Portanto, a avaliação ocorreu durante todo o processo de desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática, mas de modo mais significativo no momento em que os alunos realizaram suas apresentações na sala de aula. Da mesma forma, a quinta ação de Davydov, o Monitoramento, ocorreu durante todas as fases da Modelagem Matemática, em que foram realizados os acompanhamentos das ações dos alunos, orientando-os no desenvolvimento das tarefas para que os objetivos fossem alcançados.

Os alunos apresentaram, na sala de aula, as suas compreensões sobre a utilização dos juros simples e compostos em situações de empréstimos, compras parceladas e investimentos na Caderneta de Poupança, no Tesouro Direto Selic e no Certificado de Depósito Bancário (CDB). Antes dos estudos realizados em sala de aula, poucos alunos tinham conhecimentos sobre aplicações práticas dos juros e as maneiras disponíveis no mercado para se realizarem financiamentos e investimentos financeiros. Aprenderam a construir tabelas, aplicando os juros compostos em cada mês em operações que envolviam tanto empréstimos como financiamentos, além de desenvolverem a capacidade de tomarem decisões financeiras fundamentadas no reconhecimento dos impactos da aplicação dos juros compostos em compras parceladas.

4.3 DESENVOLVIMENTO DO TERCEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

O terceiro momento de familiarização da Modelagem Matemática é caracterizado pela maior independência dos alunos na realização da pesquisa, elaboração da situação-problema ou seleção de algum problema da realidade, análise dos dados coletados, resolução do problema, validação e apresentação dos resultados obtidos. Desta forma, os alunos receberam orientações do professor-pesquisador para iniciarem as atividades em grupos, sendo que eles permaneceram nos mesmos grupos desde o início das atividades de Modelagem Matemática, sendo que este encontro durou três horas. Para o desenvolvimento do terceiro momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática à luz da Teoria Desenvolvimental de Davydov, buscou-se conhecer a aplicação de Juros no dia a dia, bem como os descontos sucessivos que podem ocorrer nas operações financeiras. A questão que se procurou responder foi: Qual a importância do conhecimento de juros para o cotidiano?

O professor-pesquisador destacou a importância dos conhecimentos de Matemática Financeira e que, neste momento, os alunos ficariam responsáveis para coletar os dados,

levantar os questionamentos e realizarem todas as fases para solucionarem os problemas. Neste caso, foi enfatizado que envolveriam situações-problema de juros simples e/ou compostos, já que é um conteúdo da ementa regular da terceira série do Ensino Médio. Em seguida, os alunos se reuniram em seus grupos, iniciando as discussões sobre como procederiam para realizarem a pesquisa e a resolução do problema que seria elaborado com base em dados reais.

Após a análise do conteúdo de Matemática Financeira e ter apresentado as necessidades deste estudo, o professor-pesquisador destacou a importância da cooperação de todos os membros do grupo na realização das atividades de Modelagem Matemática e que estaria à disposição para orientá-los durante o processo investigativo. Estas ações iniciais tiveram como objetivo motivar os alunos para a realização de pesquisas com dados reais, os quais poderiam encontrar na internet ou em lojas da própria cidade às quais pudessem ter acesso.

Após este encontro, os alunos também realizaram reuniões extraclasse com o objetivo de compartilhar os dados coletados nas pesquisas e resolverem os problemas juntos. Assim, na semana seguinte ao primeiro encontro, deste terceiro momento, foi realizada a apresentação dos resultados encontrados pelos grupos a todos os alunos da classe. Este encontro de apresentação dos resultados teve a duração de três horas, pois todos os seis grupos tiveram cerca de trinta minutos para comentarem sobre a escolha do problema, bem como a maneira que encontraram para solucionarem o problema.

4.3.1 A fase de Inteiração da Modelagem Matemática e a primeira ação de Davydov

O grupo 1 elaborou uma questão envolvendo a compra de um notebook, pois um dos alunos, o A4G1, comentou que desejava comprar um notebook e, desta forma, sugeriu ao seu grupo que fizessem uma pesquisa neste sentido:

Essa questão aqui, para a gente criar, eu fiz no site das Lojas Americanas, pois já estava pesquisando o preço de um notebook que queria comprar para mim, daí eu já estava pesquisando e uni o útil ao agradável. E aí, a gente resolveu escolher este assunto no decorrer da discussão, assim a gente criou esta questão (ALUNO – A4G1 – RELATÓRIO DO GRUPO 1).

Observou-se que um dos componentes do grupo já apresentava uma motivação em comprar um notebook, desta forma sugeriu aos seus colegas que pesquisassem os preços e a forma de pagamento de um equipamento específico no site das lojas Americanas. Os alunos do grupo discutiram a ideia do aluno A4G1 e, após analisarem as possibilidades, aceitaram pesquisar sobre o assunto. Neste aspecto, percebeu-se que o desejo de comprar um notebook

foi um fator pessoal que realmente motivou os alunos a realizarem este estudo. A partir da escolha do tema para esta atividade em grupo, os alunos iniciaram a construção da questão colocando os dados reais coletados da loja virtual selecionada. A questão elaborada pelo grupo foi a seguinte:

Em busca de um notebook, NEIVA fez uma série de pesquisas e se interessou pelo Notebook Dell Gaming, oferecido nas Lojas Americanas cujo o preço à vista era de R\$ 4.200,00 ou, caso preferisse, em 12 prestações sem juros no valor de R\$ 370,00.

Mediante a situação ANALISE:

- A) Qual o valor que a loja aplicou sobre o produto em taxa de juros?
- B) Qual será o valor final do notebook, caso ele compre parcelado?
- C) Qual a diferença do valor final do notebook, caso ele compre parcelado?
- D) Se por ventura Neiva negociar com o gerente da loja para que haja o pagamento do notebook com uma entrada de R\$ 350,00, e parcelando o restante em 11 vezes de R\$ 350,00 com 2% ao mês em juros compostos, por quanto o notebook iria sair? (RELATÓRIO DO GRUPO 1).

Nesta fase de Inteiração, os alunos escolheram o tema que seria abordado, idealizaram uma questão, inseriram os dados reais obtidos durante a pesquisa realizada e elaboraram os questionamentos que sentiram necessidade de responder. A primeira ação de Davydov, o Questionamento para realizar a transformação dos dados da tarefa, esteve presente durante toda esta fase da Modelagem Matemática, pois para construírem a questão, tiveram que discutir qual seria o enfoque do problema, para depois decidirem em qual loja virtual seria realizada a pesquisa e quais seriam as dúvidas que desejariam responder após a formulação do problema. Para auxiliar os grupos nestes momentos de discussões, o professor-pesquisador circulava entre os grupos para melhor orientá-los durante a realização das atividades.

Assim, a fase de Inteiração, neste terceiro momento da Modelagem Matemática, ocorreu de modo semelhante nos demais grupos, pois seguiram as orientações do professor-pesquisador para esta fase, como a elaboração ou a identificação de uma questão do cotidiano envolvendo dados reais. Neste aspecto, a elaboração de uma situação-problema, pelos alunos, mobilizou as suas necessidades para a aprendizagem da Matemática ao observarem a aplicação em seu cotidiano. Os alunos discutiram sobre a temática nas reuniões que ocorreram na sala de aula e nos encontros extraclasse com mais autonomia, pois já tinham adquirido uma atitude mais ativa depois que participaram dos dois primeiros momentos de familiarização desenvolvidos em classe.

4.3.2 A fase de Matematização da Modelagem Matemática e a segunda ação de Davydov

Os grupos passaram pela fase de Inteiração, na qual elaboraram uma questão com dados extraídos de situações reais, após realizarem as pesquisas em lojas virtuais na internet ou em lojas físicas na cidade de Imperatriz/MA. As questões envolviam a aplicação de juros compostos aplicados em situações de empréstimos bancários ou em investimentos financeiros com o objetivo de obterem rendimentos dos valores aplicados, como o Tesouro Direto Selic, Certificado de Depósito Bancário (CDB) e Caderneta de Poupança.

Nesta fase de Matematização, os alunos fizeram a mudança da linguagem natural para a linguagem Matemática para, em seguida, resolverem o problema elaborado pelo grupo. No passo seguinte, os grupos foram incentivados a realizarem a segunda ação de Davydov, a Modelação, na qual os alunos pesquisaram e apresentaram os modelos matemáticos disponíveis para realizarem a resolução da questão elaborada. Com esta análise na fase de Matematização, os alunos passaram a realizar as tentativas para resolverem os problemas, neste caso, ingressando na fase de Resolução.

O grupo 4 elaborou uma questão, após realizar pesquisas, que contemplavam a utilização de juros compostos em um empréstimo realizado em uma instituição financeira com pagamentos agendados e com taxa de juros pré-determinadas. A questão elaborada pelo grupo foi a seguinte:

O menino Passos tomou um empréstimo de R\$ 5.000,00 com a empresa Bom Pra Crédito para fazer uma viagem. Dois meses depois, Passos pagou R\$ 3.000,00 e, um mês após esse pagamento, liquidou o empréstimo. Sabendo que a empresa trabalha com uma taxa de juros compostos de 1,9% a.m.:

- A) O valor desse último pagamento foi aproximadamente?
- B) Quanto ele deveria ter pago no segundo mês para pagar R\$ 2.500,00 no terceiro mês?
- C) Se o menino Passos tivesse pago os R\$ 3.000,00 no primeiro mês e quitado somente no terceiro mês. Teria sido mais vantajoso?
- D) Sabendo da existência da empresa Geru, que utiliza uma taxa de 5% a.a. O menino Passos fez a escolha certa?
- E) Logo após ter assinado os papéis do empréstimo o menino Passos ficou sabendo da empresa Geru, mas para a rescisão de contrato em até 48 horas após a assinatura com a Bom Pra Crédito há uma multa de 10% do valor total do empréstimo por conta disso o menino Passos não cancelou o primeiro empréstimo. O menino Passos fez a escolha certa? (RELATÓRIO DO GRUPO 4).

Os alunos deste grupo iniciaram a busca de modelos matemáticos que fossem capazes de contribuir com a solução da questão. Observaram que a fórmula padrão de juros compostos poderia ser utilizada nesta situação para solucionar o problema, no caso, a fórmula inicialmente pesquisada foi $M = C(1 + i)^n$, em que “M” corresponde ao montante após a aplicação dos

juros compostos, “C” é o capital inicial, a letra “i” corresponde a taxa de juros, enquanto a letra “n” está relacionada ao tempo em que foi aplicado o capital. A outra fórmula utilizada pelos alunos foi a seguinte: $V = \frac{P}{(1+i)^n}$, sendo que “V” corresponde ao valor atual, “P” a parcela, “i” a taxa de juros indicada e “n” o período em que a parcela sofreu influência da taxa de juros.

Desta forma, após o reconhecimento dos possíveis modelos disponíveis para realizarem a resolução da questão, os alunos iniciaram a mudança dos dados da linguagem natural para a linguagem Matemática. Após estas considerações, os alunos passaram a discutir como associar os dados da questão com os modelos que julgaram úteis para solucioná-la, iniciando a fase de Resolução da Modelagem Matemática.

4.3.3 A fase de Resolução da Modelagem Matemática e a terceira ação de Davydov

Na fase de Resolução, os alunos já estavam inteirados da questão e também possuíam informações sobre os recursos matemáticos que poderiam utilizar para iniciar o processo de resolução da situação problema em estudo. Neste aspecto, a terceira ação de Davydov, a Transformação do Modelo, é fundamental para que se realizem as alterações necessárias no modelo escolhido a fim de que o problema, em particular, seja solucionado.

Para resolver a letra “a” da questão elaborada pelo grupo 4, apresentado na seção anterior, o aluno A4G4 fez o seguinte comentário:

Esta letra “a” pode ser resolvida utilizando a fórmula $M = C(1 + i)^n$, em que pode ser representado assim $M = 5.000(1 + 0,019)^2$, e isto vai dá um total de R\$ 5.191,80 aproximadamente. Depois disso, ele pagou R\$ 3.000,00 após estes dois meses, então a gente pega o valor de R\$ 5.191,80 e subtrai R\$ 3.000,00, resultando assim o valor de R\$ 2.191,80. Então, vamos ter que fazer mais uma vez com esta taxa, com o valor de R\$ 2.191,80 para descobrir o valor que deve pagar o terceiro mês para pagar a dívida. Daí, ele vai aplicar o juros composto mais uma vez para o terceiro mês, ficando assim a equação $M = 2.191,80(1 + 0.019)$, resultando, portanto, o valor de aproximadamente R\$ 2.233,44. Assim, Passos quitou sua dívida no final do terceiro mês (ALUNO – A4G4 – RELATÓRIO DO GRUPO 4).

Esta resolução da letra “a” da questão elaborada pelo grupo 4 mostrou a utilização da fórmula algébrica do juro composto para resolver uma situação do empréstimo realizado nestas condições específicas. Observou-se também que houve a transformação do modelo ao inserir as informações peculiares da questão, tornando-o específico para resolver o problema em análise. O modelo foi estudado de forma abstrata, ao se aplicar a um caso específico, mas também foi estudado de forma concreta, já que o modelo pode ser utilizado em outras situações-problema envolvendo os juros compostos em contextos variados. Neste caso, foi evidenciado o

desenvolvimento do pensamento teórico dos alunos quando compreenderam a fórmula dos juros compostos e sua aplicação em vários contextos, além da aplicação do modelo nesta situação particular.

Portanto, os alunos assumiram a contradição objetiva, tornando-a uma contradição subjetiva e empenharam-se na resolução do problema, pois assumiram a responsabilidade em resolver a questão. Após a resolução, os alunos iniciaram a fase de Interpretação e Validação da questão em estudo.

4.3.4 A fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática e a quarta ação de Davydov

Nesta fase de Interpretação/Validação da Modelagem Matemática, os alunos procuraram meios para validarem as respostas encontradas na fase de Resolução. Alguns alunos buscaram confirmar os cálculos em sites da internet que apresentavam resolução de Matemática Financeira, outros buscaram ajuda do professor-pesquisador para validarem seus cálculos, enquanto outros grupos optaram resolver a mesma questão por outros métodos.

Para validar a resolução feita pelo grupo 4, em relação à letra “a”, os alunos deste grupo decidiram resolver a mesma questão utilizando outra estratégia Matemática, sem recorrer à fórmula de Juros Compostos utilizada inicialmente. Nesta validação, os alunos demonstraram uma independência cognitiva ao apresentarem e explicarem o funcionamento de outra expressão algébrica utilizada para encontrar o valor atual em operações envolvendo juros compostos. Para este caso, eles apresentaram a seguinte explicação:

Vamos usar outra equação para confirmar que a resposta encontrada está correta. A equação se apresenta da seguinte forma $V = \frac{P}{(1+i)^n}$, sendo que a letra “V” corresponde ao valor atual, a letra “P” corresponde à parcela, a letra “i” a taxa e a letra “n” o tempo em que a parcela sofreu os juros em um determinado período de tempo. Assim, esta letra ficará da seguinte forma $V = \frac{P_1}{(1+i)^n} + \frac{P_2}{(1+i)^n}$, ao substituir os valores da questão teremos $5.000,00 = \frac{3.000,00}{(1+0,019)^2} + \frac{X}{(1+0,019)^3}$, resolvendo esta equação a gente vai obter o mesmo resultado que é de aproximadamente R\$ 2.233,44, validando assim o resultado encontrado (ALUNO – A4G4 – RELATÓRIO DO GRUPO 4).

Este comentário revelou uma maturidade Matemática dos alunos ao validarem o problema e isto contribuiu para que se sentissem seguros com a resposta encontrada durante a realização das atividades de Modelagem Matemática. Foi possível observar, por meio da explicação do aluno A4G4, a formação do pensamento teórico do aluno ao utilizar outra

expressão Matemática para validar a solução encontrada e realizar a explicação detalhada de sua composição. Para esta validação, aplicou-se a quarta ação de Davydov, a Construção de um Sistema de Tarefas, pois os alunos, reunidos em grupos, pensaram em realizar ações que culminassem na resolução da questão. Neste aspecto, os alunos ajudaram na resolução da questão de seus grupos, pois os encontros realizados na sala de aula evidenciaram que enquanto um dos alunos preenchia as informações da fórmula, outro começava a realizar os cálculos no papel, outro na calculadora e, assim, todos cooperaram para a resolução e validação da questão em estudo.

Portanto, observou-se que esta fase é fundamental para que se revise os cálculos anteriores com o objetivo de se confirmar os resultados encontrados, assim, se estiver tudo certo, os alunos se sentirão confiantes na resposta encontrada inicialmente e, conseqüentemente, poderão explicá-la aos demais colegas de sala de aula com mais segurança. No entanto, caso a solução apresentada não esteja correta, será necessário buscar meios para resolver o problema corretamente. Sendo que a realização do sistema de tarefas atribuída a cada componente do grupo possui uma grande parcela de contribuição no sucesso da resolução e validação do problema, quando este sistema de tarefas é executado por cada aluno.

4.3.5 A fase de Apresentação da Modelagem Matemática relacionada com a quinta e a sexta ação de Davydov

Os grupos realizaram a apresentação de suas pesquisas na sala de aula para todos os colegas e para o professor-pesquisador, sendo que este passou a avaliar a produção e explicação dos alunos no decorrer das atividades. Nesta fase, ocorreu também o monitoramento das atividades realizadas pelos alunos, mas este acompanhamento se desenvolveu durante todas as fases da Modelagem Matemática.

Nesta apresentação, no terceiro momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática, todos estavam bem mais à vontade para apresentarem o resultado de suas pesquisas do que nos dois momentos iniciais. Isto se deve ao nível de exigência gradual solicitada aos alunos em cada um dos três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática. Neste terceiro momento, eles realizaram as atividades com maior independência, envolvendo-se de forma mais intensa na produção e resolução das questões.

No momento da apresentação do grupo 5, a aluno A2G5 fez o seguinte comentário no final da apresentação de seu grupo:

Eu aprendi bastante, aprendi como funciona o próprio banco, quando você quer investir. Eu não tinha muito conhecimento sobre isto, então a gente pesquisando, a gente acaba aprendendo sobre isto. Achei muito interessante e importante também. Só não é legal ficar esperando o dinheiro ficar rendendo no banco para só depois de um certo tempo poder comprar o que você deseja. (...) É importante saber matemática para que uma loja não nos engane ao dizer que oferece uma taxa de juros e aplicar outra maior do que a foi anunciado inicialmente (ALUNO – A2G5 – RELATÓRIO DO GRUPO 5).

O aluno A2G5 revela a importância da pesquisa, pois descobriu algumas informações que desconhecia antes da pesquisa e aprendeu como realizar investimentos em uma instituição financeira. Aprendeu a realizar cálculos de juros, destacando a importância de conhecer estes cálculos financeiros para evitar compras em lojas que fazem propaganda enganosa quando oferecem descontos em produtos ou apresentam taxas de juros para parcelamentos. A apresentação dos alunos deste grupo, bem como a fala do aluno A2G5, revelaram o quanto a realização destas atividades em grupos despertaram o senso crítico e analítico deles ao se envolverem na realização das atividades de Modelagem Matemática. Assim, infere-se que houve um ganho de conhecimentos que foi além do conceito teórico de Juros Simples e Compostos, aprenderam sua aplicação na sociedade na qual estão inseridos.

O aluno A4G5 também fez comentários sobre as atividades de Modelagem Matemática desenvolvida pelo grupo:

Ao longo do trabalho, de uma forma geral, eu posso dizer que foi de suma importância, pois a gente saiu daquela, tipo, ficar estático apenas pegando questão, né assim, e dizendo, há vamos responder esta questão já feita. Não, a gente ao longo do trabalho, a gente pode pesquisar, desenvolver, criar questões com a nossa imaginação, colocar personagem, valores, isto é muito bom, do que pegar aquilo que já está feito, mas criar e pesquisar. Então, isto vai fazer com que a gente tenha um conhecimento mais amplo e isto vai nos ajudar e muito para a nossa formação, além do pensamento crítico ao analisar as questões (ALUNO – A4G5 – RELATÓRIO DO GRUPO 5).

Além de pesquisar, elaborar e apresentar as questões aos demais colegas em sala de aula, os alunos expuseram à classe a importância do trabalho de Modelagem Matemática realizado por eles. O aluno A4G5 enfatizou a diferença de responder questões que já vêm com todas as informações e aquelas questões que precisam pesquisar para depois elaborar uma situação-problema contextualizada. Isto revela que a motivação que se apresenta quando eles mesmos elaboraram e resolveram uma situação-problema é maior do que aquela que já estava pronta.

Ao realizarem as pesquisas em grupos, os alunos aprenderam como os conhecimentos de juros simples e compostos são aplicados no sistema financeiro e como é importante o conhecimento deste assunto para a tomada de decisões no dia a dia. Os grupos explicaram suas questões aos colegas, enfatizando a necessidade de conhecerem o assunto de juros para que não

sejam enganados com propagandas que aparentemente são favoráveis ao consumidor, mas que na realidade os prejudicam. Observou-se que as explicações realizadas pelos grupos aos demais colegas de sala de aula contribuíram para que os alunos aprendessem melhor os conteúdos e, conseqüentemente, favorecessem a tomarem melhores decisões financeiras, além de melhorarem a maneira de apresentar os trabalhos na sala de aula para os colegas da classe.

Os alunos que participaram das atividades relataram que perceberam a relação da matemática com situações do cotidiano e utilizaram os conhecimentos estudados para resolverem problemas do dia a dia. O aluno A3G5 declarou que analisou a compra de um terreno feito por sua mãe e sugeriu à mãe que poderia fazer um esforço para comprar o terreno à vista, em vez de parcelado, para que não pagassem tantos juros. O aluno A1G5 começou a realizar aplicações no Tesouro Direto Selic e incentivou outros colegas a fazerem o mesmo, ensinando-os como fazer tais aplicações e suas vantagens. O aluno A1G6 aplicou seu dinheiro em algumas ações obtendo um lucro deste investimento. Outro aluno, o A6G1, foi comprar uma geladeira com a sua mãe em uma loja de eletrodoméstico na cidade em que mora e ouviu o vendedor apresentar as opções de financiamento do produto. Após ouvir o vendedor, este aluno foi capaz de mostrar para a mãe o valor final que iriam pagar e quanto seria o aumento por causa dos juros compostos. Então, sugeriu para a mãe que, se possível, realizassem a compra à vista, pois teriam um desconto em cima do valor atual apresentado pela loja, sendo assim, a realização do negócio ficaria mais lucrativo pra eles. Estes exemplos mostram que os alunos desenvolveram o pensamento teórico adquirido durante a realização das atividades na sala de aula, pois foram capazes de aplicá-lo em situações cotidianas vivenciadas por eles.

As atividades de Modelagem Matemática com a associação das seis ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental, portanto, foram motivadoras para a aprendizagem dos alunos durante o processo educacional. Esta aprendizagem do conteúdo de juros foi verificada por meio da observação das ações que os alunos tomaram durante as reuniões, as respostas apresentadas aos questionamentos realizados pelo professor-pesquisador e, principalmente, quando explicaram a situação-problema aos colegas. Foi possível, assim, avaliar o desempenho e o aprendizado dos alunos durante todas as fases da Modelagem Matemática, principalmente no momento em que realizaram as apresentações de suas pesquisas na sala de aula.

5 ANÁLISE, DISCUSSÃO E INTERPRETAÇÃO DOS DADOS

*“A alegria não chega apenas no encontro do achado,
mas faz parte do processo da busca.
E ensinar e aprender não pode dar-se fora da procura,
fora da boniteza e da alegria.”*
(FREIRE, 2003, p. 53).

Os líderes de cada um dos 6 (seis) grupos que desenvolveram atividades de Modelagem Matemática associadas à Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov foram convidados para comentarem sobre os trabalhos realizados. Na entrevista semiestruturada (Apêndice K), os alunos responderam a oito questionamentos feitos pelo professor-pesquisador, sendo que os alunos ficaram livres para acrescentarem quaisquer informações que achassem relevantes. As falas de cada aluno foram identificadas com caracteres alfanuméricos indicando o aluno, o grupo a que pertencia e o comentário correspondente ao questionamento realizado pelo professor-pesquisador (Apêndice K). Por exemplo, o código A5G2.8 significa que o comentário foi feito pelo aluno número 5 (cinco) que pertencia ao grupo 2 (dois) e que realizou um comentário relativo ao questionamento de número 8 (oito), feito pelo professor-pesquisador. Desta forma, as unidades de significados foram extraídas das respostas dadas pelos alunos quanto à convergência semântica que foram identificadas com os caracteres alfanuméricos explicados anteriormente. Em seguida, estas unidades de significados foram agrupadas, emergindo cinco categorias intermediárias e, destas, surgiram duas categorias finais.

Para interpretar os significados resultantes da leitura do conjunto de textos produzidos pelas transcrições das falas dos alunos, foi realizada a leitura minuciosa das palavras em um movimento constante de organização, desorganização e reorganização do material transcrito, levando-se em consideração o referencial teórico utilizado no contexto desta pesquisa. As transcrições foram realizadas logo após a realização das entrevistas, pois requereram atenção especial e muitos cuidados importantes para que não se perdessem os detalhes do momento das gravações.

As questões que serviram de roteiro para a entrevista seguiram os seguintes tópicos:

- a) Contribuições para a aprendizagem ao realizarem atividades de Modelagem Matemática;
- b) Fatores positivos ou negativos ao realizarem as atividades em sala de aula;
- c) Compreensão dos objetivos das atividades que foram desenvolvidas;
- d) Envolvimento dos componentes do grupo para resolverem as situações-problema;
- e) Reflexão sobre os motivos para realizarem as pesquisas e resolução das questões.

É importante ressaltar que estes foram os tópicos que iniciaram os diálogos, mas durante as conversas foram surgindo novos questionamentos que mereceram maior exploração, sem se distanciar da busca pela resposta ao problema da pesquisa. Os alunos ficaram bem à vontade para responderem os questionamentos, bem como livres para realizarem perguntas ou sugestões sobre a realização do trabalho em sala de aula.

5.1 UNIDADES DE SIGNIFICADOS, CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS E CATEGORIA EMERGENTE 1

As unidades de significados resultantes da falas dos alunos revelaram as impressões que tiveram quando participaram das atividades de Modelagem Matemática com as inserções das ações de Davydov. A orientação didática e metodológica durante as atividades foram destacadas pelos alunos como um fator que contribuiu para que participassem ativamente dos estudos e pesquisas para solucionarem as situações-problema.

A transcrição da entrevista realizada com os seis alunos que foram os líderes dos grupos está no apêndice K, na qual foi realizada a Análise Textual Discursiva. A orientação didática realizada pelo professor-pesquisador foi citada pelos alunos como fator que favoreceu a realização do trabalho de Modelagem Matemática na sala de aula. Para o aluno A6G1.1, os questionamentos realizados durante os estudos e no momento da apresentação dos resultados na sala de aula foram importantes para o envolvimento dos alunos nas atividades de Matemática Financeira, contribuindo para a aprendizagem deste assunto. Já o aluno A1G4.4 destacou que a orientação realizada por meio de roteiros entregues pelo professor-pesquisador foi muito importante, pois enfatizou a forma de construção dos relatórios e a maneira de se realizar algumas ações durante os estudos. Estes alunos comentaram sobre a importância da orientação do professor-pesquisador durante os estudos e das pesquisas utilizando a Modelagem Matemática, sendo que estas orientações ocorreram de várias formas, como a oral e a escrita. Nestas orientações, o professor-pesquisador acompanhou o desenvolvimento das atividades pelos alunos, sugerindo os possíveis caminhos para resolverem as situações-problema de forma criativa e reflexiva e, desta forma, contribuindo para mantê-los motivados durante os estudos.

No decorrer dos trabalhos, o professor-pesquisador precisou realizar vários comentários em relação ao conteúdo de Matemática Financeira, bem como a respeito do desenvolvimento do trabalho de estudos e de pesquisas por meio da Modelagem Matemática com as inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvidor de Davydov. Neste sentido, os alunos A3G6.4, A6G1.4 e A5G2.6 enfatizaram a contribuição destas explicações para que

entendessem o assunto e fossem capazes de realizar o trabalho com sucesso. Além disto, estes alunos destacaram a importância de se conhecer o raciocínio que está na construção das fórmulas e a necessidade de incentivo do professor-pesquisador para que eles conseguissem resolver o problema utilizando outros caminhos de resolução, sem ficarem presos na utilização de uma fórmula já construída. Desta maneira, as orientações contribuíram para o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática à luz da Teoria Desenvolvimental de Davydov.

O aluno A4G5.8 destacou a contribuição da orientação do professor-pesquisador para a realização das atividades de Modelagem Matemática durante as aulas e no momento em que os trabalhos estavam sendo apresentados na sala de aula. Neste aspecto, o professor-pesquisador procurou levantar questionamentos com a finalidade de direcionar as explicações dos alunos, caso estas apresentassem algumas inconsistências, eles recebiam orientações para refletirem melhor sobre o assunto a fim de que encontrassem a solução para o problema. Estas ações do professor-pesquisador vão ao encontro da quinta ação de Davydov (1988a), o Monitoramento, na qual o professor orienta os alunos durante o desenvolvimento das atividades realizando questionamentos e sugestões a fim de que os alunos identifiquem algumas incongruências em suas pesquisas e estudos, passando, em seguida, a corrigi-las. Os alunos destacaram a importância da orientação realizada pelo professor-pesquisador durante as atividades de Modelagem Matemática, pois, segundo eles, tais orientações foram fundamentais para o sucesso na realização dos trabalhos e de suas apresentações aos colegas de sala de aula. Estas orientações foram guiadas pelas ações de Davydov (1988a), com destaque para a primeira ação que envolve a transformação dos dados da tarefa por meio de questionamentos e a quinta ação, que é o monitoramento, no qual se busca o acompanhamento dos alunos no decorrer da pesquisa.

As atividades de Modelagem Matemática incentivaram a interação social, pois houve a formação de grupos de alunos para resolverem os problemas. Os alunos comentaram que a interação entre eles foi um fator positivo para o desenvolvimento das atividades, pois no grupo houve uma participação mais ativa dos alunos ao sugerirem soluções para a situação-problema. Para o aluno A4G5.1, estes estudos contribuíram para um envolvimento coletivo na busca de soluções, sendo que este aluno percebia a Matemática apenas como uma disciplina de estudo individual, em que não havia muita interação entre os alunos. Porém, a partir deste trabalho, começou a interagir com os demais colegas da sala de aula para resolver as questões de Matemática, ou seja, o desenvolvimento de atividades em grupo favoreceu a aprendizagem da Matemática, principalmente ao socializarem as sugestões das soluções com os demais alunos.

O aluno A4G5.5 destacou que todos os alunos de seu grupo participaram dos encontros para resolverem a situação-problema, apenas no terceiro momento tiveram um pouco mais de dificuldades, pois coincidiu com várias outras tarefas das demais disciplinas da escola. Mesmo assim, todos interagiram para pesquisar e resolver os problemas, sendo que, quando não conseguiam encontrar uma solução, procuravam interagir com os colegas dos outros grupos. Neste caso, os alunos começaram a compreender a importância da interação social, haja vista que não se limitaram apenas a dialogar com seu grupo ou com o professor-pesquisador, mas também na busca de soluções com colegas de outros grupos. Nesta interação, um aluno expõe o seu nível de desenvolvimento real ao colega e pede explicação para resolver o problema, em seguida, o colega mostra como ele resolveu a questão, ou seja, o companheiro mais capaz, segundo Vygotsky (2005), ajuda o colega chegar no nível de desenvolvimento potencial, passando pela zona de desenvolvimento proximal durante a interação social.

O aluno A3G6.8 enfatizou o ganho das relações entre os membros do seu grupo, pois, segundo ele, o trabalho era extenso e precisava lidar constantemente com a atribuição de responsabilidades para cada componente a fim de que o trabalho fosse desenvolvido com excelência. Desta forma, para este aluno, houve um crescimento da simpatia entre os membros do grupo, melhorando as relações interpessoais durante a realização das atividades.

Estes relatos corroboraram com as ideias apresentadas por Vygotsky em sua Teoria da Interação Social, em que o envolvimento coletivo é fundamental para o desenvolvimento do conhecimento social, histórico e cultural já construído (MOREIRA, 2011). Desta maneira, a interação social é essencial para que haja o desenvolvimento cognitivo dos alunos, pois a transmissão de conhecimentos ocorre de forma dinâmica, do meio externo em direção ao meio interno de cada pessoa. Assim, o relato dos alunos vem ao encontro das ideias vygotskianas ao constatarem que a aprendizagem foi mais efetiva quando trabalharam em grupos, discutindo as possíveis soluções para a situação-problema em estudo.

Os alunos tomaram iniciativas para resolverem os problemas, ou seja, apresentaram autonomia na elaboração, na investigação, nos estudos e na resolução das situações-problema. Ao relatarem sobre o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental, alguns alunos citaram a diferença que observaram entre as aulas normais em sala de aula e as desenvolvidas durante esta pesquisa. Neste sentido, o aluno A1G4.1 destacou que a turma tinha “[...] um horário passivo, na sala de aula normal, mas nestas atividades tivemos aula de forma ativa, além de ativo, coletivo [...]”, ou seja, este aluno revela que deixaram a forma passiva e passaram a ter uma atitude ativa durante o desenvolvimento das atividades. Nesta atitude ativa e coletiva, o aluno A4G5.1 enfatizou que

aprenderam a buscar e a elaborar questões no período em que estavam envolvidos com os três momentos de familiarização da Modelagem Matemática. A atitude ativa dos alunos durante as Atividades de Estudo é uma das principais características das metodologias ativas, em que defendem que o aluno é o principal agente de sua aprendizagem.

Outros alunos, como o A1G4.5, relataram que foi necessário parar para refletir, para pensar, para construir um raciocínio, pois precisaram se esforçar para pesquisar e resolver a situação-problema. Observaram que necessitavam agir para obter a solução dos problemas que tinham que resolver. Destacaram que os três momentos das atividades foram muito importantes, mas o terceiro momento foi o mais interessante e desafiador, pois tinham que pesquisar para elaborar um problema contextualizado, inserir os dados e solucioná-lo (A4G5.5; A5G2.5).

O desenvolvimento das atividades favoreceu a compreensão dos alunos no uso das fórmulas e até em resolver as questões utilizando outros raciocínios. Os alunos não ficaram presos às fórmulas que já foram organizadas pelos estudiosos, mas procuraram raciocinar outros meios para solucionarem a questão e chegaram em operações fundamentais para a construção das fórmulas, como, por exemplo, a utilização de regras de três (A3G6.6; A1G4.8). Isto foi importante para que expandissem as suas compreensões sobre o assunto estudado e para que desenvolvessem o raciocínio lógico necessário para interpretar e solucionar as situações-problema. Os alunos destacaram que houve o envolvimento de todos na busca de informações para solucionarem o problema, bem como tinham independência no processo investigativo, sendo que isso contribuiu para o aprendizado deles (A1G4.8; A4G5.8). Esta independência está relacionada à habilidade do aluno em agir de forma consciente e reflexiva à procura de informações que são suficientes para resolverem a situação-problema, não dependendo unicamente das informações fornecidas pelo professor-pesquisador ou de outra pessoa.

O aluno A1G4.1 destaca que o seu grupo melhorou a compreensão do conteúdo trabalhado na sala de aula regular, pois estavam temerosos nos estudos da disciplina de Matemática. Neste mesmo sentido, o aluno A3G6.1 revela que sempre teve dificuldades no estudo da disciplina de Matemática, mas que com este estudo foi capaz de aprender melhor o assunto e obter resultados satisfatórios. Já o aluno A4G5.1 destacou a importância de ir além da parte teórica, pois pesquisaram situações práticas e, com isso, aprenderam a criar questões envolvendo juros e a buscar informações da parte financeira, como alguns tipos de investimentos oferecidos no mercado brasileiro. Sendo que provavelmente não aprenderiam tais informações se não tivessem realizado este trabalho, explica o aluno A4G5.1.

A autonomia dos alunos foi identificada nas ações que realizaram durante as atividades de Modelagem Matemática, ou seja, os alunos apresentaram maior independência durante a

realização das atividades propostas, passaram a assumir o problema para si e buscaram solucioná-lo de forma ativa e determinada. Neste caso, eles não ficaram dependendo integralmente do professor-pesquisador para resolverem o problema, sendo que, individualmente ou em grupos, realizaram suas pesquisas investigativas com a finalidade de coletarem informações que auxiliassem na resolução da situação-problema. Para Martins (2002), a autonomia tem origem em um vocábulo grego com o significado de autogoverno, ou seja, independência de seus atos, governar-se a si próprio. Neste sentido, os alunos apresentaram características que identificaram a autonomia durante o desenvolvimento das atividades de Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, pois não ficaram dependendo das respostas do professor-pesquisador para continuar o processo investigativo, mas tomaram iniciativas para solucionar a situação-problema.

No Quadro 2, a seguir, são apresentadas as unidades de significados que foram obtidas a partir das informações coletadas durante a entrevista no Grupo Focal com os líderes dos grupos, resultando, assim, na primeira categoria intermediária.

Quadro 2 – Tópico: Fatores que contribuíram para o aprendizado – Grupo Focal.

UNIDADES DE SIGNIFICADOS	CATEGORIA INTERMEDIÁRIA
<ul style="list-style-type: none"> - (A1G4.1) Aula de forma ativa e coletiva; - (A3G6.1, A5G2.1, A2G3.1, A6G1.8) Explicar o conteúdo para os colegas; - (A6G1.1) Questionamentos sobre o aprendizado; - (A4G5.1, A3G6.8, A2G3.8) Maior interação entre os colegas; - (A1G4.4) Receber roteiros para realizar as atividades e acompanhar as resoluções; - (A3G6.4, A6G1.4, A5G2.6) Orientações didáticas; - (A4G5.8) Não ficar esperando pelo professor para responder a questão. 	<p>A orientação didática em sala de aula contribui para a interação dos alunos e a autonomia nos estudos.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Em relação ao tempo disponível para realizarem as atividades de Modelagem, os alunos destacaram que tiveram dificuldades para realizar algumas atividades no prazo estipulado, por isto, houve ocasiões em que foi necessário adiar algumas apresentações. Vários alunos destacaram que a falta de tempo dificultou a realização das atividades de Modelagem Matemática, mas não impediu que os objetivos destas atividades fossem alcançados. O aluno A1G4.2 relatou que as vezes os componentes do grupo não conseguiam se reunir, pois alguns alunos tinham provas ou aulas de recuperação no mesmo horário da reunião, então, era marcada outra data para realizarem a reunião. Por causa disso, em certas ocasiões, algumas pesquisas e apresentações dos trabalhos foram adiados.

O aluno A4G5.2 apresentou dificuldades em realizar as atividades e isto estava relacionado à falta de tempo, pois tinham que realizar outras atividades da escola, como as tarefas solicitadas pelas outras disciplinas. Porém, mesmo com estas dificuldades, o grupo aprendeu a se organizar para otimizar o seu tempo e ter possibilidade de realizar as pesquisas necessárias para resolver a situação-problema. Desta forma, alguns prazos de apresentação dos trabalhos e a entrega de relatórios foram adiados para atender a estas particularidades, mas, mesmo com estas dificuldades, os alunos conseguiram cumprir seus objetivos e realizaram as apresentações de suas pesquisas aos colegas em sala de aula.

Os líderes dos grupos (A1G4, A2G3, A3G6, A4G5, A5G2, A6G1) disseram que a falta de tempo para realizarem as pesquisas e a busca para resolverem o problema foram alguns dos fatores que dificultaram a realização das atividades de Modelagem Matemática, principalmente às relacionadas ao terceiro momento, segundo o aluno A1G4.5. Neste último momento de familiarização da Modelagem Matemática havia uma exigência maior de independência dos alunos para a realização das atividades, por causa disso, eles tiveram mais dificuldades em realizá-la, mesmo assim, foram capazes de concluí-la.

O Quadro 3 apresenta as unidades de significados que foram obtidas da entrevista com os alunos ao se analisarem os fatores negativos evidenciados durante a realização das atividades de Modelagem Matemática, resultando em uma categoria intermediária.

Quadro 3 – Tópico: Fatores negativos ao realizarem atividades de Modelagem Matemática – Grupo Focal.

UNIDADES DE SIGNIFICADOS	CATEGORIA INTERMEDIÁRIA
<ul style="list-style-type: none"> - (A1G4.2, A6G1.2) Falta de tempo para realizar as pesquisas; - (A3G6.2) Dificuldades na resolução da questão em grupo; - (A2G3.2, A4G5.2) Dificuldade de encontrar tempo para realizar as reuniões no grupo; - (A5G2.2) Componentes que não participavam das reuniões. 	<p>Atividades de Modelagem Matemática requerem mais tempo do que as atividades de ensino tradicionais presentes na escola.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Após a leitura das transcrições da entrevista com os alunos realizada no Grupo Focal, foram formadas várias unidades de significados, destas surgiram duas categorias intermediárias em que ficaram evidentes algumas características do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa como a autonomia, a interação dos alunos nos grupos e a orientação didática que podem ser observadas nos Quadros 2 e 3. Assim, a categoria emergente 1, conforme o Quadro 4, foi a constatação de que os elementos do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa,

evidenciados nesta atividades, contribuem para a superação de dificuldades, como a falta de tempo.

Quadro 4 – Categoria Emergente 1 – Grupo Focal.

CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS	CATEGORIA EMERGENTE 1
<p>- A orientação didática em sala de aula contribui para a interação dos alunos e a autonomia nos estudos.</p> <p>- Atividades de Modelagem Matemática requerem mais tempo do que as atividades de ensino tradicionais presentes na escola.</p>	<p>Elementos do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa, evidenciados nestas atividades, contribuem para a superação de dificuldades, como a falta de tempo.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Esta categoria emergente destaca a presença dos elementos do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa nas atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvimental, como a autonomia, a orientação didática e a interação dos alunos entre si. Observou-se que os alunos manifestaram autonomia ao declararem que buscaram resolver o problema sem ficar dependendo do professor-pesquisador, realizando as pesquisas necessárias para entenderem e, em seguida, solucionarem a situação-problema. A orientação didática foi destacada pelos alunos, pois receberam roteiros do professor-pesquisador que facilitaram o cumprimento das fases da Modelagem e contribuíram com as orientações internas ao grupo para a realização das tarefas que cada componente deveria realizar. A interação dos alunos no grupo foi um dos fatores que contribuíram para conseguirem êxito para a resolução das questões.

Estes elementos do Processo de Ensino e Aprendizagem de forma ativa foram importantes para que os alunos superassem as dificuldades que surgiram durante a realização das atividades, como a falta de tempo para pesquisarem e a dificuldade de reunirem todos os componentes do grupo para resolverem o problema no contraturno.

5.2 UNIDADES DE SIGNIFICADOS, CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS E CATEGORIA EMERGENTE 2

Os alunos fizeram reuniões no decorrer dos três momentos de familiarização da Modelagem Matemática para realizarem estudos, análises, pesquisas e investigações a fim de resolverem a situação-problema envolvendo o conteúdo de Matemática Financeira. A

investigação sobre as formas de aplicações financeiras disponíveis no Brasil foi uma prática comum nestes grupos de estudos.

Para o aluno A3G6.3, os estudos realizados possibilitaram a investigação e a descoberta de vários métodos de investimentos, compreendendo como utilizar as fórmulas relativas aos juros simples e compostos. Os alunos foram capazes de aprofundar os estudos, fazendo pesquisas sobre formas de investimentos, sobre parcelamentos de pagamentos a prazo e a utilização dos conhecimentos de juros nestes casos. A investigação ocorreu com maior ênfase no terceiro momento da Modelagem Matemática, onde os alunos tiveram que realizar a coleta de dados e apresentar um contexto em que necessitassem da utilização de juros simples e compostos. Neste aspecto, o aluno A5G2.5 reforçou que foi no terceiro momento que houve maior aprendizado, mas destacou que os outros dois momentos foram importantes para que o processo investigativo da terceira atividade fosse realizado sem muitas dificuldades. Neste sentido, Almeida, Silva e Vertuan (2013) argumentam que os três momentos de familiarização são fundamentais para o envolvimento dos alunos nas atividades de Modelagem Matemática, pois, além dos professores, os alunos também precisam conhecer os processos que envolvem as atividades desta natureza.

Durante o processo investigativo, os alunos tiveram acesso às fórmulas de juros simples e compostos, compreendendo o seu uso, além de terem o contato com a demonstração da origem da fórmula e do reconhecimento dos elementos fundamentais para a sua aplicação. O aluno A4G5.6 destacou que, além da compreensão da fórmula de juros simples e compostos, aprendeu outras maneiras para resolver o problema, utilizando o raciocínio lógico e algumas regras de três. Sendo assim, os alunos não se limitaram a resolver os problemas apenas com a utilização das fórmulas de Matemática Financeira, mas durante o processo investigativo foi possível aprender outros métodos de resolução do mesmo problema em estudo. Esta estratégia serviu também para validar a resolução feita pelos alunos, pois foi possível apresentar outros caminhos para solucionar a mesma situação-problema.

Assim, estas unidades de significados extraídos das falas dos alunos evidenciaram a realização do processo investigativo pelos alunos, pois em todos os três momentos eles tiveram que investigar as formas possíveis para resolver a situação-problema para cada momento. Observa-se que a exigência do processo investigativo nas atividades de Modelagem Matemática é gradual, sendo a maior exigência encontrada no terceiro momento de familiarização da Modelagem apresentado por Almeida, Silva e Vertuan (2013). Desta maneira, além de buscar responder o problema, os alunos têm a responsabilidade de colher informações no mundo real ou elaborar questões com dados do seu cotidiano.

No Quadro 5, estão apresentados algumas unidades de significados que foram obtidas no Grupo Focal e que resultaram em uma categoria intermediária apresentada a seguir.

Quadro 5 – Tópico: Compreensão dos objetivos das atividades – Grupo Focal.

UNIDADES DE SIGNIFICADOS	CATEGORIA INTERMEDIÁRIA
<ul style="list-style-type: none"> - (A1G4.5, A4G5.5) O terceiro momento foi o mais difícil, porém mais produtivo; - (A3G6.5) Participação dos alunos no cumprimento dos objetivos; - (A6G1.5) O terceiro momento foi o mais interessante; - (A5G2.5) No terceiro momento tem que pensar “fora da caixa”; - (A1G4.6, A3G6.6, A5G2.6) Compreensão da construção do modelo e de sua aplicação; - (A4G5.6, A6G1.7) Aprender e resolver questões sem a necessidade de fórmulas, utilizando outras estratégias; 	<p>A investigação contribui para a aprendizagem, principalmente no terceiro momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Os alunos A3G6.1, A5G2.1, A1G4.4 e A3G6.8 afirmaram que o aprendizado deles foi mais efetivo ao estudarem o assunto com o objetivo de repassarem os conhecimentos aos demais colegas da sala de aula. O aluno A6G1.1 destacou que a realização das atividades na prática foi um fator de motivação para a realização dos estudos investigativos, pois a rotina nas aulas regulares focalizavam apenas na parte teórica. Neste caso, a realização da investigação, a elaboração e a resolução prática das questões despertaram o interesse dos alunos para assumirem o problema para si e, conseqüentemente, pesquisarem meios para solucionar a situação-problema. Com isto, o conteúdo necessário para a realização das atividades foi estudado e fortaleceu o entendimento dos alunos, como foi enfatizado pelo aluno A2G3.1.

Outro fator de motivação destacado por alguns alunos (A6G1.1, A3G6.3, A5G2.5) foi o desenvolvimento de atividades que envolviam um assunto que gostavam muito, neste caso, a Matemática Financeira. O aluno A3G6.3 enfatizou que foi possível ajudar alguns parentes que estavam fazendo investimentos no mercado financeiro e, naquele momento, precisaram de algumas informações sobre as formas de rendimentos. Neste caso, o aluno se empenhou com mais afinco no estudo e na pesquisa sobre o tema com o objetivo de aprender e, em seguida, ensinar o assunto aos seus parentes.

No Quadro 6, estão registradas as unidades de significados obtidas por meio do Grupo Focal e que culminaram em uma categoria intermediária envolvendo a importância da motivação para a realização das atividades em sala de aula.

Quadro 6 – Tópico: Envolvimento dos componentes do grupo em resolver as questões e os motivos para a realização das atividades – Grupo Focal.

UNIDADES DE SIGNIFICADOS	CATEGORIA INTERMEDIÁRIA
<ul style="list-style-type: none"> - (A1G4.5) Envolvimento da maioria dos alunos; - (A6G1.5) Necessidade de motivação para realizar o trabalho; - (A2G3.5) Dificuldades em envolver todos os alunos nas atividades; - (A4G5.5) Participação de alunos de outros grupos; - (A6G1.3, A2G3.3, A5G2.3) Gostar de estudar o assunto de Juros Simples e Compostos; - (A3G6.3) Aprender para ajudar os colegas em investimentos; - (A1G4.3, A4G5.3) Alguns alunos participam apenas pela pontuação na disciplina, outros pela aprendizagem; 	<p>A motivação é fundamental para o envolvimento dos alunos nas atividades.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

O aluno A4G5.4 declarou que aprendeu melhor o assunto durante a realização das atividades e que tais estudos marcaram positivamente a sua vida, pois, neste trabalho, foi possível aprender assuntos que não tinham aprendido nas aulas regulares da sala de aula. Por causa disto, os alunos A4G5.4 e A1G4.4 sugeriram que atividades desta natureza fossem realizadas em outras turmas da escola, para que este trabalho não ficasse restrito apenas na turma deles, pois, segundo eles, estas atividades tinham instigados todos os alunos a raciocinarem. Desta forma, a fala dos alunos demonstrou que estavam motivados durante a realização das atividades e até desejaram que as atividades de Modelagem Matemática fossem desenvolvidas em outras turmas da escola. O objetivo desta recomendação seria para contribuir no aprendizado de conteúdos de Matemática, principalmente com os alunos da primeira série do Ensino Médio, segundo o aluno A3G6.4.

O Quadro 7 registra as unidades de significados envolvendo a sugestão apresentada pelos alunos durante a entrevista do Grupo Focal, que resultaram em outra categoria intermediária apresentada a seguir.

Quadro 7 – Tópico: Sugestão dos alunos – Grupo Focal.

UNIDADES DE SIGNIFICADOS	CATEGORIA INTERMEDIÁRIA
<ul style="list-style-type: none"> - (A4G5.4, A1G4.4, A3G6.4) Trabalho ser ofertado a outras turmas da escola; - (A5G2.1) O aprendizado do assunto foi melhor quando se utilizou a Modelagem Matemática; 	<p>Realizar atividades de Modelagem Matemática com outras turmas.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

Os três momentos de familiarização da Modelagem Matemática desenvolvidos com os alunos contribuíram para que conseguissem cumprir todas as fases da Modelagem,

principalmente no terceiro momento, o qual exigiu mais empenho e dedicação em sua realização. Neste aspecto, o aluno A4G5.5 argumentou que o terceiro momento foi o mais produtivo, teve maior aprendizado e foi o mais divertido, apesar de ter sido o mais difícil de se executar. O desenvolvimento dos momentos de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática contribuiu para que solucionassem as situações-problema, pois estas atividades apresentaram graus crescentes de dificuldades e que exigiram dos alunos uma atitude ativa e autônoma para sua realização.

Para Almeida, Silva e Vertuan (2013), a abordagem de questões que envolvem a realidade, originadas do interesse dos alunos, pode ser capaz de motivar os alunos a estudarem e aprenderem os conteúdos da Matemática escolar. Neste sentido, verificou-se que os alunos revelaram alguns aspectos que os motivaram a realizar estas atividades, como, por exemplo, estudar para apresentar aos colegas da sala de aula, realizar atividades na prática, investigar um assunto que os interessavam, aprender para ensinar seus familiares sobre investimentos no mercado financeiro e resolver situações-problema que instigavam o raciocínio lógico deles.

O aluno A1G4.8 destacou que aprendeu melhor quando ensinou os resultados das pesquisas realizadas pelo seu grupo aos colegas de classe, além disto, afirmou que quando um colega não sabia do assunto, o outro colega do grupo ajudava na interpretação e resolução do problema. O aluno A5G2.1 também falou sobre a importância de ensinar aos colegas sobre o tema que estudou e observou que aprendeu melhor o conteúdo quando se preocupou em estudar para ensinar aos colegas de sala de aula. Este pensamento vai ao encontro das ideias de Silberman (1996), que destaca a importância de ensinar o que se aprendeu, pois aquele que ensina um assunto a outra pessoa, aprende com maestria.

A motivação inicial para o desenvolvimento das atividades foi a atribuição de uma pontuação na disciplina de Matemática, mas a intenção era que os alunos assumissem o problema para si e que motivações mais fortes surgissem durante a realização das atividades, como o desejo de aprender o conteúdo. Neste entendimento, Leontiev (1978) defende que os alunos só estarão em Atividade propriamente dita quando o objetivo das tarefas coincidirem com o motivo dos alunos ao realizarem as mesmas. Neste caso, o objetivo das tarefas de Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov era a aprendizagem dos alunos, sendo que o fator motivacional inicial para os alunos foi a atribuição de pontuação na disciplina de Matemática. No decorrer dos estudos, os alunos começaram a se envolver nestas atividades com um olhar de interesse em conhecer melhor o assunto para serem capazes de solucionar os problemas pesquisados por eles. Isto foi verificado durante a entrevista no Grupo Focal quando os alunos apresentaram motivações que surgiram durante a realização

das tarefas, como o desejo de ensinar o assunto aos outros colegas, descobrir sobre os investimentos disponíveis no mercado e as formas de realizarem os cálculos utilizando a Matemática Financeira.

A análise das falas dos alunos levou à formação das unidades de significados, que culminaram em três categorias intermediárias e, por fim, a formação da categoria emergente 2, conforme o Quadro 8 a seguir. Esta categoria destaca que as atividades de Modelagem Matemática com inserções das ações de Davydov favoreceu a investigação, a motivação e a aprendizagem dos alunos, levando-os a sugerirem a aplicação desta atividades em outras turmas da escola.

Quadro 8 – Categoria Emergente 2 – Grupo Focal.

CATEGORIAS INTERMEDIÁRIAS	CATEGORIA EMERGENTE 2
<ul style="list-style-type: none"> - A investigação contribui para a aprendizagem, principalmente no terceiro momento de familiarização dos alunos com a Modelagem Matemática. - A motivação é fundamental para o envolvimento dos alunos nas atividades. - Realizar atividades de Modelagem Matemática com outras turmas. 	<p>Atividades de Modelagem Matemática com inserções das ações de Davydov favoreceram a investigação, a motivação e a aprendizagem, levando os alunos a sugerirem a aplicação desta atividades em outras turmas da escola.</p>

Fonte: Elaborado pelo autor (2020).

A análise dos dados coletados durante a realização das atividades de Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov com os alunos e das falas dos líderes dos grupos que participaram do Grupo Focal possibilitaram elaborar as categorias de análise que viabilizaram compreender o fenômeno estudado, respondendo, assim, ao problema de pesquisa. As ações de Davydov inseridas nas fases da Modelagem Matemática contribuíram para incentivar os alunos a realizarem as investigações necessárias para solucionarem os problemas, bem como motivou-os a persistirem na realização das atividades durante os três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática.

Assim, as duas categorias emergentes evidenciadas nesta pesquisa foram fundamentais para confirmar a tese de que as atividades didáticas e metodológicas do conhecimento matemático utilizando um modelo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática com inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

“O principal objetivo da educação é criar indivíduos capazes de fazer coisas novas e não simplesmente repetir o que as outras gerações fizeram.”
(PIAGET, 1984, p. 17).

O trabalho de pesquisa relatado aqui teve como objetivo a realização de um estudo investigativo da Teoria Desenvolvimental de Davydov partindo da inserção das suas ações concretas em atividades didáticas e metodológicas em Modelagem Matemática durante o Processo de Ensino e Aprendizagem da disciplina de Matemática do Ensino Médio. O modelo pedagógico, fruto deste estudo investigativo, foi desenvolvido em uma turma da terceira série do Ensino Médio para que o seguinte problema científico fosse respondido: atividades didáticas e metodológicas do conhecimento Matemático utilizando a Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa? As respostas deste e de outros problemas que foram obtidas durante a execução da pesquisa são os fundamentos que sustentam a tese defendida neste trabalho de que as atividades didáticas e metodológicas do conhecimento matemático utilizando um modelo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática com inserções das ações da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov apresentam elementos qualificadores de um Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa.

Ao estudar sobre a Modelagem Matemática na Educação Matemática observou-se que, apesar de estar sendo desenvolvida no Brasil há mais de quarenta anos, ainda não chegou de forma efetiva nas salas de aula, segundo Ceolim e Caldeira (2017). Para estes autores, isto ocorre por causa de alguns problemas, como a dificuldade de envolver os alunos nas atividades de Modelagem Matemática e a insegurança dos professores em desenvolver tais atividades em sala de aula. Assim, para contribuir com a resolução destas dificuldades, foi apresentado e desenvolvido em sala de aula o modelo pedagógico que envolve a Modelagem Matemática com inserções das ações concretas da Teoria do Ensino Desenvolvimental, sendo que o resultado foi o envolvimento dos alunos nos estudos e nas pesquisas para resolver situações-problema, sem deixar de mencionar que foram disponibilizadas orientações didáticas e metodológicas relacionadas às atividades. Com a realização dos três momentos de familiarização com a Modelagem Matemática, os alunos pesquisaram, analisaram e solucionaram os problemas, tomando iniciativas para resolvê-los, apesar das dificuldades que surgiram.

Os dados produzidos a partir dos diálogos dos 32 (trinta e dois) alunos da terceira série do Ensino Médio que participaram da pesquisa, em um campus do Instituto Federal do Maranhão, tornaram possíveis a identificação dos fatores que contribuíram com o envolvimento deles nas atividades em sala de aula ou dos fatores que dificultaram a sua realização. Incentivados pelo professor-pesquisador, realizaram as atividades de Matemática Financeira em Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvidora de Davydov, sendo que o trabalho em grupo contribuiu para que os alunos fossem mais persistentes na busca por soluções para o problema. Porém, um dos fatores que dificultaram a realização das atividades foi a falta de tempo para realizarem as pesquisas e, conseqüentemente, resolverem os problemas, pois os alunos relataram que tinham que realizar atividades de outras disciplinas da escola no mesmo período. Por causa das atividades de outras disciplinas, algumas apresentações tiveram de ser adiadas, mas, apesar destas dificuldades, os trabalhos dos alunos foram realizados.

Apenas o grupo 3 não cumpriu todas as etapas das atividades, como entregar o relatório das atividades e a falta de alguns alunos durante a apresentação do trabalho na classe. Isto aconteceu, segundo do aluno A2G3, porque parte do grupo não estava totalmente comprometido com o cumprimento de suas tarefas. Apesar disto, este grupo realizou a apresentação dos três trabalhos em sala de aula, mesmo com a falta de componentes em alguns momentos. O aluno A4G5 declarou que o trabalho foi muito produtivo, apesar das dificuldades para realizá-lo, e sugeriu que as atividades de Modelagem Matemática fossem realizadas em outras turmas da escola, pois isto iria contribuir para o aprendizado de outros alunos, como contribuiu para a turma deles.

Cabe lembrar que a concepção de Modelagem Matemática adotada nesta pesquisa foi a “Alternativa Pedagógica” de Almeida, Silva e Vertuan (2013), que leva em consideração contribuições de teóricos das Ciências Sociais e que não tem o modelo matemático como principal finalidade nestas atividades, mas enfatiza os encaminhamentos realizados durante o desenvolvimentos das atividades de Modelagem que favoreçam o Processo de Ensino e Aprendizagem. Sendo importante destacar que foram realizadas inserções das ações concretas da Teoria do Ensino Desenvolvidora de Davydov nas fases da Modelagem Matemática para contribuir didática e metodologicamente com os professores e alunos na realização das tarefas em sala de aula.

Baseada nas evidências dos três momentos de familiarização da Modelagem Matemática à luz da Teoria Desenvolvidora de Davydov e nas informações colhidas com os líderes dos grupos que participaram do Grupo Focal, é possível inferir que o modelo pedagógico

envolvendo a Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvidor favorece o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa. Foram evidenciadas algumas características que contribuíram com a aprendizagem dos alunos durante as atividades, sendo elas a motivação, a autonomia, a orientação, a atitude investigativa e a interação social.

A aprendizagem se tornou significativa para os alunos, pois não se limitaram a apenas decorar ou aplicar os modelos matemáticos, mas realizaram pesquisas e procuraram compreender os problemas, para depois solucioná-los. Os alunos também aprenderam por descobertas, pois exploraram alternativas para resolverem os problemas, apresentando até mais de uma maneira de resolvê-los.

Os alunos foram motivados inicialmente pelo professor-pesquisador ao apresentá-los a necessidade dos estudos do conteúdo de Matemática Financeira para a vida em sociedade, mas durante a realização das atividades emergiram motivações particulares nos alunos para aprenderem o conteúdo, como o desejo de fazer aplicações financeiras ou aprender para ensinar aos membros de suas famílias que estavam fazendo investimentos na bolsa de valores, Tesouro Direto Selic e CDB. A autonomia ficou evidenciada quando os alunos começaram a tomar iniciativas nas pesquisas e resoluções das questões e não ficavam esperando que o professor-pesquisador respondesse a questão para eles de forma passiva. O envolvimento dos alunos ocorreu de forma gradativa, inicialmente a orientação partia apenas do professor-pesquisador, mas depois eles começaram a orientar os colegas de seu grupo ou pedir orientações para os colegas de outros grupos. Nestas atividades, os alunos deixaram de apresentar uma atitude passiva e passaram a realizar pesquisas, desenvolvendo, assim, uma atitude crítica e investigativa. Sendo que a formação dos grupos colaborou para interação social dos alunos, favorecendo o desenvolvimento cognitivo e os vínculos sociais entre eles. Estas características revelam que os alunos realizaram as atividades de forma ativa, pois não ficaram apenas esperando as informações do professor-pesquisador de forma passiva, mas tomaram iniciativas para solucionarem os problemas.

Outra característica que se revelou na fala dos alunos foi a questão do “tempo”, ou seja, a falta de tempo para a realização de determinadas atividades, em razão de terem que cumprir tarefas das outras disciplinas da escola. As atividades de Modelagem Matemática exigiam que analisassem a questão em grupo, realizassem pesquisas sobre a temática, confirmassem os resultados encontrados, além de se prepararem para apresentar seus resultados aos demais colegas em sala de aula, assim, era exigido mais tempo dos participantes para concluírem as atividades.

Os três momentos de familiarização da Modelagem Matemática com as inserções das ações de Davydov oferecem um novo olhar para o desenvolvimento destas atividades em sala de aula, enfatizando a promoção da aprendizagem dos conceitos matemáticos, bem como a sua utilização na sala de aula e, principalmente, em atividades do cotidiano. Esta associação contribuiu para a permanência dos alunos na realização das atividades, pois dos seis grupos formados, apenas o grupo 3 não concluiu todas as atividades propostas durante o segundo momento da aplicação das atividades de Modelagem Matemática. Além disso, com esta associação, o professor-pesquisador teve uma orientação didática dos passos a serem seguidos e que foram tomados em cada momento do desenvolvimento das atividades. Assim, tais atividades reforçaram o desenvolvimento da autonomia dos alunos na pesquisa e na investigação das situações-problema, além disto, houve contribuição para o desenvolvimento teórico e prático dos conceitos matemáticos, em específico de Juros Simples e Compostos.

Pelo exposto, deseja-se que modelo pedagógico, apresentado nesta tese, contribua com a prática do professor na sala de aula ao revelar uma orientação didática e metodológica relacionando a Modelagem Matemática e as ações da Teoria Desenvolvimental de Davydov. Neste modelo, apresenta-se a contribuição teórica deste trabalho, buscando favorecer o Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática. Além da contribuição teórica com a estrutura do modelo pedagógico, buscou-se analisar o seu desenvolvimento em uma turma do Ensino Médio que apresentou resultados que favoreceram o processo educacional.

Este trabalho de pesquisa contemplou as impressões dos alunos ao desenvolverem as atividades de Modelagem Matemática com as inserções das ações de Davydov durante a realização das atividades, obtendo resultados favoráveis ao Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática de forma ativa. Porém, outros aspectos podem dar continuidade a esta pesquisa, como avaliar o desempenho dos professores ao desenvolverem estas atividades em suas salas de aulas, analisar as atitudes dos alunos em aulas regulares de Matemática após o desenvolvimento dos três momentos de Modelagem Matemática à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov ou em outras situações. Isto dá abertura para que outras pesquisas possam ser realizadas e que venham contribuir com a discussão em torno do Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática, trazendo, assim, informações que favoreçam a realização de atividades didáticas e metodológicas em sala de aula.

REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, L. M. W.; BRITO, D. S. Atividades de Modelagem Matemática: que sentido os alunos podem lhe atribuir? **Ciência e Educação**, v. 11, n. 3, p. 483- 498, 2005.
- ALMEIDA, L. M. W.; DIAS, M. R. Um estudo sobre o uso da Modelagem Matemática como estratégia de ensino e aprendizagem. **Bolema**, ano 17, n. 22, p. 19-35, 2004.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. A. P. Práticas de Professores com Modelagem Matemática: Algumas Configurações. **Educação Matemática Revista**, São Paulo, n. 46, p. 6-15, set. 2015.
- ALMEIDA, L. M. W.; SILVA, K. P.; VERTUAN, R. E. **Modelagem Matemática na Educação Básica**. 1. ed. 1. reimp. São Paulo: Contexto, 2013.
- BACICH, L.; MORAN, J. **Metodologias ativas para uma educação inovadora: uma abordagem teórico-prática**. Porto Alegre: Penso, 2018.
- BARBOSA, J. C. Modelagem na Educação Matemática: contribuições para o debate teórico. *In: REUNIÃO ANUAL DA ANPED*, 24., 2001, Caxambu. **Anais [...]**. Rio Janeiro: ANPED, 2001. Disponível em: http://www.ufrgs.br/espmat/disciplinas/funcoes_modelagem/-modulo_I/modelagem_barbosa.pdf. Acesso em: 01 ago. 2017.
- BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática: uma nova estratégia**. 3. ed. São Paulo: Contexto, 2011.
- BIEMBENGUT, M. S. **Modelagem Matemática: Mapeamento das Ações Pedagógicas dos Educadores de Matemática**. 2003. Tese (Pós – Doutorado) – Universidade de São Paulo, São Paulo - SP, 2003.
- BIEMBENGUT, M. S.; HEIN, N. **Modelagem Matemática no Ensino**. 5. ed. 3. reimp. São Paulo: Contexto, 2013.
- BLUM, W.; NISS, M. Applied mathematical problem solving, modelling, applications, and links to other subjects – state, trends and issues in mathematics instruction. **Educational Studies in Mathematics**, Dordrecht, v. 22, n. 1, p. 37-68, 1991.
- BOROCHOVICIUS, E.; TORTELLA, J. C. B. Aprendizagem baseada em problemas: um método de ensino-aprendizagem e suas práticas educativas. **Revista Ensaio: avaliação e políticas públicas em educação**, v. 22, n. 83, p. 263-294, 2014.
- BRASIL. Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Orientações Curriculares para o Ensino Médio**, v. 2. Ciências da Natureza, Matemática e suas Tecnologias. Brasília: Ministério da Educação, 2006.
- BRASIL. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. **Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Edição 2015. Brasília: Ministério da Educação, 2016.
- BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília: MEC, 2018. Disponível em: <http://download.basenacionalcomum.mec.gov.br>. Acesso: 20 ago. 2019.

BUNGE, M. **Teoria e Realidade**. São Paulo: Perspectiva, 2013.

BURAK, D. **Modelagem matemática**: ações e interações no processo de ensino aprendizagem. 1992. Tese (Doutorado) – Universidade Estadual de Campinas, Campinas, 1992.

CEOLIM, A. J.; CALDEIRA, A. D. Obstáculos e Dificuldades Apresentados por Professores de Matemática Recém-Formados ao Utilizarem Modelagem Matemática em suas Aulas na Educação Básica. **Bolema**: Boletim de Educação Matemática, v. 31, n. 58, p. 760-776, 2017.

CHAGAS, E. M. P. de F. O que está sendo ensinado em nossas escolas é, de fato, Matemática? Artigo. **Revista Iberoamericana de Educación**, v. 36, n. 3, 2005. Disponível em: <https://rieoei.org/historico/deloslectores/944Paiva.PDF>. Acesso em: 03 mai. 2020.

CRESWELL, J. W. **Investigação qualitativa e projeto de pesquisa**: escolhendo entre cinco abordagens. 3 ed. Trad.: Sandra Mallmann da Rosa. Porto Alegre: Penso, 2014.

DALBEN, Â. I. L. F. *et al.* **Convergências e Tensões no Campo da Formação e do Trabalho Docente**. Belo Horizonte: Autêntica, 2010.

DAVYDOV, V. V. Problems of developmental Teaching – The experience of theoretical and experimental psychological research. Trad.: José Carlos Libâneo e Raquel A. M. M. Freitas. **Soviet Education**, v. 30, n. 8, 1988a.

DAVYDOV, V. V. Problems of developmental teaching: the experience of theoretical an experimental psychological research. **Soviet Education**, v. 30, n. 10, 1988b.

DAVYDOV, V. V. What is real learning activity? Trad.: Cristina Pereira Furtado. Rev.: de José Carlos Libâneo e Raquel A. Marra da Madeira Freitas. *In*: HEDEGAARD, M.; LOMPSCHER, J. (Eds.). **Learning, activity and development**. Aarhus: Aarhus University Press, 1999.

DAVYDOV, V.; MÁRKOVA, A. La concepción de la actividad de estudio de los escolares. *In*: SHUARE, M. (comp.). **La psicología evolutiva y pedagógica em la URSS**. Antología. Moscú: Editorial Progreso, 1987.

D'AMBRÓSIO, U. **Da realidade à ação**: reflexos sobre educação e matemática. São Paulo: Summus, 1986.

DELGADO, O. T.; MENDOZA, H. J. G. Evolução da Teoria Histórico-Cultural de Vigotski à Teoria de Formação por etapas das ações mentais de Galperin. *In*: GHEDIN, E.; PETERNELLA, A. (Org.). **Teorias Psicológicas e suas implicações à educação em ciências**. 1. ed. Boa Vista: Editora UFRR, 2016, v. 1, p. 355-381.

DEWEY, J. **Vida e educação**. Trad.: Anísio Teixeira. 6. ed. São Paulo: Melhoramentos, 1967.

FERREIRA, M. M. O ensino desenvolvimental e seus desafios para a formação dos professores: um relato de experiência no ensino do letramento acadêmico em inglês. **Fórum Linguístico**, v. 13, n. 4, p. 1632-1653, 2016.

FREIRE, P. **Pedagogia da autonomia**: saberes necessários à prática educativa. São Paulo: Paz e Terra, 2003.

FREITAS, R. A. M. M. Formação de conceitos na aprendizagem escolar e atividade de estudo como forma básica para organização do ensino. **Educativa**, v. 19, n. 2, p. 388-418, 2017.

GOMES, A. A. Apontamentos sobre a pesquisa em educação: usos e possibilidades do grupo focal. **Eccos**, São Paulo, v. 7, n. 2, p. 275-290, 2005. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/715/71570203.pdf>. Acesso em: 16 jan. 2020.

HEDEGAARD, M. A zona de desenvolvimento proximal como base para o ensino. *In*: DANIELS, H. (Org.). **Uma introdução a Vygotsky**. 2. ed. São Paulo: Loyola, 2013.

IEZZI, G. *et al.* **Matemática**: Ciência e Aplicação. Volume 2. Ensino Médio. 7. ed. São Paulo: Saraiva, 2013.

INEP - INSTITUTO NACIONAL DE ESTUDOS E PESQUISAS EDUCACIONAIS ANÍSIO TEIXEIRA. Ministério da Educação. **SAEB 2017 – Sistema de Avaliação da Educação Básica**. Disponível em: <https://medium.com/@inep/resultados-do-saeb-2017-f471ec72168d>. Acesso em: 14 dez. 2018.

KAISER, G.; SRIRAMAN, B. A Global survey of international perspectives on modeling in mathematics education. **The International Journal on Mathematics Education**, v. 38, n. 3, p. 302-310, 2006.

KLÜBER, T. E. **Modelagem Matemática e Etnomatemática no contexto da Educação Matemática**: Aspectos Filosóficos e Epistemológicos. 2007. 151 p. Dissertação (Mestrado em Educação) - Programa de Pós-graduação em Educação, Universidade Estadual de Ponta Grossa – UEPG, 2007.

KLÜBER, T. E. Um olhar sobre a Modelagem Matemática no Brasil sob algumas categorias fleckianas. *In*: **Alexandria Revista de Educação em Ciência e Tecnologia**, Florianópolis, v. 2, n. 2, p. 219-240, jul. 2009. Disponível em: <https://periodicos.ufsc.br/index.php/alexandria/article/view/37963>. Acesso em: 20 jun. 2018.

KLÜBER; T. E.; BURAK, D. Concepções de Modelagem Matemática: Contribuições Teóricas. **Educ. Mat. Pesqui.**, São Paulo, v. 10, n. 1, p. 17-34, jan.-jun. 2008.

LEFEBVRE, H. **Lógica Formal Lógica Dialética**. Tradução de Carlos Nelson Coutinho. 5. ed. Rio de Janeiro, Editora Civilização Brasileira, 1991.

LEONTIEV, A. N. **Ensayo del desarrollo de la psiquis**. Moscú, 1947.

LEONTIEV, A. N. **O desenvolvimento do psiquismo**. Lisboa: Horizonte Universitário, 1978.

LIBÂNEO, J. C. A didática e a aprendizagem do pensar e do aprender: a teoria histórico-cultural da atividade e a contribuição de Vasili Davydov. **Revista Brasileira de Educação**, Rio de Janeiro, n. 27, 2004.

LIBÂNEO, J. C. **Didática**. São Paulo: Cortez, 2013.

LOVATO, F. L. *et al.* Metodologias ativas de aprendizagem: uma breve revisão. **Acta Scientiae**, Canoas (RS), v. 20, n. 2, p. 154-171, 2018.

MAGNUS, M. C. M. **Modelagem Matemática em sala de aula**: principais obstáculos e dificuldades em sua implementação. 2012. 121 f. Dissertação (Mestrado em Educação) – Programa de Pós-Graduação em Educação Científica e Tecnológica da Universidade Federal de Santa Catarina, Santa Catarina, 2012.

MAGNUS, M. C. M. História da Modelagem Matemática na Educação Matemática Escolar Brasileira. In: ENCONTRO BRASILEIRO DE ESTUDANTES DE PÓSGRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, GD10: Modelagem Matemática, 29., 2015, Juiz de Fora. **Anais [...]**. Juiz de Fora: EBRAPEM, 2015. p. 1-12.

MAJMUTOV, M. I. **La enseñanza problémica**. Havana: Pueblo y educación, 1983.

MARTINS, A. M. Autonomia e educação: a trajetória de um conceito. **Cadernos de Pesquisa**, n. 115, março/2002.

MERIB, R. G. S. **Formação de Juros**: uma proposta fundamentada na Teoria do Ensino Desenvolvidor. 2017. 196 f. Dissertação (Mestrado em Educação para Ciências e Matemática) - Instituto Federal do Goiás, Campus Jataí, 2017.

MEYER, J. F. C. A.; CALDEIRA, A. D.; MALHEIROS, A. P. S. **Modelagem em Educação Matemática**. Belo Horizonte, MG: Autêntica Editora, 2011.

MITRE, S. M. *et al.* Metodologias ativas de ensino-aprendizagem na formação profissional em saúde: debates atuais. **Ciência e Saúde Coletiva**, Rio de Janeiro, v. 13, 2008. Disponível em: <https://www.redalyc.org/pdf/630/63009618.pdf>. Acesso em: 15 mar. 2020.

MIZUKAMI, M. G. N. **Ensino**: as abordagens do processo. São Paulo: EPU, 1986.

MÓNICO, L. *et al.* A Observação Participante enquanto metodologia de investigação qualitativa. **CIAIQ 2017**, v. 3, 2017.

MORAES, R.; GALIAZZI, M. C. **Análise textual discursiva**. 3. ed. Rio Grande do Sul: Unijui, 2016. 224p.

MOREIRA, M. A. **Teorias de Aprendizagem**. São Paulo: EPU, 2011.

NÚÑEZ, I. B. **Vygotsky, Leontiev e Galperin, formação de conceitos e princípios didáticos**. Brasília: Liber livro, 2009.

OCDE - ORGANIZAÇÃO PARA A COOPERAÇÃO E DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO. **PISA 2018 – Programme for International Student Assessment (Programa Internacional de Avaliação de Estudantes)**. 2018. Disponível em: https://www.oecd.org/pisa/publications/PISA2018_CN_BRA.pdf. Acesso em: 07 fev. 2020.

PAIVA, M. **Matemática**. Volume 3. 2. ed. São Paulo: Moderna, 2013.

PIAGET, J. **Para onde vai a educação?** 8. ed. Rio de Janeiro: José Olympo, 1984.

SAVIANI, D. **Escola e democracia.** 24. ed. São Paulo: Cortez, 1991.

SCHNEIDER, E. I. *et al.* Sala de aula invertida em EAD: uma proposta de blended learning. **Revista Intersaberes**, v. 8, n. 16, p. 68-81, jul.-dez. 2013. Disponível em: <https://www.uninter.com/intersaberes/index.php/revista/article/view/499>. Acesso em: 20 mai. 2020.

SILBERMAN, M. **Active learning: 101 strategies do teach any subject.** Massachusetts: Allynand Bacon, 1996.

SILVEIRA, E.; CALDEIRA, A. D. Modelagem na sala de aula: resistências e obstáculos. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, v. 26, n. 43, p. 249-275, ago. 2012.

SOUZA, S. A. **Ensino do Conceito de Função por Meio de Problemas:** Contribuições de Davydov e de Majmutov. 2015. 171 f. Tese (Doutorado em Educação) - Programa de Pós-Graduação Stricto Sensu em Educação, Pontifícia Universidade Católica de Goiás, Goiânia, 2015.

SKOVSMOSE, O. Cenários para Investigação. **Bolema - Boletim de Educação Matemática**, Rio Claro, n. 14, p. 66-91, 2000.

TALÍZINA, N. **Psicología de la Enseñanza.** Moscú: Progreso, 1988

TRAD, L. A. B. Grupos focais: conceitos, procedimentos, e reflexões baseadas em experiências com o uso da técnica em pesquisa de saúde. **Physis**, v. 19, n. 3, p. 777-796, 2009.

VYGOTSKY, L. S. **A Formação social da mente:** o desenvolvimento dos processos psicológicos superiores. São Paulo: Martins Fontes, 1991.

VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** São Paulo: Martins Fontes, 2005.

ZAMBONI, T. M. **Metodologias Ativas no Ensino da Matemática Escolar:** O que as Pesquisas Acadêmicas Revelam? 162 f. Dissertação (mestrado em matemática) – Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional - PROFMAT, Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Pato Branco, PR, 2019.

APÊNDICES**APÊNDICE A - TERMO DE AUTORIZAÇÃO DA ESCOLA****INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
MARANHÃO – CAMPUS IMPERATRIZ****TERMO DE CONSENTIMENTO DA INSTITUIÇÃO**

Autorizo os professores Daniel Santos de Carvalho (Doutorando) e Yuri Expósito Nicot (Orientador) do doutorado em Educação Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática, a realizarem a pesquisa intitulada “MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL” com alunos da disciplina de matemática dos cursos técnicos integrados desta instituição de ensino.

(Assinatura e carimbo do Responsável pela Instituição)

Imperatriz/MA, 21 de Junho de 2019

APÊNDICE B - TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA****TERMO DE CONSENTIMENTO LIVRE E ESCLARECIDO (T.C.L.E.)**

Caro pai e/ou responsável,

Depois de conversa com a direção da escola e contar com a colaboração e consentimento, venho propor uma pesquisa intitulada **MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL** desenvolvida por mim, Daniel Santos de Carvalho (Doutorando) e por meu orientador Yuri Expósito Nicot.

Participarão da pesquisa os alunos matriculados na disciplina de matemática em que os pais e/ou responsáveis assim o consentirem. As atividades ocorrerão durante as aulas e em algumas aulas extraclasses que serão previamente combinada com os alunos e com a Instituição. Tais atividades constarão de discussões teóricas e de atividades práticas realizadas pelos grupos de alunos. As atividades não desviarão o foco dos conteúdos curriculares da disciplina, pois reforçarão os conceitos matemáticos trabalhados pelo professor titular da classe. A pesquisa se justifica pela necessidade de se buscar compreensões da contribuição para a aprendizagem dos alunos, em relação à matemática financeira, durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvidamental.

A pesquisa é coordenada pelo Professor Daniel Santos de Carvalho, a quem poderá contatar / consultar a qualquer momento que julgar necessário através do telefone nº (99) 9 9182 0963 ou e-mail daniel.carvalho@ifma.edu.br.

A participação é voluntária, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Os objetivos são estritamente acadêmicos dos estudos, que, em linhas gerais é de analisar as relações didáticas e metodológicas que se apresentam durante a interação aluno-professor no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática Financeira utilizando a Modelagem Matemática para aquisição dos conhecimentos à luz da Teoria Desenvolvidamental.

Os usos das informações oferecidas pelos alunos estão submetidos às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos, da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP) do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde. A colaboração se fará de forma anônima, por meio de participação de grupos de estudos, entrevistas semiestruturadas, observação, coleta de dados, discussões em sala de aula, realização de atividades pedagógicas que serão gravadas em áudio e vídeo nos momentos em que ocorrem as atividades.

Não haverá riscos à saúde dos participantes, na medida em que serão desenvolvidas atividades pedagógicas com o objetivo de compreender os benefícios educacionais ao se realizadas atividades na sala de aula. Os resultados colhidos com o desenvolvimento da pesquisa trarão benefícios superiores ao possível desconforto que possam passar por conta das gravações realizadas. Para minimizar esse possível desconforto inicial durante às gravações os alunos serão esclarecidos que seus nomes serão preservados, sendo adotados pseudônimos quando necessário nomeá-los no relatório da pesquisa. O anonimato nos diálogos será garantido pela utilização de nomes fictícios para todos os participantes e nas filmagens a imagem da face será propositalmente desfocada.

O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e/ou seu orientador. Fui ainda informado(a) de que o aluno pode se retirar desse(a) estudo / pesquisa / a qualquer momento, sem prejuízo para seu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos de acordo com a Resolução CNS nº466/12 e 510/2016. Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Consentimento Livre e Esclarecido, conforme recomendações da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP).

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa da UFPA localizado no seguinte endereço: COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS do Instituto de Ciências da Saúde Universidade Federal do Pará R. Augusto Corrêa, 1 - Guamá, Belém - PA, 66075-110, Complexo de Sala de Aulas/ICS sala 13 - Campus Universitário Telefone: (91) 3201-7735, E-mail: cepccs@ufpa.br. Este comitê poderá ser consultado para qualquer esclarecimento.

Para qualquer esclarecimento no decorrer da sua participação, também estarei disponível através do telefone: (99) 99182-0963. O (A) senhor (a) também poderá entrar em contato com o email: daniel.carvalho@ifma.edu.br.

Desde já agradecemos!

Eu _____ (nome por extenso) responsável pelo (a) aluno (a) _____ fui solicitado pelo professor Daniel Santos de Carvalho, aluno de doutorado em Educação em Ciências e Matemática da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática – REAMEC, a autorizar o(a) aluno(a) mencionado(a) a participar da pesquisa, permitindo o desenvolvimento de atividades pedagógicas diferenciadas com o objetivo de contribuir com a compreensão do ensino e aprendizagem da matemática ao envolver os alunos em atividades de Modelagem Matemática com elementos da Teoria Desenvolvimental. Declaro que após ter sido esclarecido pelo pesquisador, lido o presente termo, e entendido tudo o que me foi explicado, concordo o(a) aluno(a) acima citado(a) participe da Pesquisa intitulada “MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL”.

Imperatriz, ____ de _____ de 2019.

Assinatura do pesquisador
Daniel Santos de Carvalho
Cel: 99 9182-0963
E-mail: daniel.carvalho@ifma.edu.br

Assinatura do Responsável

APÊNDICE C - CARTA_ENCAMINHAMENTO_CEP

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

CARTA DE ENCAMINHAMENTO

Belém, PA - 21 de junho de 2019.

À Coordenação do Comitê de Ética em Pesquisa do ICS-UFPA Sr. Coordenador, Encaminho uma cópia do projeto de pesquisa intitulado “**MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL**” para análise por este Comitê de Ética.

Declaro que este projeto de pesquisa será realizado como Tese de Doutorado, pelo aluno Daniel Santos de Carvalho, do curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências – REAMEC sob orientação do Professor Dr. Yuri Expósito Nicot.

No aguardo de manifestações, coloco-me à disposição para quaisquer esclarecimentos.
Atenciosamente,

Prof. Msc. Daniel Santos de Carvalho

Nome: Daniel Santos de carvalho
E-mail: Daniel.carvalho@ifma.edu.br
Telefone: (99) 99182-0963

APÊNDICE D - DECLARACAO_ISENCAO_DE_ONUS_UFPA

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

DECLARAÇÃO DE ISENÇÃO DE ÔNUS FINANCEIRO À UFPA

Declaro para os devidos fins que a realização da pesquisa “**MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL**” que tem como pesquisador Daniel Santos de Carvalho, do curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECEM – da Rede Amazônica de Educação em Ciências – REAMEC- polo UFPA, não acarretará ônus financeiro à referida Universidade, uma vez que os recursos financeiros para a realização da pesquisa serão de responsabilidade do doutorando.

Belém, PA - 21 de junho de 2019.

Prof. Msc. Daniel Santos de Carvalho

APÊNDICE E - TERMO DE ACEITE DO ORIENTADOR**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE ESTADUAL DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA****TERMO DE ACEITE DO ORIENTADOR**

Eu, Professor Yuri Expósito Nicot, do curso de Doutorado do Programa de Pós-Graduação em Educação em Ciências e Matemática – PPGECM, da Rede Amazônica de Educação em Ciências – REAMEC, aceito orientar o trabalho intitulado “**Ensino e Aprendizagem por meio de atividades em Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov**” de autoria do aluno Daniel Santos de Carvalho. Declaro ter total conhecimento das normas de realização de trabalhos científicos vigentes, segundo a Comissão Nacional de Ética em Pesquisa CONEP, estando inclusive ciente da necessidade de minha participação na banca examinadora por ocasião da defesa do trabalho. Declaro ainda ter conhecimento do conteúdo do anteprojeto ora entregue.

Manaus, AM - 10 de Junho de 2019.

Prof. Dr. Yuri Expósito Nicot

APÊNDICE F - TERMO_COMPROMISSO_PESQUISADOR**INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO
MARANHÃO – CAMPUS IMPERATRIZ****TERMO DE COMPROMISSO DO PESQUISADOR**

TÍTULO DO PROJETO: Modelagem Matemática na Perspectiva da Teoria Desenvolvimental.

ORIENTADOR: Yuri Expósito Nicot

PESQUISADOR: Daniel Santos de Carvalho

Os pesquisadores do projeto acima identificados assumem os seguintes compromissos:

1. Preservar a privacidade e a integridade física dos entrevistados cujos dados serão coletados;
2. Manter sob sigilo as informações ofertadas, ou seja, serão realizadas única e exclusivamente para execução do projeto;
3. Respeitar todas as normas da Resolução nº 466/2012 e suas complementares na execução deste projeto.

Imperatriz/MA, 21 de Junho de 2019

Prof. Msc. Daniel Santos de Carvalho

APÊNDICE G - ROTEIRO DE ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA

ROTEIRO DA ENTREVISTA SEMIESTRUTURADA REALIZADA COM ALUNOS QUE FORAM OS LÍDERES DOS GRUPOS

Roteiro

1. Na opinião de vocês, a atividade realizada foi proveitosa? Houve aprendizagem? Justifique sua resposta.
2. Fale sobre os pontos positivos e os pontos negativos no desenvolvimento do trabalho.
3. Vocês interagiram (participaram) na resolução da questão? Qual foi a contribuição (ação individual) de cada um para a solução da questão?
4. Vocês compreenderam os objetivos da questão?
5. Vocês acertaram a questão na primeira tentativa? Expliquem.
6. Qual o principal motivo em buscar resolver a questão proposta? Apenas para ganhar o ponto na disciplina ou se sentiram desafiado em responder a questão?
7. Se por acaso, depois da primeira tentativa em resolver a questão, eu dissesse que a questão não valeria mais nenhum ponto para a nota bimestral, vocês continuariam a tentar resolver a questão proposta? Você teria outro motivo para continuar em resolver a questão? Justifique sua resposta.
8. Na visão de vocês, qual a principal contribuição deste tipo de atividade? Explique.
9. Vocês podem fazer as considerações finais.

APÊNDICE H - ROTEIRO PARA AS ATIVIDADES**ROTEIRO PARA AS ATIVIDADES**

GRUPO _____

NOME DOS PARTICIPANTES:

1. Tema do Grupo: _____
2. Questão a ser respondida neste problema
3. Escreva sobre as ideias iniciais que o grupo debateu no início das atividades.
4. Fale sobre os objetivos do grupo ao escolher este tema para estudos.
5. Comente sobre as estratégias que o grupo pensou para solucionar o problema e onde procurar respostas para o problema em estudo.
6. Relate as principais dificuldades encontradas pelo grupo em resolver esta situação-problema.
7. Comente sobre as expectativas do grupo durante as discussões para a resolução dos problemas.
8. Fale sobre os conhecimentos matemáticos utilizados para resolver a situação-problema.
9. Explique a escolha do modelo matemática que foi útil para esta questão.
10. De que maneira vocês interpretaram e validaram a resposta encontrada para a situação-problema

APÊNDICE I - ROTEIRO PARA O RELATÓRIO FINAL

ROTEIRO PARA O RELATÓRIO AO FINAL DE CADA ATIVIDADE

Relatório para os três momentos de familiarização – Modelagem Matemática

Ao final de cada atividade, o grupo, deverá relatar os principais passos utilizados para a realização da atividade de Modelagem Matemática, constando, por exemplo as seguintes informações:

- Data, local e hora em que realizaram as atividades;
- As argumentações que surgiram no grupo com o objetivo de resolver a situação-problema;
- Como surgiram as ideias para realizarem as pesquisas;
- Dificuldades que encontraram no decorrer das atividades;
- Os conceitos matemáticos utilizados;
- As motivações para resolverem o problema;
- Conhecimentos prévios;
- Fontes de pesquisas;
- Novos conceitos que aprenderam;
- Conceitos matemáticos que foram fortalecidos;
- Pessoas que recorreram para contribuir na resolução da questão;
- Caminhos que utilizaram que não deram certo para solucionar o problema;
- Relatarem as estratégias que utilizaram para resolver a situação-problema, inclusive apresentar todos os caminhos utilizados;
- Apresentar outras informações que o grupo considerar relevante;
- Além destas informações, o grupo deverá preparar uma apresentação de aproximadamente 20 minutos, para socializar os conceitos matemáticos utilizados durante as atividades de Modelagem Matemática.

APÊNDICE J - TERMO DE ASSENTIMENTO

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MATO GROSSO
UNIVERSIDADE FEDERAL DO PARÁ
UNIVERSIDADE DO ESTADO DO AMAZONAS
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E
MATEMÁTICA
REDE AMAZÔNICA DE EDUCAÇÃO EM CIÊNCIAS E MATEMÁTICA**

TERMO DE ASSENTIMENTO

Caro(a) aluno(a),

Depois de conversa com a direção da escola e contar com a colaboração e consentimento, venho propor uma pesquisa intitulada **MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA TEORIA DESENVOLVIMENTAL** desenvolvida por mim, Daniel Santos de Carvalho (Doutorando) e por meu orientador Yuri Expósito Nicot.

Participarão da pesquisa os alunos matriculados na disciplina de matemática em que os pais e/ou responsáveis assim o consentirem. As atividades ocorrerão durante as aulas e em algumas aulas extraclasse que serão previamente combinada com os alunos e com a Instituição. Tais atividades constarão de discussões teóricas e de atividades práticas realizadas pelos grupos de alunos. As atividades não desviarão o foco dos conteúdos curriculares da disciplina, pois reforçarão os conceitos matemáticos trabalhados pelo professor titular da classe. A pesquisa se justifica pela necessidade de se buscar compreensões da contribuição para a aprendizagem dos alunos, em relação à matemática financeira, durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática na perspectiva da Teoria Desenvolvidamental.

A pesquisa é coordenada pelo Professor Daniel Santos de Carvalho, a quem poderá contatar / consultar a qualquer momento que julgar necessário através do telefone nº (99) 9 9182 0963 ou e-mail daniel.carvalho@ifma.edu.br.

A participação é voluntária, sem receber qualquer incentivo financeiro ou ter qualquer ônus e com a finalidade exclusiva de colaborar para o sucesso da pesquisa. Os objetivos são estritamente acadêmicos dos estudos, que, em linhas gerais é de analisar as relações didáticas e metodológicas que se apresentam durante a interação aluno-professor no Processo de Ensino e Aprendizagem da Matemática Financeira utilizando a Modelagem Matemática para aquisição dos conhecimentos à luz da Teoria Desenvolvidamental.

Os usos das informações oferecidas pelos alunos estão submetidos às normas éticas destinadas à pesquisa envolvendo seres humanos, da Comissão Nacional de Ética em Pesquisa (CONEP) do Conselho Nacional de Saúde, do Ministério da Saúde. A colaboração se fará de forma anônima, por meio de participação de grupos de estudos, entrevistas semiestruturadas, observação, coleta de dados, discussões em sala de aula, realização de atividades pedagógicas que serão gravadas em áudio e vídeo nos momentos em que ocorrem as atividades.

Não haverá riscos à saúde dos participantes, na medida em que serão desenvolvidas atividades pedagógicas com o objetivo de compreender os benefícios educacionais ao se realizadas atividades na sala de aula. Os resultados colhidos com o desenvolvimento da pesquisa trarão benefícios superiores ao possível desconforto que possam passar por conta das gravações realizadas. Para minimizar esse possível desconforto inicial durante às gravações os alunos serão esclarecidos que seus nomes serão preservados, sendo adotados pseudônimos quando necessário nomeá-los no relatório da pesquisa. O anonimato nos diálogos será garantido pela utilização de nomes fictícios para todos os participantes e nas filmagens a imagem da face será propositalmente desfocada.

O acesso e a análise dos dados coletados se farão apenas pelo pesquisador e/ou seu orientador. Fui ainda informado(a) de que o aluno pode se retirar desse(a) estudo / pesquisa / a qualquer momento, sem prejuízo para seu acompanhamento ou sofrer quaisquer sanções ou constrangimentos de acordo com a Resolução CNS nº466/12 e 510/2016. Atesto recebimento de uma cópia assinada deste Termo de Assentimento.

Esta pesquisa foi submetida ao Comitê de Ética em Pesquisa da UFPA localizado no seguinte endereço: COMITÊ DE ÉTICA EM PESQUISA EM SERES HUMANOS do Instituto de Ciências da Saúde Universidade Federal do Pará R. Augusto Corrêa, 1 - Guamá, Belém - PA, 66075-110, Complexo de Sala de Aulas/ICS sala 13 - Campus Universitário Telefone: (91) 3201-7735, E-mail: cepccs@ufpa.br. Este comitê poderá ser consultado para qualquer esclarecimento.

Para qualquer esclarecimento no decorrer da sua participação, também estarei disponível através do telefone: (99) 99182-0963. O (A) senhor (a) também poderá entrar em contato com o email: daniel.carvalho@ifma.edu.br.

Desde já agradecemos!

Imperatriz, ____ de _____ de _____

Assinatura do pesquisador
Daniel Santos de Carvalho
Cel: 99 9182-0963
E-mail: daniel.carvalho@ifma.edu.br

Assinatura do Aluno

APÊNDICE K - TRANSCRIÇÃO DA ENTREVISTA COM OS SEIS ALUNOS QUE FORAM LÍDERES DOS GRUPOS FORMADOS

Professor: O objetivo de estamos aqui para comentar sobre os trabalhos que vocês fizeram durante os últimos seis meses. Aqui estão os líderes dos grupos onde nós vamos comentar um pouco sobre os trabalhos, certo? Inicialmente vocês vão falar o nome de vocês para em seguida fazer algumas perguntas para vocês. Ao fazer as perguntas vocês vão responder de acordo com a perspectiva de vocês em relação às atividades desenvolvidas pelos grupos.

Professor: Qual a contribuição que vocês tiveram ou perceberam no decorrer da realização das atividades?

A1G4 – Primeiramente, eu tinha em mente que seria como se fosse um reforço escolar, como se fosse uma aula extraclasse, né? E a gente pode perceber que tivemos uma melhoria, pois estávamos com muito medo da disciplina neste ano. A ideia que tenho é que foi como um reforço escolar, um horário extra, não foi apenas individual, foi um reforço coletivo. Foi na realidade um grupo de estudo, um grupo de pesquisa nesta área de matemática. Teve até questões do ENEM que caiu com os assuntos estudados, e eu tinha conhecimentos para resolver a questão. Isto foi importante para trabalhar o raciocínio da gente na matemática, porque a gente sabe que vim para a sala de aula, você é muito passivo, você recebe muito conteúdo e muitas vezes você não trabalha todo esse conteúdo, então, foi, digamos, nós tínhamos um horário passivo, na sala de aula normal, mas nesta atividades tivemos aula de forma ativa, além de ativo, coletivo, foi esta a contribuição.

A3G6 – Bem assim, pra mim, é foi, sendo que eu tenho um pouco de dificuldade em matemática, foi uma forma mais fácil de aprender, porque, o que acontece, quando a gente está na teoria, na teoria o professor em sala responde algumas questões é meio que difícil absorver aquele conteúdo, mas aí, no trabalho aqui desenvolvido, você tem que resolver a questão para outras pessoas e assim com isso, como é uma coisa mais prática, você tem que saber para repassar seu conhecimento. É, eu percebi que o aprendizado é maior né, do que apenas na teoria.

A6G1 – Primeiramente eu gostaria de agradecer o professor pelo trabalho desenvolvido. Este trabalho foi muito importante pois reforçou a parte prática, porque na sala de aula é uma rotina igual todos os dias, você chega o professor dá a sua aula e acabou, prova e acabou. Mas nestas atividades, o trabalho sempre acabava com um tipo de apresentação, envolvia todos os alunos e sempre éramos questionado sobre o que a gente aprendeu. Tipo, quando a gente fala o que a gente aprendeu é como se fosse um reforço mental para nós. A maior contribuição, não falo só por mim, mas por todo o nosso grupo, era que vários trabalhos do professor, alguns deles envolvia a parte econômica, parte que eu gosto muito, e eu conseguia transmitir algumas das minhas ideias que eu estudo para alguns alunos da minha sala, e até para meios sociais, tipo, teve o exemplo das prestações que as vezes podem ser desiguais ou de vários tipos de investimentos como Selic, IPCA, que foi passado pra nós e a gente apresentou, reforçando ainda a ideia.

A2G3 – Estas atividades ajudou para reforçar o conteúdo, pois o professor pode até ter explicado em sala, mas o aluno pode não ter entendido direito o conteúdo. Com os trabalhos realizados foi possível fortalecer mais sobre o entendimento sobre estas matérias. Foi importante demais estes trabalhos e deu para compartilhar com todo mundo, como o pessoal e tal.

A4G5 – Gostaria, primeiramente, de agradecer ao professor que foi peça fundamental para nossa aprendizagem durante este período no qual estivemos com ele estudando e, ressaltar que os trabalhos que tivemos, de um modo geral, foi de fundamental importância, como os colegas falaram anteriormente, nós temos muitas coisas positivas para falar. Porque assim, este gente aprendeu a gente vê mais as pessoas individual ali, respondendo uma questão e tal. Dentro da sala de aula o professor ensina, mas as vezes cada um toma o seu rumo, estuda em casa e tal, já no trabalho a gente aprendeu a estudar em grupo, um dá uma ideia para o outro. –Olha assim fica melhor!!! – E o outro dá outra ideia dizendo – Olha se for complementar com isto aqui talvez chega melhor na solução, então a gente dialogou mais, aprendemos a ter um relacionamento melhor, além do mais a gente aprendeu a buscar, né? Neste grupo. Não esperar somente no professor. Há o professor deu um conteúdo aqui e responder algumas questões. A gente aprendeu a buscar e a criar uma questão. Aprendemos a buscar também a parte econômica, né. Os tipos de investimentos, coisas que talvez a gente não aprenderia se não tivéssemos este trabalho, então foi de fundamental importância para que a gente pudesse buscar mais conhecimentos né, e assim ser pessoas, eu acho que melhor.

A5G2 – Também até uma forma de melhor aprendizado, né? Porque cada um tem uma didática diferente, vimos a didática de nosso professor titular da disciplina, e com o senhor que trabalhou conosco este trabalho. Também é bom a gente repassar os nosso conhecimentos, porque tem estudo que comprovam que a gente aprende mais quando está ensinando os outros, aí tipo, além de cada um encontrar o jeito, a maneira que ele pensou e também explicando o jeito que a gente fez, a gente de certa forma está aprendendo, a gente vai está repetindo o que a gente já viu antes.

Professor: Estes aspectos que foram levantado são positivos, mas as vezes aparecem alguns obstáculos, certo? Algumas dificuldades que as vezes surgem no decorrer do trabalho, ou dificuldades de se reunir, ou dificuldades na escola, né? Então, gostaria que vocês falassem também, quais seriam as dificuldades que surgiram, no ponto de vista de cada grupo, para a execução das atividades?

A1G4 – Olha, na minha opinião, a primeira coisa a se falar é que trabalhar com pessoas em um grupo é difícil, as vezes tem uma coisa da pessoa que incomoda a gente e tal. E, tipo assim, combina de vim em um horário e não pode, coloca dificuldades e tal, as vezes dá um briguinha estas coisas, mas o que dificultava mais era essa questão pessoal e também, a questão logística mesmo. Havia ocasiões que havia provas e ficava um pouco atrapalhando a fazer reunião, fazer questão e vim pela manhã e tal. Tinha colegas que não participavam da reunião, pois tinham que fazer prova tal, recuperação tal, entendeu? E aí acabava dificultando as vezes. O tempo que um tinha não coincidia com o tempo do outro, entendeu? Acho que era mais mesmo esta questão logística da escola e também a questão pessoal, conflitos de horários.

A3G6 – Assim, no meu grupo além da dificuldade das resoluções, né? Porque assim, as vezes a gente achava vários métodos e, pensávamos no método melhor para ser passado em sala de aula durante a apresentação. Além disso, era mais o trabalho braçal que tinha nas resoluções, tipo assim, muitas vezes o professor dava um prazo, né? E aí tinha que entregar até o final desse prazo, como a gente tem uma rotina muito puxada, né? Acabava que apertando nessa parte, meio que, tipo um exemplo, a construção dos relatórios. Alguns colegas do grupo não colaboravam, ou colaboravam pela metade, aí, no final apertava muito, apesar disso, foi bem o trabalho.

A6G1 – As maiores dificuldades que meu grupo encontrou seria mais a parte escolar, pois na escola temos que cumprir atividades do médio e do técnico, nós temos uma quantidade de matérias maiores do que o de uma escola pública normal. Então, as maiores dificuldades foram o tempo para intercalar este trabalho com as demais atividades da escola. Também temos as relações pessoas, pois são pessoas que tem tempos diferentes, pensamentos diferentes, as vezes um tem uma ideia, outro tem outra ideia diferente, as vezes uma forma pra juntar estas ideias não dá certo, ou pessoas que querem apresentar certas partes, pois são melhores. Mas o trabalho inteiro foi tranquilo, pois o professor era flexível com os prazos, pois ele entendia nossas necessidades ligadas as outras disciplinas, além daqueles alunos que tinham dependências em outras disciplinas, o que já aumentava o tempo da pessoa em si. Recapitulando, foi mais o tempo e as relações pessoais.

A2G3 – Bem já no meu grupo, a maior dificuldade foi encontrar um tempo que ajudasse cada um, pois tinha as atividades da escola como as provas e atividades de outras disciplinas. Assim, ficava um pouco difícil um tem para encontrar todo mundo para se reunir era difícil. Também dificultava a distância, já que todos os membros do grupo moram longe. Por exemplo, marcando para 8:00 horas da manhã, muitos podem participar, mas tem sempre aqueles que não podem participar, pois já tinham um compromisso e tal. Acho que isto foi o que mais dificultou. Até que nas resoluções foi tudo bem, o problema realmente foi mais no tempo para que todos os alunos se encontrassem.

A4G5 – Já no meu grupo também como todos aqui ressaltaram a questão do tempo, eu volta a falar que um dos problemas no meu grupo foram esses. Porque teve alguns tiveram que fazer vestibular em outras cidades e as vezes coincidiam no dia dos estudos e das apresentações. Remarcavam a apresentação para depois, mas tudo deu certo. Alguns alunos moram em um local, outros em outro, um pouco distante um dos outros. Alguns tem horários diferentes, outros ajudam os pais em casa ou fazem cursinhos, estão estudando, então, para achar um tempo em que todos pudessem estar juntos foi uma dificuldade, né? Mas a gente com interação e na questão de compreender um ao outro a gente conseguiu organizar tudo isso, então tipo, foi fundamental a realização do trabalho, pois aprendemos a ter compromisso e responsabilidade de enviar as coisas no tempo certo, no prazo estipulado, isto foi um problema para a gente conseguir se adaptar, mas no final deu certo. Assim, mesmo com todas as atividades da escola que tem muitas matérias e dificuldades em realiza-las conseguimos cumprir as atividades e aprendemos a nos organizar mais, organizar o tempo e tudo mais.

A5G2 – Os problemas no meu grupo foi união dos problemas apresentados nos outros grupos. Trabalhar com pessoas sempre é bastante complicado, pois as vezes não participavam dos encontros, alguns por causa do tempo e outros por causa da responsabilidade mesmo. Só que deu para executar o trabalho, tivemos um aproveitamento bom, teve problema também na produção do relatório a ser entregue ao professor.

Professor: Outro ponto interessante a ser considerado seria o motivo para vocês realizarem as atividades propostas seriam a pontuação na disciplina de matemática. Sendo assim, uma das possibilidades de iniciarem as atividades seria a motivação para receberem uma participação na disciplina de matemática, porém se depois de iniciarem o desenvolvimento das atividades esta pontuação fosse retirada, entenderam? Vocês continuariam a responder a questão proposta ou não? Continuariam a responder a questão pela curiosidade ou não continuariam mais por não ter mais os pontos de participação?

A6G1 – Sinceramente do meio do ano pra trás eu não estava tão interessado na matemática, mas estas atividades envolvendo juros simples e compostos me interessa muito. Tendo em vista que eu comecei estudar bem no início deste ano vários tipos de investimentos. O ponto pra mim neste assunto é que eu gosto de estudar sobre este tema. Eu até já discuti sobre o assunto de investimentos, juros simples e compostos com outros colegas da sala de aula. Tipo, neste período de tempo eu me interessei em estudar com meus colegas sobre o assunto. Hoje em dia nossos pais são bem atrelados a poupança – Há é um investimento mais conservador do Brasil - só falam em poupança, poupança, ... Essa ideia é muito ultrapassada, porque a poupança em si é ruim, o rendimento dela é realmente baixo, porque existe muito investimento, então é mais parte social investir nela, não econômica. Existem vários investimentos atrelados ao tesouro direto que são mais seguros, pois eles são feitos em conjunto com o Estado. Então é mais difícil um Estado quebrar do que um banco particular quebrar. Então, eu gosto de passar este conhecimentos para as pessoas, principalmente da minha sala, então para mim, especificamente para mim, eu gostaria de continuar o trabalho se fosse sobre estes assuntos.

A3G6 – Bem, retomando aqui o exemplo do aluno A6G1 dependendo do assunto eu até continuaria sim, com certeza. Este meu exemplo se assemelha com o dele, né? Este ano, não eu, mas algumas pessoas da minha família, meus tios, começaram a fazer investimentos e eles usaram o método de comprar algumas ações. E, com este estudo de agora possibilitou, descobri várias maneiras de se investir, com até eu falei na apresentação do trabalho, não só aplicando em ações, esperando vender, mas tem que estudar muito isso. E, além desta parte deste investimento, como eu já falei antes, tem o trabalho, pois este tema possibilitou a descoberta de vários métodos de investimentos. Então é isso.

A1G4 – Vou falar por mim e por todo o grupo, pela perspectiva que eu tenho de todos nós. Alguns eu acho que continuaria, muito pela curiosidade, acho que metade continuaria por curiosidade e outra metade não continuaria. Tipo assim, acho que a pontuação na disciplina de matemática foi o pontapé inicial para todos se envolverem no assunto, depois de envolvido no assunto e tivessem o conhecimento que não teriam mais pontuação, alguns desistiriam de continuar a questão, até por causa da questão do tempo, mas outros continuariam por esta questão da curiosidade, porque realmente é muito legal. Tipo assim, mesmo a gente não

ganhando ponto, pois a gente é muito imediatista tem a questão cultural, sendo que na visão da gente eu nunca iria imaginar em questão de investimento, eu me achava muito novo para pensar isto. E eu vi assim, a gente amplia muito a mentalidade da gente e traz a matemática para o dia a dia, nesta questão de comparar os preços das coisas que a gente compra, mas então assim, eu acho que, no meu ponto de vista, eu continuaria, acharia legal esta questão de pesquisar e tal, entender sobre o assunto, entender como funciona as nuances da matemática no dia a dia da gente, mas por outro lado tem essa natureza dual, você querer, mas tem a questão logística do tempo. Eu não tenho uma resposta conclusiva, mas seria estas duas coisas, teria a questão da curiosidade, do aprender mais, mas teria esta questão também do tempo, ficaria então esta duas ideias.

A2G3 – Bom assim, depende do assunto então, eu achei que continuaria, mas acho que a maior parte do meu grupo acho que não continuaria. Talvez não. Porque assim, achei muito interessante este assunto, importante e tal. E nosso grupo apresentou sobre os agiotas, eu achei muito interessante. Não é nem tanto como eles faziam, mas como funcionava isso. Assim, os juros que eles aplicam com os devedores. O aumento do valor é muito grande quando é empréstimos com os agiotas. Eu achei muito interessante isso.

A4G5 – Tipo assim, na minha opinião, eu acho que eu continuaria no trabalho, né? Mesmo pela questão do tempo e se não tivesse a questão da pontuação. Porque assim, o trabalho além de contribuir com esta forma de entender mais um pouco sobre o sistema de investimento ele também me ajudou na questão de apresentar na frente, porque eu sou uma pessoa que tem um nervosismo muito grande quando se fala em apresentar, né? Então, tipo assim, você apresentar para os seus colegas, apresentar para o professor já me ajudou até para eu apresentar o meu trabalho para uma banca de TCC, então isso foi fundamental então eu acho que continuaria, mesmo com pouco tempo e em meio a outras coisas. Bem tipo, já viemos até em algumas aulas pedir ajuda a alguns professores, mesmo tipo, ele não daria aquele ponto pra gente, mas a gente vinha para pedir ajuda e para que tivéssemos aquele conhecimento. Então, com este trabalho, nós adquirimos conhecimento, mesmo tendo a questão da pontuação, mas se não houvesse também ganharíamos conhecimento, então seria de fundamental importância. Nem todos continuaria, uma porcentagem muito grande, mas eu acho que eu tentaria sim. Sei que não seria fácil, pois temos muitas coisa a se fazer, mas contribuiu sim e isto seria uma boa opção.

A5G2– Eu acho que continuaria, pois foi um trabalho bem interessante como na parte de estatística, né? Principalmente quando você inclui assuntos interessante, que você gosta, como oA6G1 falou ali, sobre o mercado financeiro, né? Em geral assim, todos os assuntos foram bem interessantes, por isso eu continuaria sim, mas o meu grupo acho que nem todos continuaria.

Professor: Sempre temos um motivo inicial que nos impulsiona a fazer determinadas coisas. Na sala de aula por exemplo, uma motivação inicial é a pontuação, ganhar um certificado, concluir o curso. Mas, esta motivação é apenas uma das que tem na sala de aula, pois tem a motivação de você verdadeiramente aprender que é quando você vai aprender um conteúdo para melhorar a sua parte crítica, conhecimentos de ações, conhecimentos de música,

de estatística, pesquisa, isto tudo contribui para nós tomarmos as melhores decisões possíveis. Esta pergunta tem este sentido aí, porque uma parte inicial é a questão de nota, mas que isto não fique só na parte da nota, que seja o que vocês falaram, com aprendizado, aplicação para conscientização, isso é muito importante. Na visão de vocês, quais foram os pontos que contribuíram e se houve algum ponto que não contribuiu? O que poderia ser melhorado?

A1G4 – Primeiramente, na questão das atividades foi muito importante, pois aprendemos muito durante o seu desenvolvimento. Foi muito importante recebermos roteiros de como desenvolver as atividades, principalmente no início, pois o senhor dava uma questão para resolvermos e depois acompanhava a resolução. O senhor também foi um mediador na questão de dúvidas da gente, que eu tinha muito mais facilidade de tirar minhas dúvidas com o senhor ou com os colegas do grupo nesta atividades do que em atividades normais na sala de aula. Foi importante dá o roteiro de estudos de pesquisas, mas também tirar as dúvidas. Foi fundamental para o desenvolvimento das atividades a apresentação dos conteúdos na sala de aula, o comentário final do que a gente tinha aprendido, o que tinha acrescentado de conhecimento para cada um de nós, e é isto.

A3G6 – Assim, o trabalho ele não é muito simples, ele é meio que complexo e se o professor, na minha opinião, não tiver uma didática muito boa, o trabalho não vai para frente. O senhor realizou explicações que possibilitaram a todos do grupo entendessem e realizarem o trabalho. Então, acho muito importante a didática desenvolvida neste trabalho. Esta didática ajuda muito os alunos na elaboração das questões e contribui para tirar as dúvidas que vão surgindo durante o processo.

A6G1 – A didática desenvolvida neste trabalho foi favorável ao aprendizado do assunto. O professor foi flexível em relação aos prazos, já que tínhamos que desenvolver outras atividades das outras disciplinas, assim, o professor entendeu o nosso lado. A didática foi muito boa, as apresentações dos alunos foram excelentes e aquela pergunta no final das apresentações que o professor fazia, sobre a aprendizagem do assunto. Valeu a pena as apresentações, pois tudo que a gente falava e entendia ficava marcada em nós. Pra mim, foi muito bom.

A2G3 – Na minha opinião, o ensino realizado neste trabalho foi muito bom, pois fortaleceu a aprendizagem de todos nós do grupo. Então, o trabalho foi muito importante para todos nós.

A4G5 – Bom, eu só tenho é que falar coisas boas aqui, em relação ao que poderia melhorar, eu acho que esse trabalho, não sei, continuar com outras pessoas, com outros professores, ou até mesmo com o senhor, né? Com outras turmas para isso possa abranger outras pessoas, não somente a gente, ficar apenas restrito a nossa turma. É importante que esse trabalho seja continuado e possa alcançar outros alunos e isto vai ser de fundamental importância. Isto é o que eu tenho a falar sobre o trabalho, isto seria uma forma de sugestão. As vezes nós não entendíamos um conteúdo ao longo da nossa vida de estudante da nossa vida, mas com certeza este trabalho possibilitou aprendermos melhor o assunto e marcou positivamente em nossas vidas.

A5G2 – Esse período de estudo foi muito bom, pois estudamos de uma maneira diferente que foi melhor para a gente entender. Foi muito bom mesmo o trabalho.

A1G4 – Só complementando a ideia do aluno A4G5, acho que pensar nesta questão de abranger todo mundo, não sei se é viável, mas uma forma de abranger seria as oficinas que já tem em outras áreas, como a de letras. Poderia ser pensado uma oficina na área de exatas, porque tem muitos alunos que tem dificuldades extremas com matemática. Como um professor da área técnica que disse que muita gente ficou de recuperação, e não era porque não sabiam a matéria dele, era porque não sabiam da matemática, entendeu? Uma forma de expandir seria esta, uma forma de trabalhar o coletivo por meio de oficinas. Assim, como tem oficinas de letras, trazer uma oficina para a área de exatas. Desta forma, conseguiria abranger todo mundo, não seria apenas para a nossa turma. Até mesmo na monitoria, os monitores poderiam utilizar este método de ensino com o objetivo de instigar os alunos a pensarem. Deixar alguns questionamentos para a pessoa, que trabalharia essa questão de modelar o raciocínio, que acho que foi um dos objetivos deste trabalho.

A3G6 – Acho que já pegando as ideia do aluno A1G4, da oficinas, poderia envolver este trabalho envolvendo conteúdos de matemática básica, pois este é um assunto que muitos tem dificuldade, principalmente os que chegam do primeiro ano do Ensino Médio, né? As vezes são alunos que vem de um Ensino Fundamental que não estudaram direito certos conteúdos, assim, muitos deles tem muita dificuldade em matemática básica.

Professor: Vocês observaram que foram três momentos para a realização dos trabalho, certo? Nos três momentos, vocês apresentaram os trabalhos, no primeiro momento vocês receberam uma questão do livro, teve um comentário e a questão do livro que vocês focaram, certo? Responderam, reuniram-se, dialogaram. Na segunda questão, que trabalhamos na sala de aula foi como um modelo, este foi o momento que eu expandi pra vocês trocarem os dados, certo? Que foi aquela questão em que vocês iriam fazer uma pesquisa, vê preços de passagens aéreas e depois se era mais vantajoso parcelado ou realizar o pagamento a vista ou se seria melhor pegar este dinheiro e colocar em um investimento e ir rendendo e realizando os saques, teve assim, este outro momento. O terceiro momento vocês ficaram responsáveis para elaborar uma questão, depois de elaborar vocês poderiam pesquisar também. Elaborar questão, coletar os dados, reunir nos grupos. Gostaria que vocês comentassem um pouco sobre estes três momentos, certo? Principalmente o momento de elaboração da questão. Vocês podem colocar as impressões de vocês, entendeu? Por exemplo as ideias, as dificuldades que tiveram neste momento de elaborar, de quem partiu a ideia que vocês pensaram. Quem deu outras ideias, até chegar na ideia que vocês apresentaram no grupo, entendeu? Então, gostaria que vocês comentassem esses três momentos, qual foi o mais difícil e principalmente o terceiro momento no momento de elaborar a questão.

A1G4 – Deixa eu começar aqui, eu vou ser bem realista. Acho que meu grupo teve muitas falhas, principalmente no terceiro momento. Nosso grupo teve muitas falhas neste terceiro momento e, uma delas foi nessa parte de elaboração e resolução da questão não foi feita de forma coletiva, forma presencial. Assim, tipo, em uma reunião física, a gente fez por whatsapp. A gente entendeu, mas isto nos prejudicou, pois não é a mesma coisa do que reunir

presencialmente no coletivo. Isto aconteceu, pois estávamos com pouco tempo, estudando para as provas do final de bimestre, provas de dependências, provas de vestibulares. E aí, volta para aquela dificuldade de lidar com as pessoas, as vezes, uma pessoa se estressa muito, tenta juntar, mas não consegue, isto estressa, e algumas pessoas acabam não se dedicando como deveriam. O terceiro momento foi o mais difícil, mas os outros dois momentos foram mais tranquilos. O primeiro momento começou com aquilo que é mais próximo da gente, questão do livro, mais teórica. Depois o segundo momento, no caso, de trocar os dados, foi legal, foi interessante, porque a gente viu como variar os resultados, pode analisar as variações que tem no problema, ao trocar os dados e o que acontece depois disto. O que muda, realizar comparações, essas leituras mesmo, acho que foi legal os dois primeiros momentos. O que colocou a gente para trabalhar foi o terceiro momento, e alguns colegas não participaram efetivamente dos trabalhos, alguns por conta do tempo. O núcleo de pesquisa é muito importante para a aprendizagem. É importante destinarmos um momento para estudarmos em grupo, não apenas para estudar para o vestibular, mas uma coisa que você pára para refletir, para analisar. Parar para refletir, para pensar, para construir um raciocínio.

A3G6 – Bem assim, a primeira parte do trabalho, foi assim meio que automática, né? Nos três momentos, o nosso grupo se reuniu, o nosso grupo veio para a escola com todos os componentes. Assim, a primeira parte, foi mais automática, a gente achava a resolução, depois dividia o que cada um iria falar. Assim, até chegar na resolução era a dificuldade desta parte, encontrar a resposta certa, mas daí para a frente era apenas uma divisão e uma parte mais automática na minha opinião. Agora, da segunda parte para frente que a gente tinha que alterar, no caso da última, criar uma questão em si, né? Relacionada a investimentos, nesta parte foi assim até que divertida, por assim dizer. O meu grupo é composto por seis homens, a gente vem aqui e se reúne e cada um pensa de uma maneira diferente. Por exemplo, na parte de elaborar a questão, a parte teórica, foi divertido a gente produzir isto, por exemplo nos investimentos. Ou então na parte de alterar as questões que tinham no livro, né? Em resumo é isto, nas três etapas.

A6G1 – Eu considero que a primeira e a segunda etapa foi uma introdução ao trabalho em si, ao terceiro momento. Tipo, a gente começou com uma forma muito fácil de resolver, pois encontrava a resposta e dividia o que cada um iria explicar. No segundo momento, a gente teria que alterar os valores, logo a gente mudaria o cálculo, já demandaria um pouco mais. E a parte que eu achei mais divertida, concordando com o aluno A3G6, foi a parte de elaboração de questões, porque as vezes é meio monótono e chato apenas responder sobre o assunto, ou mudar os dados. Quando a gente vai para a elaboração de questões, fabricação do enredo é bem divertido, eu mesmo fiz muita coisa. Alguns alunos não querem botar o dedo no trabalho, não querem participar da resolução da questão, não tem o interesse para elaborarem a questão, não tem o interesse necessário então. Alguém para fazer 50% do enredo, 90% do enredo é importante para motivar os alunos, porque as vezes tipo, eu fazia o enredo meu lá, e mandava para o povo do meu grupo vê, eles ficavam rindo. Então eu sugeria para que eles colocassem os valores e depois fomos resolvendo o problema. Os três momentos foram divididos para facilitar o desenvolvimento do trabalho.

A2G3 – Dos três momentos, o melhor foi elaborar a questão, foi mais divertido em si. Mas, no terceiro momento, o pessoal do meu grupo já estava mais desinteressado, não estava

querendo mais se importar com o trabalho. Na criação da questão, nem todos participaram do trabalho. No dia mesmo da apresentação, foram apenas eu e outro colega. Não foi legal, pois não participaram da apresentação.

A4G5 – Nestes três momentos, o primeiro momento foi algo mais instantâneo, o segundo já foi um pouco mais complicado e o terceiro se torna um pouco mais complexo, porque a gente, tipo assim, vamos ter que elaborar a questão. No caso do meu grupo, todos participaram, só no final que alguns colegas estavam muito cansado, por causa do volume de atividades exigidas neste final de bimestre, alguns estavam viajando. Ainda houve até colaboração de colegas de outros grupos. Então, a gente saiu de nossa casa, ir em um local, pesquisar, né? Isso é muito massa, entendeu? E você criar, pegar, vamos fazer assim, vamos juntar, foi muito legal. O terceiro momento foi legal você produzir aquilo, colocar os valores ali, você elaborar como vamos fazer isso. Isto de uma forma mais engraçada, interativa, porque as vezes as questões traziam algo mais de cara, tem um contexto, mas não é algo que você está vivendo assim. Tipo, algo engraçado, quando você cria algo engraçado, você chama mais a atenção dos alunos da turma para você apresentar, dizendo - Há, criamos esta personagem da junção de nossos nomes e ficou deste jeito de forma engraçada -, então se torna mais legal aprender, entendeu? E você, buscar mais, então, pra mim, o terceiro momento foi o mais legal, o mais divertido, mesmo que seja algo mais difícil, mas se torna mais produtivo e melhor.

A5G2- Todos os três momentos são muito importantes no primeiro a gente tem um primeiro contato que é com uma questão já criada, formulada e a gente vai lá e responde. Na Segunda, a gente muda os valores, a gente treina e exercita um pouquinho o cérebro, já no terceiro a gente pega um assunto e pensa assim, meio que fora da caixa, além, não tem? Vai a fundo, a gente pesquisa, a gente cria, aí, tipo isso, é, acho que a terceira parte necessita das outras, mas é uma das melhores a ser, tipo, estimuladas, trabalhadas porque a pessoa vai pesquisar, vai pensar no assunto, como aquela pesquisa que ela fez, o assunto vai incidir sobre ela. Acho muito importante, também pela parte do experimento que a gente pode fazer uma coisa que a gente gosta, não deixar muito monótono, né? No caso do estudo da matemática, né?

Professor: Nosso tema básico é a parte da modelagem matemática. A modelagem matemática vem para exatamente para entendermos que modelo matemático pode ser construído ou que já foi construído e que você vai utilizar para responder as questões, certo? Então, vocês observaram que o modelo, não foi único, mas teve vários modelos. O modelo são as construções, aquilo que vocês utilizaram para resolver. A tabela é um modelo, a fórmula do juros simples é um modelo, a fórmula dos juros compostos é outro modelo, certo? Mas assim, o que sempre vejo que é importante é além de entendermos e aplicarmos o modelo é entendermos a construção desse modelo. Bom, eu queria ouvir de vocês assim, vocês entenderam a origem da fórmula e do modelo dos juros simples e compostos, que foi comentado na sala de aula ou vocês só visualizaram a fórmula e utilizaram esta ferramenta na sala de aula nas atividades?

A1G4 – Assim, se for pedir para eu teorizar para uma pessoa, dá uma explicação de onde veio a origem da fórmula, não vou saber traçar o raciocínio, mas eu compreendi de onde ela veio. É mais uma questão minha mesmo, para eu reforçar o meu entendimento, mas assim,

a análise, a leitura da fórmula de cada elemento e o uso, a visão instrumental da fórmula, eu creio que todo mundo aprendeu, por exemplo, no momento em que vai ser utilizado esta fórmula para além disso. Uma coisa que a gente se questionava, por exemplo eu falava assim, gente usa fórmula e outro colega do grupo dizia assim, bem, as vezes você não precisa usar a fórmula aqui é só usar uma regra de três que resolve. Eles pensavam em um raciocínio que as vezes era mais compreensível do que a própria fórmula, que as vezes a gente acaba esquecendo. É só pensar a construção deste raciocínio por regra de três, por leituras mais diretas, por caminhos mais fáceis de entender até do que usar uma fórmula. Então seria esta visão de usar um raciocínio, não é que seria mais direto, seria uma coisa mais inteligível que você entende mais rápido do que uma fórmula, pois as vezes a fórmula é muito complexa que você só memoriza e usa. A regra de três você as vezes aprende e tem uma vasta aplicação, sendo que muitas fórmulas surgem de regras de três, então seria esta visão, uma visão instrumental, mas teorização requer um pouco mais de reforço individual, não é por culpa do professor ou de ninguém, tem que ter um esforço da gente mesmo, individualmente falando.

A3G6 – Bem, é assim, as fórmulas utilizadas durante o trabalho, acho que assim, deu para absorver bastante, né? Por causa que alguns assuntos se repetiam, como por exemplo, os juros, acho que nós usamos em umas duas questões e, assim, deu para absorver bastante dessa forma. Algumas, eu acho, não consegui absorver muito bem, mas por exemplo no último trabalho, deu para entender como a fórmula funciona em si, né? Não só de forma automática, só jogar ali e tal, entendi como a fórmula funciona em relação aos juros. Então assim, pegando no total, eu acho que foi muito proveitoso a utilização das fórmulas, porque vai servir em questões futuras.

A6G1- Olha, na parte em si de utilizar, compreender a fórmula, saber interpretar a questão e aplicar os valores em cada, como posso dizer, em cada expoente, em cada variável da fórmula, tipo, isso ficou bem claro, pra nós alunos, mas a parte de origem em si requer um pouco mais de esforço, porque a origem da fórmula não é muito fácil de compreender, realmente a origem de uma fórmula está atrelada a outra fórmula que envolve outra fórmula. Tipo, você pega outras fórmulas para formar uma outra, ou seja, explicar uma fórmula é extremamente complicado, mas acredito que todos compreenderam como aplicar a fórmula e ninguém na sala tem dúvidas como utilizar as fórmulas e em quais momentos, para interpretar pelas questões.

A2G3 – Bem, compreender assim a origem das fórmulas, tipo os alunos A6G1 e A1G4 falaram, é complicado. Foi possível aprender muito em relação a estas fórmulas, pois precisamos saber onde usá-las. A pessoa pode usar, em vez dessas fórmulas, uma simples regra de três que serve para tudo e tal. É isto, deu para absorver muito mesmo, elas

A4G5 – É, a questão da fórmula e da origem em si, é um pouco complicado, pois você mostrar que a fórmula veio disso, passou por isso. Neste trabalho foi mostrado a fórmula, a origem da fórmula, mas também outras formas de fazer a mesma questão, aplicando outro raciocínio, entendeu? Aí mostrava várias formas de resolver a mesma questão, para não ficar apenas naquela. É que as vezes a gente, tipo, tem aulas e os professores nos mostram assim, aqui está, vocês vão necessitar desta fórmula, decore a fórmula e vocês só tem que aprender o

que jogar aqui. Porém, neste trabalho, o professor nos mostrava o caminho, a fórmula veio disso, passou por isto para chegar aqui nesta fórmula e também outros caminhos que não necessitavam usar a fórmula, então foi bem explicado.

A5G2 - Pois é, o diferencial foi que o professor nos explicou de onde veio a fórmula, como funciona, é tipo, teorização da fórmula lá, né? Não foi só jogada pra gente de qualquer jeito, deu pra entender como ela funciona, deu pra entender um pouco de como ela é construída, né? Como a de Juros Simples, que dá pra ter uma noção mesmo, a de Juros Compostos também, foi mais isto. A gente conseguiu absorver, entender como ela age em cima daqueles valores matemáticos, não foi só jogar eles ali e fazer a continha.

A6G1 – Mas, reforçando que, por experiência própria, saber a origem de uma fórmula é extremamente útil, as vezes eu, quando eu não estudava muito para determinadas provas e queria tirar uma nota boa, eu simplesmente pegava um livrinho que tem na biblioteca, e tinha nele lá umas seis leis nele sobre cada fórmula aí eu pegava e decorava as seis leis. Assim, quando eu chegava na prova, eu não sabia a fórmula, eu pegava uma fórmula, relacionava com a outra e chegava na minha fórmula. Eu fazia muito isso na física do primeiro ano, na física em geral, né? Tipo, eu precisa descobrir a potência de tal motor, então eu fazia com outras fórmulas, não pela fórmula em si da potência, pode ser mais complicado? Pode, mas eu conseguia fazer e, é isto que importa. Então, não desmerecendo a origem da fórmula, pois a origem da fórmula é muito importante e, ela é uma expansão do conhecimento, mesmo. Pois, se você conhecer a origem você pode relacionar com outras formas do conhecimento e originar, até mesmo, novas fórmulas que vai ajudar no conhecimento. Eu fazia muito isso, tipo, pegava um gráfico, quando aprendi a interpretar gráficos, tipo, sei lá, gráfico do tempo pela velocidade, eu gostava de interpretar ele, extrair fórmula dele, tipo, calcular a área de um gráfico para saber, sei lá, a quantidade de Coulombs. É útil saber a origem das fórmulas e saber interpretá-las.

Professor: Certo, então este era um dos pontos, devemos conhecer as fórmulas, ou seja, não apenas conhecer as ferramentas, mas que você entenda a construção para que precisando, caso esqueça a fórmula, você sabe como construir e também as vezes não há a necessidade de se utilizar a fórmula. Pode ser utilizado uma regra de três, uma associação que tenha uma lógica e vocês cheguem em uma resolução, então você usou o quê? Um raciocínio, você não decorou apenas, você não utilizou aquela regra pronta e acabada. Vocês, desta forma, estão raciocinando a questão e, conseqüentemente vão muito mais longe assim.

A6G1 – Até isso, o nosso professor de física deixa aberto a forma que você responde a questão, você pode provar da forma que você quiser, você pode escrever uma lógica, você não precisa escrever um valor em si, você pode desenhar, tem que mostrar pra ele uma lógica. Você pode usar qualquer estratégia para resolver a questão, contanto que tenha lógica, tem que fazer sentido.

Professor: Então, para finalizar, que quero que vocês falem qual foi o principal ganho, pra vocês, na realização destas três atividade envolvendo Juros Simples e Compostos. Qual o principal ganho pra vocês?

A1G4 – A primeira coisa pra mencionar é, como já foi comentado, que é a questão de você aprender ao ensinar. O que percebemos aqui neste trabalho foi que a gente ensina, explica, as vezes não a questão toda, mas tem um ponto lá em que a pessoa está em dúvida nisso aqui, e aí como é que a gente faz? Então um colega explica pra gente, isso é um reforço para ela e um aprendizado para a gente. A gente entende o raciocínio dela e ela expressando, eu acho que para o cérebro da gente fica guardando isso. Acho que aquilo que a gente expressa o cérebro guarda, então é um reforço. Ensinando entre a gente e na sala também, tentando passar o conhecimento, muito embora, eu seja um pouco embolado, no caso, a minha fala seja um pouco embolada, as vezes tento simplificar um pouco para que seja entendido. É muito importante trabalhar a fala da gente, a expressividade, as vezes uma linguagem que a gente usa, as vezes a pessoa não vai entender do jeito que a gente fala, as vezes a gente tem uma fala muito truncada assim e dificulta e o trabalho permite esta fruição da fala e também do raciocínio, da resolução, e do aprendizado que a gente pega com as outras pessoas que é muito legal isso. Você expande seu entendimento, como foi falado também, a questão de uma pessoa acabar ... É que eu gosto de falar disso gente, é que eu gosto muito de fórmula, mas os colegas diziam, olha pelo raciocínio é mais fácil, e também isto é muito legal que eu meio que tirei um pouco da minha cabeça o uso direto das fórmulas. Eu já aprendi muitas fórmulas para resolver provas do primeiro ano que foi desnecessário, pois se eu tivesse aprendido o raciocínio teria sido mais interessante, porque hoje por exemplo eu saberia refazer e por eu ter já esquecido a fórmula eu não sei mais fazer, mas por exemplo, tem muitos raciocínios que são importantes, como o raciocínio da regra de três que eu sempre cito, tem muitas questões de matemática que podem ser resolvidas por regra de três, como algumas questões de concurso, de ENEM, questões de exames. E foi uma coisa assim que deixa a gente até um pouco mais tranquilo, pois eu tinha até aquela ortodoxia, usa, usa a fórmula, tem que usar a fórmula e aí com o trabalho eu aprendi, não, o raciocínio já basta, o que importa é você conseguir fruir e fazer sentido pra você, entendeu? Basicamente isto, esta mudança de mentalidade.

A3G6 – Bem, como até já falei aqui, né? Além do aprendizado, né? E saindo para a prática, como já foi falado e você parte para apresentar uma questão ou um exercício, além de você aprender mais, absorver mais aquele assunto, você ainda desenvolve novos métodos, né? De resolução e aprendizado, além disso, temos o desenvolvimento das relações interpessoais como tinha no nosso grupo. Como era um trabalho um pouco extenso, a gente tinha que saber lidar e dividir para cada um. Com isto, aumentou muito a nossa simpatia, as nossas relações, pois cada um sabia o que tinha que fazer após a divisão. E é basicamente isto, como um todo que podemos absorver de todos esses trabalhos que tivemos em sala de aula.

A6G1 – É, o maior ganho para mim foi transmitir os conhecimentos na parte mais de juros para as pessoas. Eu notei neste trabalho que na nossa idade conversar sobre economia é meio complicado, tipo, muitas coisas que a gente tem, mesmo porque a gente não tem autonomia financeira, a gente ainda é adolescente. A gente depende unicamente dos pais, e as vezes a gente fala para o pai que tal coisa é melhor, aí ele responde, não, eu prefiro a poupança, porque nunca ouviu falar em outro investimento, então, pra mim, o meu maior ganho foi falar para as pessoas, melhorar minha dicção em trabalhos, melhorar as relações e a empatia que tenho com os colegas na sala, porque tipo, fazer um trabalho, várias vezes com a mesma pessoa,

tu vai se acostumando, sabe como a pessoa vai fazer tais coisas. Então, o ganho pra mim, foi mais relacionar com as pessoas que é a área que eu quero mais seguir, que é a psicologia, como quero seguir esta área, quero aproveitar o máximo fazer trabalhos em grupo.

A2G3 – O meu, foi o conhecimento adquirido neste tempo de realização do trabalho. Sempre é bom realizar o trabalho e ter uma atividade de descontração. O maior ganho mesmo, foi o conhecimento adquirido, nesse tempo a pessoa consegue deixar fixo na mente os conhecimentos adquiridos. Estes trabalhos e apresentações serviu como um aprimoramento de como apresentar em grupos e ter uma facilidade em compreender as pessoas. Assim, o aprendizado foi o mais importante

A4G5 – A questão do aprendizado ao longo do trabalho foram muitos, foi muito importante, tanto para a questão de dialogar entre as pessoas, ter um convívio e para a gente aprender a não ficar somente esperando de um professor, ou de alguém, mas a gente também fazer, né? Pesquisar, se aprofundar, pois querendo ou não, quando você vai trazer algo para alguém, né? Apresentar, aqui na frente, você tem que levar a verdade, você tem que fazer o máximo para que aquilo que você está apresentando seja verdadeiro, né? E que venha a condizer com algo que esteja feito, então é uma grande responsabilidade sobre a gente para pesquisar, se aprofundar, para que a gente possa apresentar de uma forma legal e que possa está correto. Caso, não esteja, que a gente possa ser corrigido aqui e tenho certeza que isto é bom. As vezes o professor falava, vamos vê aqui, alguma coisa assim, né? Para tentar dá uma ideia melhor e tudo mais, então, isso foi muito importante, foi de fundamental importância.

A5G2 - Além da gente ter o entendimento muito melhor sobre a matemática financeira, que foi o assunto estudado. Tivemos um ganho de conhecimentos na parte da pesquisa, pois estávamos pesquisando esta ou aquela forma de pagamento. Até neste nosso último trabalho eu descobri onde fica a melhor pizzaria do mundo, né? Kkkkkk. Pois é, tivemos este ganho de conhecimentos tanto da pesquisa quanto do uso da matemática financeira no dia a dia, no uso dela em si mesmo.

Professor: Bem, agradeço a participação de todos vocês, pelo empenho de vocês e todos os membros do grupo. Desejo muito sucesso a todos vocês. Abraços.

**APÊNDICE L - SÍNTESE DA ASSOCIAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA
COM AS SEIS AÇÕES DA TEORIA DO ENSINO DESENVOLVIMENTAL DE
DAVYDOV**

FASES DA MM	AÇÕES DA TEDD	1º MOMENTO	2º MOMENTO	3º MOMENTO
INTEIRAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> - Transformação dos dados da tarefa com o objetivo de identificar a relação universal do objeto; - Utilização de questionamentos; - Monitoramento das ações. 	Os alunos receberão um problema com os dados e as informações necessárias para a sua resolução. Em seguida, os alunos deverão identificar tais dados e pensar na forma para resolver o problema.	Os alunos receberão um problema, mas sem os dados inseridos. Neste caso, os alunos irão pesquisar para obterem os dados necessários para resolver o problema. Em seguida, irão interpretar o problema em grupo.	Os alunos irão elaborar um problema e coletar os dados necessários para resolvê-lo. Logo após, os alunos terão que realizar a interpretação do problema em seus respectivos grupos.
MATEMATIZAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> - Modelação da relação universal apresentada de forma gráfica, literal ou objetivada (desenho, tabela ou de outra forma); - Monitoramento das ações. 	Identificar os conhecimentos matemáticos necessários para realizarem a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática.	Identificar os conhecimentos matemáticos necessários para realizarem a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática.	Identificar os conhecimentos matemáticos necessários para realizarem a transição da linguagem natural para a linguagem Matemática.
RESOLUÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> Transformação do modelo da relação para estudar suas propriedades de “forma pura”, analisando as características que são fundamentais; - Monitoramento das ações. 	Estruturar o modelo matemático com a finalidade de descrever a situação e que seja capaz de resolver o problema. Analisar os aspectos relevantes da situação em estudo.	Estruturar o modelo matemático com a finalidade de descrever a situação e que seja capaz de resolver o problema. Analisar os aspectos relevantes da situação em estudo.	Estruturar o modelo matemático com a finalidade de descrever a situação e que seja capaz de resolver o problema. Analisar os aspectos relevantes da situação em estudo.
INTERPRETAÇÃO/ VALIDAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> - Construção de um sistema de tarefas particulares que podem ser resolvidas por um procedimento geral; - Monitoramento das ações. 	Analisar e revisar os cálculos realizados. Elaborar outras questões em que o modelo seja utilizado para encontrar a solução. Avaliar as respostas encontradas ao se utilizar o modelo.	Analisar e revisar os cálculos realizados. Elaborar outras questões em que o modelo seja utilizado para encontrar a solução. Avaliar as respostas encontradas ao se utilizar o modelo.	Analisar e revisar os cálculos realizados. Elaborar outras questões em que o modelo seja utilizado para encontrar a solução. Avaliar as respostas encontradas ao se utilizar o modelo.
APRESENTAÇÃO	<ul style="list-style-type: none"> Avaliação da aprendizagem, realizada durante as apresentações; - Monitoramento das ações. 	Apresentação dos conhecimentos aos demais colegas da turma.	Apresentação dos conhecimentos aos demais colegas da turma.	Apresentação dos conhecimentos aos demais colegas da turma.

Fonte: Com base em Davydov (1988a) e Almeida, Silva e Vertuan (2013).

ANEXOS

ANEXO A – QUESTÕES QUE OS ALUNOS RECEBERAM NO PRIMEIRO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

GRUPO 1: 13. Um supermercado promoveu, em meses distintos, três promoções para certo produto, a saber: I - Compre 1 e ganhe 50% de desconto na aquisição da 2ª unidade. II- Compre 2 e leve 3. III- Compre 4 e leve 5. Considerando que o preço do produto não sofreu alteração, qual é a opção mais vantajosa para o consumidor? E a menos vantajosa? (IEZZI, et al, 2013, p. 157)

GRUPO 2: 14. Um sabonete, cujo preço normal de venda é R\$ 1,40, é vendido em três supermercados distintos, X, Y e Z, com as seguintes promoções:

Supermercado X: leve 4, pague 3

Supermercado Y: desconto de 15% sobre o preço de cada unidade;

Supermercado Z: leve 6, pague 5

Determine a opção mais vantajosa para um consumidor que comprar:

a) 12 unidades do sabonete;

b) 7 unidades do sabonete. (IEZZI, et al, 2013, p. 157)

GRUPO 3: 20. Um usuário recebeu uma conta telefônica com um valor 120% maior que a última conta, já paga. Assustado, recorreu à concessionária, que informou ter havido engano na cobrança, anunciando redução do valor apresentado à metade. Ainda assim, qual foi o acréscimo percentual do valor a pagar em relação ao da conta anterior? (IEZZI, et al, 2013, p. 158)

GRUPO 4: 11. O preço de um produto é R\$50,00. Um comerciante decide aumentá-lo em 20%. Diante da insistência de um cliente, o comerciante concede, então, um desconto de 20% sobre o novo preço do produto:

a) Ao final dessas “transações”, haveria alterações no preço original do produto? Quem “levaria vantagem”: o comerciante ou o cliente?

b) Que taxa de desconto deveria ser aplicada diretamente sobre o preço original do produto para que fosse obtido o mesmo valor que seria pago pelo cliente, em caso de compra? (IEZZI, et al, 2013, p. 157)

GRUPO 5: 15. O dono de um restaurante por quilo costuma Semanalmente encomendar de um fornecedor 12kg de arroz 8kg de feijão e 15kg de batata.

- a) Sabendo que os preços do quilograma do arroz, do feijão e da batata, em certa semana, são de R\$ 4,00, R\$ 3,40 e R\$ 2,00, respectivamente, determine o gasto correspondente a esse pedido.
- b) Na semana seguinte, os preços do quilograma do arroz, do feijão e da batata sofreram as seguintes variações, respectivamente +3%, -5%, +6%. Qual foi a variação percentual do gasto do mesmo pedido? (IEZZI, et al, 2013, p. 157)

GRUPO 6: 12. Atualmente, o pagamento da prestação do apartamento consome 30% do salário bruto de Cláudio. Se a prestação aumentar 10%, que porcentagem do salário de Cláudio ela passará a representar, caso,

- a) não haja aumento de salário;
- b) o salário aumente 5%;
- c) o salário aumente 30%. (IEZZI, et al, 2013, p. 157).

ANEXO B – QUESTÃO COMENTADA EM SALA COM OS ALUNOS QUE SERVIU DE BASE PARA DESENVOLVEREM A PESQUISA NO SEGUNDO MOMENTO DE FAMILIARIZAÇÃO DA MODELAGEM MATEMÁTICA

Muitas vezes, o consumidor, ao comprar um determinado produto, tem que se decidir pela compra à vista ou a prazo. Para a maioria dos trabalhadores brasileiros, é difícil desembolsar o valor total do produto no ato da compra, restando, assim, a opção da compra parcelada. Essa prática é frequente, especialmente em compra de eletrodomésticos, eletroeletrônicos, móveis, automóveis, imóveis etc. Em geral, a compra parcelada embute juros em suas prestações.

Em outras situações, no entanto, o consumidor dispõe de recursos para pagamento à vista. Do ponto de vista financeiro, qual é a melhor opção de pagamento nesse caso?

Consideremos o seguinte problema:

Uma agência de turismo, no Rio de Janeiro, vende pacotes turísticos de ano-novo para um resort de praia no Nordeste por R\$ 2.500,00 por pessoa ou em 5 parcelas mensais de R\$ 520,00, sendo a primeira um mês após o fechamento do pacote. Márcia, ao longo do ano, conseguiu fazer uma reserva de dinheiro que lhe permite pagar a viagem à vista. Ela pode, alternativamente, aplicar esse dinheiro em uma caderneta de poupança e, a cada mês, fazer retiradas (saques) dessa poupança para pagar a prestação da viagem. Vamos admitir que, em todos os meses, o rendimento da caderneta de poupança seja de 0,6% a.m. Lembre-se também que não há incidência de impostos sobre esse rendimento.

Vamos simular a situação de uma possível compra a prazo, destacando, em cada mês, o saldo inicial, os juros recebidos pela caderneta de poupança, a retirada para o pagamento da prestação e o saldo final da poupança.

Faça uma tabela indicando o Saldo Inicial, Juros Recebidos, Retirada para pagar a prestação e o Saldo final da poupança. Verificar qual a opção mais vantajosa. Agora verifique a opção mais vantajosa se as parcelas fossem de R\$ 500,00 mensais (IEZZI, et al, 2013, p. 169).

**ANEXO C – PARECER CONSUBSTANCIADO DO COMITÊ DE ÉTICA EM
PESQUISA DO INSTITUTO DE CIÊNCIAS EM SAÚDE DA UNIVERSIDADE
FEDERAL DO PARÁ**

UFPA - INSTITUTO DE
CIÊNCIAS DA SAÚDE DA
UNIVERSIDADE FEDERAL DO
PARÁ



PARECER CONSUBSTANCIADO DO CEP

DADOS DO PROJETO DE PESQUISA

Título da Pesquisa: MODELAGEM MATEMÁTICA NA PERSPECTIVA DA
TEORIA DESENVOLVIMENTAL

Pesquisador: DANIEL SANTOS DE CARVALHO

Área Temática:

Versão: 1

CAAE: 16634619.4.0000.0018

Instituição Proponente: Universidade Federal do Pará

Patrocinador Principal: Financiamento Próprio

DADOS DO PARECER

Número do Parecer: 3.697.067

Apresentação do Projeto:

Este projeto de pesquisa de doutorado, inicialmente intitulado Modelagem Matemática na Perspectiva da Teoria Desenvolvimental, que tem com objetivo determinar quais indicadores da interação didática e metodológica permitem a interação entre a Modelagem Matemática e a Matemática Financeira durante o processo de Ensino e Aprendizagem centrado na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Pretendemos identificar os elementos que compõem a estrutura da atividade humana (LIBÂNEO, 2004), principalmente o desejo e a necessidade, durante o desenvolvimento de atividades de Modelagem Matemática e das seis ações indicadas por Davydov (1998a) em uma turma do Ensino Médio Integrado ao Técnico do Instituto Federal do Maranhão – Campus Imperatriz. A Modelagem será desenvolvida segundo a concepção de Almeida, Silva e Vertuan (2013). A metodologia de investigação adotada será a qualitativa, na medida em que se buscam compreensões durante o desenvolvimento das atividades. Para a coleta de dados serão utilizados as informações colhidas durante as aulas por meio de gravações em áudio e vídeo, observações realizadas pelo professor-pesquisador e entrevistas com os alunos participantes.

Objetivo da Pesquisa:

Objetivo Primário: Determinar quais indicadores da interação didática e metodológica permitem a interação entre a Modelagem Matemática e a Matemática Financeira durante o processo de Ensino e Aprendizagem centrado na Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov. Objetivo Secundário:

Análise da Modelagem Matemática na Educação Matemática e da Teoria do Ensino Desenvolvimental de Davydov, discutindo suas aproximações, suas diferenças e contribuições para a aprendizagem da matemática financeira b; Constatar através de atividades em Modelagem Matemática em a ascensão dos conceitos abstratos para os conceitos teóricos por parte dos alunos à luz da Teoria do Ensino Desenvolvimental; Coletar dados que destaquem evidências dos elementos relativos à Atividade Humana indicados por Leontiev, durante a realização das atividades de Modelagem Matemática, sendo constituídos por necessidade, motivo, objetivo, ações, operações e condições, além do elemento desejo acrescentado por Davydov.

Avaliação dos Riscos e Benefícios:

Riscos: Não haverá riscos à saúde dos participantes, na medida em que serão desenvolvidas atividades pedagógicas com o objetivo de compreender os benefícios educacionais ao se realizadas atividades na sala de aula. Os resultados colhidos com o desenvolvimento da pesquisa trarão benefícios superiores ao possível desconforto que possam passar por conta das gravações realizadas. Para minimizar esse possível desconforto inicial durante às gravações os alunos serão esclarecidos que seus nomes serão preservados, sendo adotados pseudônimos quando necessário nomeá-los no relatório da pesquisa. Benefícios: Compreender os benefícios educacionais ao se realizadas atividades na sala de aula. Os alunos terão contato com atividades de Modelagem Matemática que tem o objetivo de desenvolver maior autonomia durante os estudos realizados durante o ambiente escolar. O Conteúdo de Matemática Financeira será trabalhado utilizando a Teoria Desenvolvimental e a Modelagem Matemática.

Comentários e Considerações sobre a Pesquisa:

O protocolo encaminhado dispõe de metodologia e critérios conforme resolução 466/12 do CNS/MS.

Considerações sobre os Termos de apresentação obrigatória:

Os termos apresentados contemplam os sugeridos pelo sistema CEP/CONEP.

Conclusões ou Pendências e Lista de Inadequações:

Diante do exposto somos pela aprovação do protocolo. Este é nosso parecer, SMJ.

Considerações Finais a critério do CEP:

Este parecer foi elaborado baseado nos documentos abaixo relacionados:

Tipo Documento	Arquivo	Postagem	Autor	Situação
Informações Básicas do Projeto	PB_INFORMAÇÕES_BÁSICAS_DO_PROJETO_1388126.pdf	28/06/2019 11:23:10		Aceito
Folha de Rosto	folhaDeRosto_PLATAFORMA_BRASIL.Pdf	28/06/2019 11:18:12	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Projeto Detalhado / Brochura Investigador	Projeto_Plataforma_Brasil.pdf	27/06/2019 17:43:15	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	ROTEIRO_PARA_O_RELATORIO_FINAL.pdf	27/06/2019 17:42:01	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	ROTEIRO_PARA_AS_ATIVIDADES.pdf	27/06/2019 17:40:38	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	ROTEIRO_DE_ENTREVISTA_SEMIES TRUTURADA.pdf	27/06/2019 17:39:57	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	Carta_Encaminhamento_CEP.pdf	27/06/2019 17:39:09	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	Termo_de_aceite_do_Orientador.pdf	27/06/2019 17:37:33	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	TERMO_COMPROMISSO_PESQUISADOR.pdf	27/06/2019 17:36:34	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Outros	Declaracao_Isencao_de_Onus_UFPA.pdf	27/06/2019 17:35:55	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_ASSENTIMENTO.pdf	27/06/2019 17:34:57	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
TCLE / Termos de Assentimento / Justificativa de Ausência	TERMO_DE_CONSENTIMENTO_LIVRE_E_ESCLARECIDO.pdf	27/06/2019 17:34:20	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito
Declaração de Instituição e Infraestrutura	TERMO_DE_AUTORIZAÇÃO_DA_ESCOLA.pdf	27/06/2019 17:32:47	DANIEL SANTOS DE CARVALHO	Aceito

Situação do Parecer: Aprovado

Necessita Apreciação da CONEP: Não

BELÉM, 11 de Novembro de 2019

Assinado por:

Wallace Raimundo Araujo dos Santos
(Coordenador(a))

Endereço: Rua Augusto Corrêa nº 01- Campus do Guamá ,UFPA- Faculdade de Enfermagem do ICS - sala 13 - 2º and.
Bairro: Guamá CEP: 66.075-110
UF: PA Município: BELEM
Telefone: (91)3201-7735 Fax: (91)3201-8028 E-mail: cepccs@ufpa.br